参考答案

1-5 ABCCA 6-10 DDBCB 11-12 BA

11. 【答案】B【解答】解：因为$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in N^*)$，

所以$a_{2023}=a_{2022}+a_{2021}=a_{2022}+a_{2020}+a_{2019}=\cdots=a_{2022}+a_{2020}+a_{2018}+\cdots+a_2+a_1$，

又因为$a_1=1$，$a_{2023}=m$，所以$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2022}=a_{2023}-a_1=m-1$.

12. 【答案】A 解：依题意，得$\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且$x_1<x_2$，$\frac{f(x_1)}{x_2}-\frac{f(x_2)}{x_1}=\frac{x_1f(x_1)-x_2f(x_2)}{x_2x_1}<0$，

所以$x_1f(x_1)<x_2f(x_2)$，则$y=xf(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

令$g(x)=xf(x)=x(\frac{ae^x}{x}-x)=ae^x-x^2$，则$g'(x)=ae^x-2x\geq0$在$x\in(0,+\infty)$恒成立，

即$a\geqslant\frac{2x}{e^x}$，令$t(x)=\frac{2x}{e^x}$，则$t'(x)=\frac{2(1-x)}{e^x}$，当$x\in(0,1)$时，$t'(x)>0$；当$x\in(1,+\infty)$时，$t'(x)<0$，

故$t(x)_{max}=t(1)=\frac{2}{e}$，所以$a\geqslant\frac{2}{e}$.

13. $-\frac{1}{4}$ 14. $[-5,31]$ 15. $\frac{2}{3}$

16. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$，$\frac{8\sqrt{6}}{27}\pi$【解析】解：由对称性可知该六面体是由两个正四面体组成的，

两个正四面体的底面为边长为3的正三角形其面积为$S=\frac{1}{2}\times3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$，

每个正四面体的高为$\sqrt{3^2-(\frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{2}{3})^2}=\sqrt{6}$，故每个正四面体的体积为$\frac{1}{3}\times\frac{9\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{6}=\frac{9\sqrt{2}}{4}$，

因此该六面体的体积为$\frac{9\sqrt{2}}{4}\times2=\frac{9\sqrt{2}}{2}$；

要使小球的体积达到最大，需球与该六面体的六个面都相切，连接球心和该六面体的五个顶点，六面体被分成了六个三棱锥．设球的半径为R，则$\frac{9\sqrt{2}}{2}=6\times(\frac{1}{3}\times\frac{9\sqrt{3}}{4}\times R)$，解得$R=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以球的体积$V=\frac{4\pi}{3}R^3=\frac{4\pi}{3}(\frac{\sqrt{6}}{3})^3=\frac{8\sqrt{6}}{27}\pi$.

三、解答题（本大题共7小题，共84.0分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 【答案】解：（Ⅰ）$\because S_5=5a_3=25$，$\therefore a_3=5$，

设数列$\{a_n\}$的公差为d，由a_3-1，a_4+1，a_7+3成等比数列得$(6+d)^2=4(8+4d)$，

$\therefore d^2-4d+4=0$，$\therefore d=2$，$\therefore a_n=a_3+(n-3)d=2n-1$

（Ⅱ）$\because b_n=(-1)^na_n+1$，

$\therefore T_{2n}=(-1+1)+(3+1)+(-5+1)+(7+1)+\cdots+[-(4n-3)+1]+(4n-1+1)=4n$.

18. 【答案】解：(1)设等级系数为 7 的搪瓷水杯为A，B，C，等级系数为 8 的搪瓷水杯为a，b，c，则从中抽取 2 件的基本事件为(A,B)，(A,C)，(A,a)，(A,b)，(A,c)，(B,C)，(B,a)，(B,b)，(B,c)，(C,a)，(C,b)，(C,c)，(a,b)，(a,c)，(b,c)，共 15 种，其中两件全部来自等级系数为 8 的搪瓷水杯的基本事件为(a,b)，(a,c)，$(6,c)$，共 3 种，所以概率为$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$.

(2)A厂产品更具有购买性，理由如下：将频率视为概率，可得B厂生产的搪瓷水杯的等级系数的平均值为$X=\frac{3\times9+4\times6+5\times6+6\times3+7\times3+8\times3}{30}=4.8$，

即B厂生产的搪瓷水杯的等级系数平均值为 4.8，

$\because$ A厂生产的搪瓷水杯的等级系数的平均值等于 6，价格为 36 元/件，$\therefore L_A=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$，

$\because$ B厂生产的搪瓷水杯的等级系数的平均值等于 4.8，价格为 30 元/件，$\therefore L_B=\frac{4.8}{30}=0.16$，

$\because \frac{1}{6}>0.16$，故 A 厂生产的搪瓷水杯更具可购买性.

19. 【答案】证明：(1) $\because$四边形$ABCM$是直角梯形，$AB\perp BC$，$MC\perp BC$，$AB=2BC=2MC=2$，

$\therefore BM=AM=\sqrt{2}$，$\therefore BM^2+AM^2=AB^2$，即$AM\perp BM$.

$\because$平面$ADM\perp$平面$ABCM$，平面$ADM\cap$平面$ABCM=AM$，$BM\subset$平面$ABCM$，

$\therefore BM\perp$平面DAM，又$DA\subset$平面DAM，$\therefore AD\perp BM$.

(2)由(1)可知$BM\perp$平面ADM，$BM=\sqrt{2}$，设$\frac{DE}{BD}=\lambda$，则E到平面ADM的距离$d=\sqrt{2}\lambda$.

$\because\triangle ADM$是等腰直角三角形，$AD\perp DM$，$AM=\sqrt{2}$，$\therefore AD=DM=1$，

$\therefore V_{M-ADE}=V_{E-ADM}=\frac{1}{3}S_{\triangle ADM}\cdot d=\frac{\sqrt{2}}{18}$，即$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times\sqrt{2}\lambda=\frac{\sqrt{2}}{18}$.

$\therefore \lambda=\frac{1}{3}$. $\therefore E$为线段BD上靠近点D的三等分点.

20. 【答案】(1)解：因为椭圆C的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

又当T位于上顶点或者下顶点时，$\triangle TF_1F_2$面积最大，即$bc=1$．又$a^2=b^2+c^2$，

即$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ bc=1\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，所以$b=c=1$，$a=\sqrt{2}$．所以椭圆$C$的标准方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$．

(2)证明：由题知，直线l的斜率存在，所以设直线l的方程为$y=kx+\frac{1}{2}$，设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

将直线l代入椭圆C的方程得：$(4k^2+2)x^2+4kx-3=0$，

由韦达定理得：$x_1+x_2=\frac{-4k}{4k^2+2}$，$x_1x_2=\frac{-3}{4k^2+2}$，

直线AM的方程为$y=\frac{y_1-1}{x_1}x+1$，直线AN的方程为$y=\frac{y_2-1}{x_2}x+1$，

所以$P(\frac{-x_1}{y_1-1},0)$，$Q(\frac{-x_2}{y_2-1},0)$，所以以PQ为直径的圆为$(x+\frac{x_1}{y_1-1})(x+\frac{x_2}{y_2-1})+y^2=0$，

整理得：$x^2+y^2+(\frac{x_1}{y_1-1}+\frac{x_2}{y_2-1})x+\frac{x_1x_2}{(y_1-1)(y_2-1)}=0$. ①

因为$\frac{x_1x_2}{(y_1-1)(y_2-1)}=\frac{x_1x_2}{(kx_1-\frac{1}{2})(kx_2-\frac{1}{2})}=\frac{4x_1x_2}{4k^2x_1x_2-2k(x_1+x_2)+1}=\frac{-12}{-12k^2+8k^2+4k^2+2}=-6$，

令①中的$x=0$，可得$y^2=6$，所以，以PQ为直径的圆过定点$(0,\pm\sqrt{6})$.

21. 【答案】解：(1)$f'(x)=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}=\frac{\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})}{e^x}$

令$f'(x)>0$，则$0<x<\frac{\pi}{4}$;令$f'(x)<0$，则$\frac{\pi}{4}<x<\pi$

$\therefore f(x)$在$[0,\frac{\pi}{4}]$单调递增，在$[\frac{\pi}{4},\pi]$单调递减.

(2)令$g(x)=\frac{\sin x}{e^x}-kx$，有$g(0)=0$

当$k\le 0$时，$g(x)\ge 0$，不满足，所以$k>0, g'(x)=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}-k$

令$h(x)=g'(x)=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}-k$

$\therefore h'(x)=\frac{-2\cos x}{e^x}\le 0$在$[0,\frac{\pi}{2}]$恒成立，则$g'(x)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$单调递减

$g'(0)=1-k$，$g'(\frac{\pi}{2})=\frac{-1}{e^{\frac{\pi}{2}}}-k<0$

当$1-k\le 0$，即$k\ge 1$时，$g'(x)\le g'(0)\le 0$

$\therefore g(x)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$单调递减$\therefore g(x)\le g(0)=0$，满足题意

当$1-k>0$，即$k<1$时，因为$g'(x)$在$[0,\frac{\pi}{2}]$单调递减

$g'(0)=1-k>0; g'(\frac{\pi}{2})=\frac{-1}{e^{\frac{\pi}{2}}}-k<0$

$\therefore$存在唯一$x_0\in(0,\frac{\pi}{2})$，使得$g'(x_0)=0$, $\therefore g(x)$在$(0,x_0)$单调递增

$\therefore g(x_0)>g(0)=0$，不满足，舍去，综上：$k\ge 1$

22. 解：(1)由直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-t\\ y=\sqrt{3}-t\end{cases}$（$t$为参数），将$x=-t$代入$y=\sqrt{3}-t$中，

可得l：$x-y+\sqrt{3}=0$；曲线C_1的极坐标方程为$\rho=4\sin\theta$，所以有$\rho^2=4\rho\sin\theta$，即$x^2+y^2=4y$，

所以C_1：$x^2+(y-2)^2=4$.

(2) 把曲线C_1图象向下平移2个单位，然后横坐标不变，纵坐标压缩到原来的$\frac{1}{2}$，

可得C_2：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，可知$P\left(-\sqrt{3},0\right)$，所以$l$的标准参数方程为$\begin{cases} x=-\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$为参数），

代入$\frac{x^2}{4}+y^2=1$中，得$5t^2-2\sqrt{6}t-2=0$，设M，N对应参数为t_1，t_2，则t_1，t_2即为上述方程的两根

$t_1+t_2=\frac{2\sqrt{6}}{5}$，$t_1t_2=-\frac{2}{5}$，$\frac{1}{|PM|}+\frac{1}{|PN|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{|t_2|+|t_1|}{|t_1t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{t_1t_2}=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{\frac{24}{25}+\frac{8}{5}}}{\frac{2}{5}}=4$.

23. （1）因为$a=2$，所以$f(x)=|x+2|+|x-3|$，

当$x\geq 3$时，原不等式转化为$2x-1\geq 2x$，无解.

当$-2<x<3$时，原不等式转化为$5\geq 2x$，解得$-2<x\leq\frac{5}{2}$.

当$x\leq -2$时，原不等式转化为$-2x+1\geq 2x$，解得$x\leq -2$.

综上所述，原不等式的解集为$\left(-\infty,\frac{5}{2}\right]$；

（2）由已知可得$|x+a|+|x-3|\geq|a+3|$，由不等式$f(x)\leq\frac{1}{2}a+5$的解集非空，可得$|a+3|\leq\frac{1}{2}a+5$，

则$-\frac{1}{2}a-5\leq a+3\leq\frac{1}{2}a+5$，解得$-\frac{16}{3}\leq a\leq 4$，故$a$的取值范围为$\left[-\frac{16}{3},4\right]$.