



合肥一中 2022-2023 学年高二年级下学期期末联考

数学试题

(考试时间:120 分钟满分:150 分)

注意事项:

1. 答题前, 务必在答题卡和答题卷规定的地方填写自己的姓名、准考证号和座位号后两位。
2. 答题时, 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。
3. 答题时, 必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卷上书写, 要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卷规定的位置给出, 确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束, 务必将答题卡和答题卷一并上交。

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 下列求导运算不正确的是 ()

A. $[\ln(x+1)]' = \frac{1}{x+1}$

B. $(3e^x)' = 3e^x$

C. $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x + \frac{1}{x^2}$

D. $\left(\frac{x}{\cos x}\right)' = \frac{\cos x - x \sin x}{(\cos x)^2}$

2. 某工厂利用随机数表对生产的 800 个零件进行抽样测试, 先将 800 个零件进行编号, 001, 002, ..., 799, 800。从中抽取 80 个样本, 下图提供随机数表的第 4 行到第 6 行, 若从表中第 5 行第 6 列开始向右读取数据, 则得到的第 6 个样本编号是 ()

32 21 18 34 29 78 64 54 07 32 52 42 06 44 38 12 23 43 56 77 35 78 90 56 42

84 42 12 53 31 34 57 86 07 36 25 30 07 32 86 23 45 78 89 07 23 68 96 08 04

32 56 78 08 43 67 89 53 55 77 34 89 94 83 75 22 53 55 78 32 45 77 89 23 45

A. 732 B. 328 C. 253 D. 007

3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_{12}}{12} - \frac{S_{10}}{10} = -2$ 则公差 $d =$ ()

A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

4. 袋中有大小相同质地均匀的 5 个黑球、3 个白球, 从中任取 2 个, 则可以作为随机变量的是 ()

- A. 至少取到 1 个黑球
B. 取到黑球的个数
C. 至多取到 1 个黑球
D. 取到的球的个数

高二年级下学期期末联考·数学 第1页(共4页) 省十联考



5. 某实验室针对某种新型病毒研发了一种疫苗,并在1000名志愿者身上进行了人体注射实验,发现注射疫苗的志愿者均产生了稳定的免疫应答,若这些志愿者的某免疫反应蛋白 M 的数值 X (单位: mg/L) 近似服从正态分布 $N(15, \sigma^2)$, 且 X 在区间 $(10, 20)$ 内的人数占总人数的 $\frac{19}{25}$, 则这些志愿者中免疫反应蛋白 M 的数值 X 不高于 20 的人数大约为 ()
- A. 120 B. 760 C. 880 D. 920
6. 某学习小组用计算机软件对一组数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, 3, \dots, 8)$ 进行回归分析, 甲同学首先求出经验回归方程 $\hat{y} = 2x + 5$, 样本点的中心为 $(2, m)$. 乙同学对甲的计算过程进行检查, 发现甲将数据 $(3, 7)$ 误输入成 $(7, 3)$, 数据 $(4, 6)$ 误输入成 $(4, -6)$, 将这两个数据修正后得到经验回归方程 $\hat{y} = \frac{13}{3}x + k$, 则实数 $k =$ ()
- A. -6 B. $-\frac{34}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{9}{2}$
7. 若数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 2, b_1 = 0, 2a_{n+1} = 3a_n + b_n + 2, 2b_{n+1} = a_n + 3b_n - 2$, 则 $a_{2024} + b_{2023} =$ ()
- A. $2 \cdot 3^{2023} + 1$ B. $3 \cdot 2^{2022} + 1$ C. $3 \cdot 2^{2023} + 1$ D. $3 \cdot 2^{2022} - 1$
8. 设实数 $m > 0$, 若对任意的 $x \in (1, +\infty)$, 不等式 $2e^{2mx} - \frac{\ln x}{m} \geq 0$ 恒成立, 则实数 m 的最小值为 ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2e}$ C. 1 D. $\frac{1}{e}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法中正确的是 ()
- A. 两个随机变量的线性相关性越强, 则相关系数 r 的绝对值越接近于 1
- B. $E(2X+3) = 2E(X)+3, D(2X+3) = 2D(X)$
- C. 用不同的模型拟合同一组数据, 则残差平方和越小的模型拟合的效果越好.
- D. 对分类变量 X 与 Y , 它们的随机变量 χ^2 的观测值 k 来说, k 越小, “ X 与 Y 有关系”的把握程度越大
10. 已知 n 为满足 $S = a + C_{27}^0 + C_{27}^1 + C_{27}^2 + C_{27}^3 + \dots + C_{27}^{27} (a \geq 3)$ 能被 9 整除的正整数 a 的最小值, 则 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中, 下列结论正确的是 ()
- A. 第 7 项系数最小 B. 第 6 项二项式系数最大
- C. 第 7 项二项式系数最大 D. 第 6 项系数最小
11. 我国南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法·商功》中出现了如图所示的形状, 后人称为“三角垛” (下图所示的是一个 4 层的三角垛). “三角垛”最上层有 1 个球, 第二层有 3 个球, 第三层有 6 个球, ..., 设第 n 层有 a_n 个球, 从上往下 n 层球的球的总数为 S_n , 则 ()

A. $a_n - a_{n-1} = n+1 (n \geq 2)$

B. $S_7 = 84$

C. $a_{99} = 4950$

D. $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2023}} = \frac{4044}{2023}$



12. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 对于任意实数 x , 都有 $f(-x) = e^{2x}f(x)$, 且满足

$$2f(x) + f'(x) = 2x + 1 - e^{-2x}, \text{ 则 } ()$$

- A. 函数 $F(x) = e^x f(x)$ 为偶函数
B. $f(0) = 0$
C. $f(x) = x(1 + e^{-2x})$
D. 不等式 $e^x f(x) + \frac{x}{e^x} > e$ 的解集为 $(1, +\infty)$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 函数 $f(x) = x \ln x$ 在点 $\left(\frac{1}{e}, f\left(\frac{1}{e}\right)\right)$ 处的切线方程为_____.

14. 学校开设了 4 门体育类选修课和 2 门艺术类选修课, 学生需从这 6 门课中选择 2 门课, 若学生甲随机选择, 则该生在第一门选择体育类选修课的条件下, 第二门选择艺术类选修课的概率为_____.

15. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$, 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_{2021} = m$, 则 $a_{2023} =$ _____ (用含 m 的式子表示)

16. 在中国革命史上有许多与“8”有关的可歌可泣的感人故事, 如“八子参军”、“八女投江”等, 因此数字“8”是当之无愧的新时代“英雄数字”. 如果一个四位数, 各个位置上数字之和等于 8, 这样的数称为“英雄数” (比如 $1223, 1+2+2+3=8$, 就是一个“英雄数”), 则所有的“英雄数”有_____个 (用数字回答)

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2b$ 在 $x = -1$ 处取得极大值 2.

(1) 求 a, b 的值; (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最值.

18. 某城市统计该地区人口流动情况, 随机抽取了 100 人了解他们端午节是否回老家, 得到如下不完整的 2×2 列联表:

	回老家	不回老家	总计
60 周岁及以下	5		60
60 周岁以上		25	
总计			100

(1) 完成以上 2×2 列联表;

(2) 根据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的 χ^2 独立性检验, 能否认为回老家过节与年龄有关?

$$\text{参考公式: } \chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d$$

参考数据:

$P(\chi^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828



19. 函数 $f(x) = e^x - \ln x$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数:

(1) 求 $f'(x)$ 的单调区间; (2) 证明: $f(x) > 2$.

20. 某商场为吸引顾客, 举办抽奖活动, 规则如下: 盒子中有形状、大小相同的 5 个球, 其中 2 个红球、3 个白球, 顾客每次从中随机抽取一个球, 并放回盒子中, 继续抽取, 若连续 2 次抽中红球则停止抽奖, 顾客获得 30 元优惠券; 若连续两次抽中白球则停止抽奖, 顾客获得 20 元优惠券; 若抽取 3 次未出现连续抽中相同颜色的球, 也停止抽取, 顾客获得 10 元优惠券. 某顾客参与抽奖活动.

(1) 求该顾客抽取 2 次结束抽奖的概率;

(2) 该顾客获得的优惠券金额为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

21. 设 $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{1}{2a_n + 1}, b_n = \left\lfloor \frac{2a_n + 2}{2a_n - 1} \right\rfloor, n \in \mathbb{N}^*$

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 通项公式;

(2) 若数列 $c_n = \frac{n+2}{n(n+1)b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

22. 过点 $A(1, 0)$ 作曲线 $C: y = x^m (x > 0, m > 1, m \in \mathbb{N}^*)$ 的切线, 切点为 B_1 , 设 B_1 在 x 轴上的投影是点 A_1 ;

又过点 A_1 作曲线 C 的切线, 切点为 B_2 , 设 B_2 在 x 轴上的投影是点 A_2 , ... 依次下去, 得到一系

列点 $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$, 点 B_n 横坐标为 a_n .

(1) 求 a_1, a_2 的值; (2) 求证: $a_n \geq 1 + \frac{n}{m-1}$.

高二年级下学期期末联考·数学 第4页(共4页) 省十联考



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服

务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

