

2020 届普通高中教育教学质量监测考试

全国 I 卷 文科数学

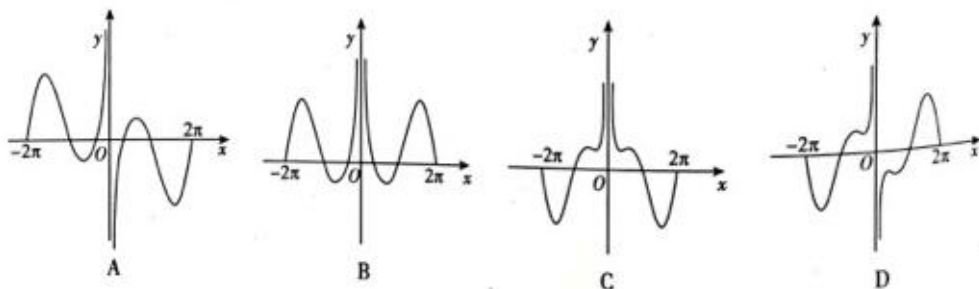
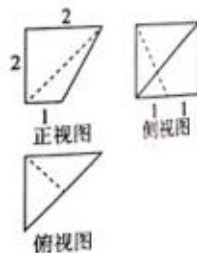
注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置。
3. 全部答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟。
5. 考试范围:必修 1,必修 2 第 1、2 章,必修 4,必修 5,选修 1-1 第 1、3 章,选修 1-2 第 1、3 章。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = \frac{1+i}{2i}$, 则复数 z 在复平面内对应点所在的象限为
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知集合 $A = \{x | x = 3k + 1, k \in \mathbb{N}\}$, $B = \{y | y = 4k - 1, k \in \mathbb{N}\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$
A. $\{7\}$ B. $\{1, 4, 7\}$ C. $\{1, 3, 7\}$ D. $\{1, 3, 4, 7\}$
3. 已知实数 $a > 0, b > 0$, 则“ $a > b > 1$ ”是“ $e^a + 2b > e^b + 2a$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 已知条件 P : ①是奇函数; ②值域为 \mathbb{R} ; ③函数图象经过第四象限. 则下列函数中满足条件 P 的是
A. $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ B. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ C. $f(x) = -x^{\frac{1}{2}}$ D. $f(x) = \sin x$
5. 已知角 θ 的终边过点 $P(\sin \alpha, \cos \alpha)$, 则 $\sin(\theta - \alpha) =$
A. $\cos 2\alpha$ B. $\cos 2\theta$ C. $\sin 2\alpha$ D. $\sin 2\theta$
6. 已知 $f(x) = \begin{cases} -\ln x, & x > 0 \\ x^3 - x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(2x - 3) \geq f(-1)$ 的解集为
A. $[-1, 2]$ B. $[1, 2]$
C. $[-1, 3]$ D. $(-1, 2)$
7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为
A. $\frac{10}{3}$ B. $\frac{8}{3}$
C. 2 D. $\frac{7}{3}$
8. 函数 $f(x) = x \sin x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{4\pi^2}$ 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上的大致图象为





9. 已知角 α, β 满足 $\sin(2\alpha + \beta) = 3\sin\beta$, 若 $\frac{1}{\tan\beta} - \frac{1}{\tan\alpha} = \lambda \tan\alpha$, 则实数 λ 的值为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
10. 定义: $\min\{a, b\}$ 表示 a, b 两数中较小的数. 例如: $\min\{2, 4\} = 2$. 已知 $f(x) = \min\{-x^2, -x-2\}$, $g(x) = 2^x + x + m$ ($m \in \mathbb{R}$), 若对任意 $x_1 \in [-2, 0]$, 存在 $x_2 \in [1, 2]$, 都有 $f(x_1) \leq g(x_2)$ 成立, 则 m 的取值范围为
A. $[-4, +\infty)$ B. $[-6, +\infty)$
C. $[-7, +\infty)$ D. $[-10, +\infty)$
11. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) - \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x)$ 的最小正周期为 π , $x = \frac{\pi}{3}$ 为函数 $g(x)$ 的一条对称轴, 则函数 $g(x)$ 的一个增区间为
A. $(0, \frac{\pi}{6})$ B. $(\frac{\pi}{2}, \pi)$
C. $(\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6})$ D. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$
12. 已知函数 $f(x) = x - \ln x + m$ ($m \in \mathbb{R}$), 若 $f(x)$ 有两个零点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 下列选项中不正确的是
A. $m < -1$ B. $e^{x_1 - x_2} = \frac{x_1}{x_2}$
C. $0 < x_1 < 1$ D. $x_1 + x_2 \leq 2$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分.

13. 已知 $f(x) = x \ln x + x$, 则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 _____.

14. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x + y - 2 \geq 0 \\ 4x - y - 4 \leq 0 \end{cases}$, 存在可行解 (x, y) 满足 $mx - y - 6m = 0$, 则实数 m 的最小值为 _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 1, 2S_n = a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

16. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 已知 $PA \perp BC, PB \perp AC, PA = PB = PC = 2AB = 4$, 则三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 _____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知平面向量 $a = (1, 2), b = (k, 3)$ ($k \in \mathbb{R}$).

(1) 若 $a \parallel b$, 求 k 的值;

(2) 若 $a \perp b$, 求向量 $a+b$ 与 b 夹角的余弦值.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)$ 为定义在 \mathbb{R} 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = |e^{-x} - m|$, $m \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $m = \frac{1}{2}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $g(x) = f(x) - \frac{1}{4}$ 有两个零点, 求实数 m 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_n > 0$, $a_1 = 1$, $a_n = a_{n+1}(2a_n + 1)$ ($n \in \mathbb{N}^+$).

(1) 求证: $\{\frac{1}{a_n}\}$ 为等差数列, 并求出 a_n ;

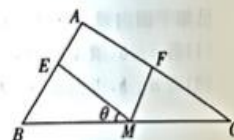
(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_{n+1}(n^2 + n)}$ ($n \in \mathbb{N}^+$), 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若不等式 $S_n \geq \frac{999}{1000}$ 成立, 求正整数 n 的最小值.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 1$, $BC = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$, M 为 BC 中点, E, F 分别为线段 AB, AC 上动点 (不包括端点), 记 $\angle EMB = \theta \in (0, \frac{\pi}{3})$.

(1) 当 $\theta = 45^\circ$ 时, 求 $\triangle BEM$ 的面积;

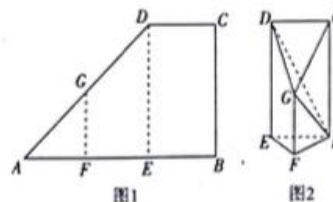
(2) 当 $EM \perp FM$ 时, 求证: 当 θ 变化时, 恒有 $EM = \sqrt{3}FM$.



21. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AB 的三等分点, $FG \parallel BC, ED \parallel BC, AB=3, BC=2$, 若沿着 FG, ED 折叠使得点 A 和点 B 重合, 如图 2 所示, 连结 GC, BD .

- (1) 求证: 平面 $GBD \perp$ 平面 $BCDE$;
- (2) 求点 E 到平面 CDG 的距离.



22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x + \cos x - ax (a \in \mathbb{R})$.

- (1) 当 $a=0$ 时, 讨论 $f(x)$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上零点个数;
- (2) 若当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) \geq 2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2019-2020 学年高三月考试题及参考答案（更新下载中），点击链接获得

<http://www.zizzs.com/c/201910/39637.html>