中学生标准学术能力诊断性测试 2020 年 1 月测试

文科数学试卷（一卷）

本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $U=N, A=\{x|x=2n, n\in N\}, B=\{x|1<x\le 6, n\in N\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$

A．$\{2,3,4,5,6\}$　　B．$\{2,4,6\}$　　C．$\{1,3,5\}$　　D．$\{3,5\}$

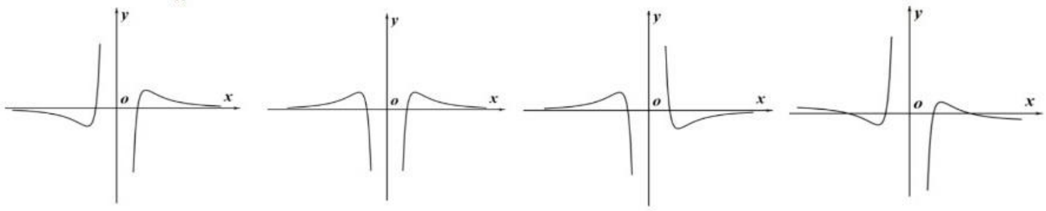
2．复数 $z=(1-mi)^2$（i 为虚数单位）为纯虚数，则实数 $m=$

A．± 1　　B．-1　　C．1　　D．0

3．以双曲线 $\frac{y^2}{3}-x^2=1$ 的顶点为焦点，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的椭圆的标准方程为

A．$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　B．$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$　　C．$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$　　D．$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{9}=1$

4．函数 $f(x)=\frac{\ln|x|}{x^3}$ 的部分图像是



A　　B　　C　　D

5．已知 $\alpha\in(0,\pi)$，$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{5}$，则 $\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$

A．$\frac{24}{25}$　　B．$-\frac{24}{25}$　　C．$\frac{7}{25}$　　D．$-\frac{7}{25}$

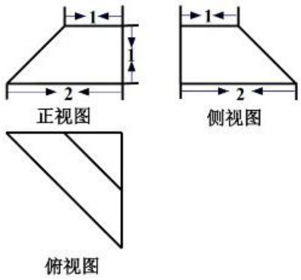
6．点 P,Q 在圆 $x^2+y^2+kx-4y+3=0$ 上（$k\in\mathbf{R}$），且点 P,Q 关于直线 $2x+y=0$ 对称，则该圆的半径为

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．1　　D．$2\sqrt{2}$

7．已知函数 $f(x)=x^3-x$ 和点 $P(1,-1)$，则过点 P 与该函数图像相切的直线条数为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

8．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积是



A．$\dfrac{7}{2}\text{cm}^3$

B．$\dfrac{7}{3}\text{cm}^3$

C．$\dfrac{7}{6}\text{cm}^3$

D．7cm^3

9．已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，前 n 项和为 S_n，则“$2a_3>a_1+a_5$”是“$S_{2n-1}<0$”的

A．必要不充分条件　　B．充分不必要条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

10．在 $\triangle OAB$ 中，已知 $|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{2},|\overrightarrow{AB}|=1,\angle AOB=45^\circ$，点 P 满足 $\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，其中 λ,μ 满足 $2\lambda+\mu=3$，则 $|\overrightarrow{OP}|$ 的最小值为

A．$\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

11．边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 和有一内角为 30° 的直角 $\triangle ABC_1$ 所在半平面构成 60° 的二面角，则下列不可能是线段 CC_1 的取值的是

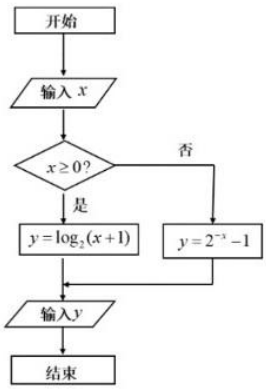
A．$\dfrac{\sqrt{30}}{3}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{10}}{3}$

12．已知不等式 $x+a\ln x+\dfrac{1}{e^x}\ge x^a$ 对 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立，则实数 a 的最小值为

A．$-\sqrt{e}$　　B．$-\dfrac{e}{2}$　　C．$-e$　　D．$-2e$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．如图所示的程序框图的输出值 $y\in(0,1]$，则输入值 $x\in$________．

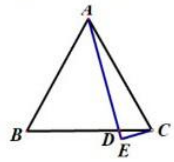


（第 13 题图）

14．在△ABC 中，$2b\sin A=a\cos(B-\dfrac{\pi}{6}),b=2$，若满足条件的△$ABC$ 有且仅有一个，则实数 a 的取值范围是________．

15．过点 $P(1,1)$ 作直线 l 与双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{2}=\lambda$ 交于 A,B 两点，若点 P 恰为线段 AB 的中点，则实数 λ 的取值范围是________．

16．如图，正三角形 ABC 边长为 2，D 是线段 BC 上一点，过 C 点作直线 AD 的垂线，交线段 AD 的延长线于点 E，则 $|AD|\cdot|DE|$ 的最大值为________．



（第 16 题图）

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每道试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：60 分．

17．（12 分）根据某省的高考改革方案，考生应在 3 门理科学科（物理、化学、生物）和 3 门文科学科（历史、政治、地理）的 6 门学科中选择 3 门学科参加考试。根据以往统计资料，1 位同学选择生物的概率为 0.5，选择物理但不选择生物的概率为 0.2，考生选择各门学科是相互独立的．

（1）求 1 位考生至少选择生物、物理两门学科中的 1 门的概率；

（2）某校高二段 400 名学生中，选择生物但不选择物理的人数为 140，求 1 位考生同时选择生物、物理两门学科的概率．

18．（12 分）设数列 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列，其前 n 项和为 $S_n,a_1=1$．若 a_1,a_2,a_5 成等比数列．

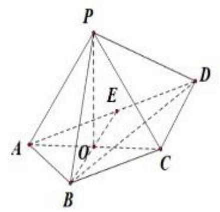
（1）求 a_n 及 S_n；　　　（2）设 $b_n=\dfrac{1}{a_{n+1}{}^2-1}\ (n\in N^*)$，求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和 T_n．

19．（12 分）如图，四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$AP\perp$平面 $PCD,AD//BC$，$\angle DAB=\dfrac{\pi}{2}$，

$AP=AB=BC=\frac{1}{2}AD$，E 为 AD 的中点，AC 与 BE 相交于点 O．

（1）求证：$PO\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）求 AB 与平面 PBD 所成角 θ 的正弦值．



（第 19 题图）

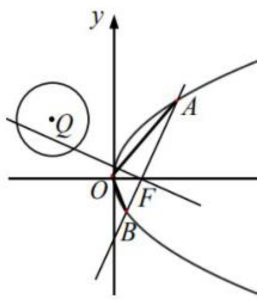
20．（12 分）已知 $f(x)=\ln x$，$g(x)=\sqrt{x}$．

（1）若 $f(x)+\frac{a}{g(x)}\geq g(x)$ 在 $(0,1]$ 恒成立，求实数 a 的取值范围；

（2）若 $m,n>0,m+n=1$，求证 $f(m)f(n)-[g(m)]^2[g(n)]^2<\frac{1}{4}$．

21．（12 分）如图，已知圆 $Q:(x+2)^2+(y-2)^2=1$，抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F，过 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A,B 两点，过 F 且与 l 垂直的直线 l' 与圆 Q 有交点．

（1）求直线 l' 的斜率的取值范围；　（2）求 $\triangle AOB$ 面积的取值范围．



（第 21 题图）

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22,23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请写清题号．

22．[选修 4−4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+2\cos\alpha\\ y=-\sqrt{3}+2\sin\alpha\end{cases}$（其中 α 为参数,$\alpha\in\mathbf{R}$）．在极坐标系（以坐标原点 O 为极点，以 x 轴非负半轴为极轴）中，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=a$．

（1）求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）若曲线 C_1 上恰有一个点到曲线 C_2 的距离为 1，求曲线 C_2 的直角坐标方程．

23．[选修 4−5：不等式选讲]（10 分）

（1）解不等式 $|x+1|-|2x-5|+\sqrt{3-2\sqrt{2}}>0$；　（2）求函数 $y=3\sqrt{2x-4}+2\sqrt{3-x}$ 的最大值．

和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注