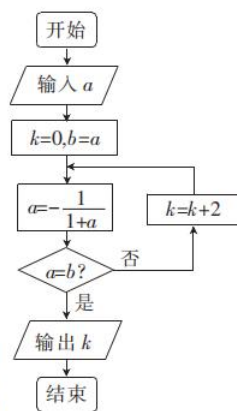


7. 若椭圆 $m^2x^2 + (m^2+1)y^2 = 1$ 的焦距大于 $\sqrt{2}$, 则 m 的取值范围是

- A. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
 B. $(-\frac{1}{2}, 0) \cup (0, \frac{1}{2})$
 C. $(-1, 1)$
 D. $(-1, 0) \cup (0, 1)$

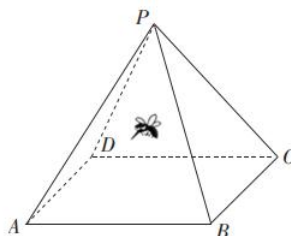
8. 执行如图所示的程序框图, 若输入的 $a=2$, 则输出的 $k=$

- A. 2
 B. 4
 C. 6
 D. 8



9. 如图, 一只小蚊子(可视为一个质点)在透明且密封的正四棱锥 $P-ABCD$ 容器内部随意飞行, $AB=10$ cm, $PA=5\sqrt{3}$ cm, 若某个时刻突然查看这只小蚊子, 则它到四边形 $ABCD$ 的中心的距离小于 2 cm 的概率为

- A. $\frac{4}{125}$
 B. $\frac{4\pi}{125}$
 C. $\frac{2}{25}$
 D. $\frac{8\pi}{125}$



10. 现有 17 匹善于奔驰的马, 它们从同一个起点出发, 测试它们一日可行的路程. 已知第 i ($i=1, 2, \dots, 16$) 匹马的日行路程是第 $i+1$ 匹马日行路程的 1.05 倍, 且第 16 匹马的日行路程为 315 里, 则这 17 匹马的日行路程之和约为(取 $1.05^{17} = 2.292$)

- A. 7750 里 B. 7752 里 C. 7754 里 D. 7756 里

11. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是双曲线 E 上一点,

$PF_2 \perp F_1F_2$, $\angle F_1PF_2$ 的平分线与 x 轴交于点 Q , $\frac{S_{\triangle PF_1Q}}{S_{\triangle PF_2Q}} = \frac{5}{3}$, 则双曲线 E 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. 2

12. 已知 $a = \log_{3.4} 3.5 + \log_{3.5} 3.4$, $b = \log_{3.5} 3.6 + \log_{3.6} 3.5$, $c = \log_{\pi} 3.7$, 则

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $b > c > a$

第 II 卷

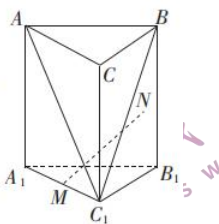
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 若奇函数 $f(x) = x^3 + (a-5)x^2 + ax$ ($x \in \mathbf{R}$), 则 $f(1) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

【高三数学 第 2 页(共 4 页)文科】

14. 若 $a > 1$, 则 $\sqrt{a} + \frac{9}{\sqrt{a}-1}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长是 2, 侧棱长是 $2\sqrt{5}$, M 为 A_1C_1 的中点, N 是侧面 BCC_1B_1 上一点, 且 $MN \parallel$ 平面 ABC_1 , 则线段 MN 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



16. 已知函数 $f(x) = \tan 2x$ 与 $g(x) = \sin(x - \frac{\pi}{6})$ 的图象在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的交点个数为 m , 直线 $x + y = 2$ 与 $f(x)$ 的图象在区间 $[0, \pi]$ 上的交点的个数为 n , 则 $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

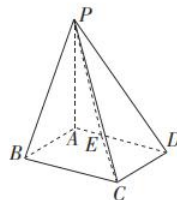
(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

如图, 在底面为矩形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$.

(1) 证明: 平面 $PAD \perp$ 平面 PCD .

(2) 若 $PA = AD = 3, AB = 1, E$ 在棱 AD 上, 且 $AD = 3AE$, 求四棱锥 $P-ABCE$ 的体积.



18. (12 分)

某地要举办一年一度为期一个月 (30 天) 的大型商业峰会, 一商店每天要订购相同数量的一种食品, 每个该食品的进价为 0.6 元, 售价为 1 元, 当天卖不完的食品按进价的半价退回, 食品按每箱 100 个包装. 根据往年的销售经验, 每天对该食品的需求量和当天到会的人数有关, 为了确定订购计划, 统计了往年的到会人数与需求量和到会人数与天数的有关数据如下:

到会人数/人	(8000, 9000]	(9000, 10000]	(10000, 11000]	(11000, 12000]	(12000, 13000]
需求量/箱	400	450	500	550	600

到会人数/人	(8000, 9000]	(9000, 10000]	(10000, 11000]	(11000, 12000]	(12000, 13000]
天数	5	6	8	7	4

以到会人数位于各区间的频率代替到会人数位于各区间的概率.

(1) 在商业峰会期间, 求该商店一天这种食品的需求量不超过 500 箱的概率;

(2) 设商业峰会期间一天这种食品的销售利润为 Y (单位: 元), 当商业峰会期间这种食品一天的进货量为 550 箱时, 写出 Y 的所有可能值, 并求 Y 不超过 15000 元的概率.

19. (12分)

已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$, 且 $a \cos B = 8 \sin A$.

(1) 求 A ;

(2) 求 $\sin A \sin B \sin C$ 的取值范围.

20. (12分)

已知 $x = -a$ 是函数 $f(x) = (x^2 + ax + b)e^x$ 的一个极值点.

(1) 证明: $a = b$.

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(3) 若 $a > 2$, $f(x)$ 的极大值为 M , 且 $M < \frac{ma^3 - 2a - 1}{e^a}$ 对 $a > 2$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

21. (12分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , A 是 C 上的动点, 点 $P(1, 1)$ 不在 C 上, 且 $|AF| + |AP|$ 的最小值为 2.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若直线 AP 与 C 交于另一点 B , 与直线 l 交于点 Q , 设 $\overrightarrow{QA} = \lambda \overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{QB} = \mu \overrightarrow{PB}$, 且 $\lambda + \mu = 4$, 求直线 l 的方程.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 M 的方程为 $y = \sqrt{-x^2 + 4x}$, 曲线 N 的方程为 $xy = 9$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系.

(1) 求曲线 M, N 的极坐标方程;

(2) 若射线 $l: \theta = \theta_0 (\rho \geq 0, 0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2})$ 与曲线 M 交于点 A (异于极点), 与曲线 N 交于点 B , 且 $|OA| \cdot |OB| = 12$, 求 θ_0 .

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |x - a - 1| + |x - 2a|$.

(1) 证明: 存在 $a \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) \geq 1$ 恒成立.

(2) 当 $x \in [2a, 4]$ 时, $f(x) \leq x + a$, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

