2022—2023 学年度第二学期期末质量检测

高二理科数学

考生注意：本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟。请将答案填写在答题卡相对应的位置。

第Ⅰ卷（选择题　共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知 i 是虚数单位，则 $\dfrac{2i}{1+i}$ 等于

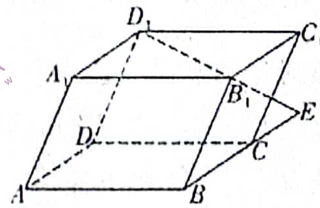
A．$1+i$　　B．$1-i$　　C．$-1-i$　　D．$-1+i$

2．用分析法证明：要使① $A>B$，只需② $C<D$，这里①是②的

A．充分条件　　B．必要条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．如图，在平行六面体（底面为平行四边形的四棱柱）$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 BC 延长线上一点，$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{CE}$，则 $\overrightarrow{D_1E}=$



A．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

B．$\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

C．$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

D．$\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AA_1}$

4．“$3n+1$猜想”又称“角谷猜想”、“克拉茨猜想”、“冰雹猜想”，它是指对于任意一个正整数 n，如果 n 是偶数，就将它减半；如果 n 是奇数，就将它乘 3 加 1，不断重复这样的运算，经过有限步后，最终总能够得到 1．已知正整数数列 $\{a_n\}$ 满足上述变换规则，即：

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{1}{2}a_n, & a_n\text{是偶数}\\ 3a_n+1, & a_n\text{是奇数}\end{cases}\left(n\in \mathbf{N}^*\right)．若 a_5=1，则 a_1=$$

A．1　　B．2　　C．3　　D．16

5．动点 $P(x,y)$ 到点 $F(3,0)$ 的距离比它到直线 $x+2=0$ 的距离大 1，则动点 P 的轨迹是

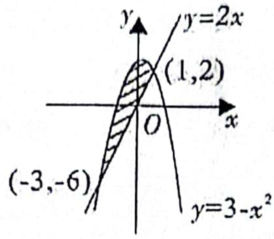
A．椭圆　　B．双曲线

C．双曲线的一支　　D．抛物线

6．设双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{7}$，则 C 的渐近线方程为

A．$y=\pm\sqrt{5}x$　　B．$y=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}x$　　C．$y=\pm\sqrt{6}x$　　D．$y=\pm\frac{\sqrt{6}}{6}x$

7．如图，阴影部分的面积是



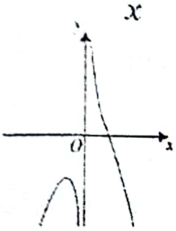
A．$2\sqrt{3}$

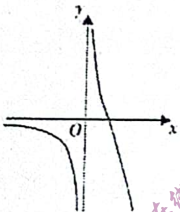
B．$2-\sqrt{3}$

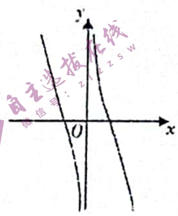
C．$\frac{32}{3}$

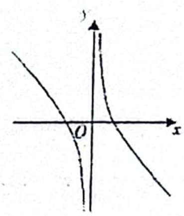
D．$\frac{35}{3}$

8．函数 $y=\frac{1}{x}-x^2$ 的图象大致是

A．

B．

C．

D．

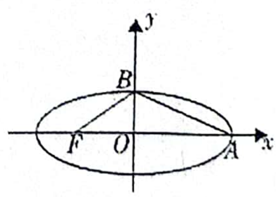
9．王老师是高三的班主任，为了更好地督促班上的学生完成作业，王老师特地组建了一个学习小组的钉钉群，群的成员由学生、家长、老师共同组成．已知该钉钉群中男学生人数多于女学生人数，女学生人数多于家长人数，家长人数多于教师人数，教师人数的两倍多于男学生人数．则该钉钉群人数的最小值为

A．18　　B．20　　C．22　　D．28

10．已知 $k<0$，直线 $y=k(x-2)$ 与曲线 $y=x-2\ln x$ 相切，则 k=

A．$-\frac{1}{2}$　　B．-1　　C．-2　　D．$-e$

11．如图，椭圆中心在坐标原点，F 为左焦点，当 $\overline{FB}\perp\overline{AB}$ 时，其离心率为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，此类椭圆被称为"黄金椭圆"．类比"黄金椭圆"，可推算出"黄金双曲线"的离心率 e=



A．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

B．$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

C．$\sqrt{5}-1$

D．$\sqrt{5}+1$

12．已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}-mx$（e 为自然对数的底数），若 $f(x)<0$ 在 $(0,+\infty)$ 上有解，则实数 m 的取值范围是

A. $(e,+\infty)$　　B. $(-\infty,e)$　　C. $\left(\frac{e^2}{4},+\infty\right)$　　D. $\left(-\infty,\frac{e^2}{4}\right)$

第II卷（非选择题　共90分）

二、填空题（本大题共4个小题，每小题5分，共20分）

13．命题“$\forall x\in R$，$\sin x\leq 1$”的否定是“________”．

14．北京冬奥会短道速滑队组织甲、乙、丙等6名队员参加选拔赛，已知比赛结果没有并列名次，记“甲得第一名”为p，“乙得第一名”为q，“丙得第一名”为r，若$p\vee q$是真命题，$(\neg p)\vee r$是真命题，则得第一名的是________．

15．已知空间向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$两两夹角均为60°，其模均为1，则$|\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}|=$________．

16．设F_1，F_2为双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$的两个焦点，点$P$在双曲线上，且满足$PF_1\perp PF_2$，则$\triangle F_1PF_2$的面积是________．

三、解答题（本大题共6个小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分10分）已知复数$z=\frac{2+4mi}{1-i}$（$m\in R$，i是虚数单位）．

（1）若z是纯虚数，求m的值；

（2）设$\bar{z}$是z的共轭复数，复数$\bar{z}+2z$在复平面上对应的点在第一象限，求m的取值范围．

18．（本小题满分12分）计算：$\sqrt{2}-1\approx 0.414$，$\sqrt{3}-\sqrt{2}\approx 0.318$；所以$\sqrt{2}-1>\sqrt{3}-\sqrt{2}$；又计算：$\sqrt{5}-2\approx 0.236$，$\sqrt{6}-\sqrt{5}\approx 0.213$，$\sqrt{7}-\sqrt{6}\approx 0.196$；所以$\sqrt{5}-2>\sqrt{6}-\sqrt{5}$，$\sqrt{6}-\sqrt{5}>\sqrt{7}-\sqrt{6}$．

（1）分析以上结论，试写出一个一般性的命题；

（2）判断该命题的真假，若为真，请用分析法给出证明；若为假，请说明理由．

19．（本小题满分 12 分）已知数列$\{a_n\}$中$a_1=2$，$a_n=\dfrac{a_{n-1}}{2a_{n-1}+1}(n\geqslant2)$．

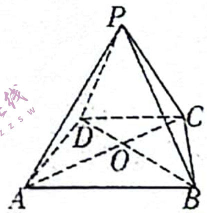
（1）求a_2，a_3，a_4的值；

（2）猜测a_n的表达式，并用数学归纳法证明．

20．（本小题满分 12 分）已知四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是等腰梯形，$AB//CD$，$AC\cap BD=O$，$AO=2OC=2$，$PA=PB=AB=2\sqrt{2}$，$AC\perp PB$．

(1)证明：平面$PBD\perp$平面$ABCD$；

(2)求二面角$A-PD-B$的余弦值．



21．（本小题满分 12 分）已知椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{3}=1(a>\sqrt{3})$的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

(1)求椭圆C的方程；

(2)若直线l经过C的左焦点F_1且与C相交于B、D两点，以线段BD为直径的圆经过椭圆C的右焦点F_2，求l的方程．

22．（本小题满分 12 分）已知函数$f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-a\ln x(a\in\mathrm{R})$．

(1)求$f(x)$的单调区间；

(2)当$x>1$时，$\dfrac{1}{2}x^2+\ln x<\dfrac{2}{3}x^3$是否恒成立，并说明理由．