

2022—2023 学年度上学期高三年级六调考试

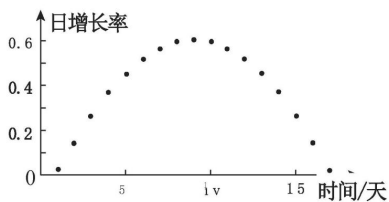
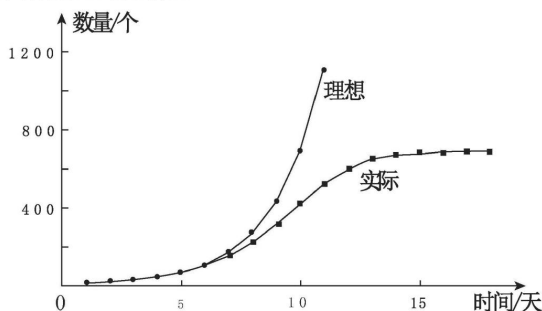
理科数学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。共4页,总分150分,考试时间120分钟。

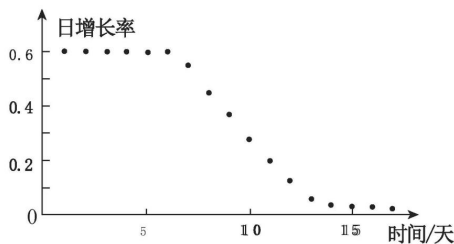
第Ⅰ卷(选择题 共60分)

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

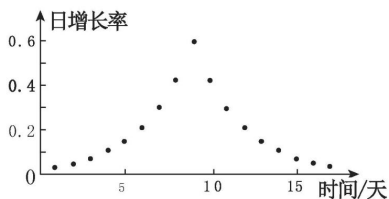
1. 已知集合 $A = \{x | 2 < x < 5\}$, $B = \{x | \log_3 x > 1\}$, 则 $A \cup B =$
A. $(3, 5)$ B. $(2, 5)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(0, 5)$
2. 已知复数 z 满足 $\frac{\bar{z}+i}{z-1-i} = 2$, 则 $|z| =$
A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. 5
3. 数列 $\{a_n\}$ 表示第 n 天午时某种细菌的数量. 细菌在理想条件下第 n 天的日增长率 $r_n = 0.6$ ($r_n = \frac{a_{n+1} - a_n}{a_n}, n \in \mathbb{N}^*$). 当这种细菌在实际条件下生长时, 其日增长率 r_n 会发生变化. 下图描述了细菌在理想和实际两种状态下细菌数量 Q 随时间的变化规律. 对这种细菌在实际条件下日增长率 r_n 的规律描述正确的是



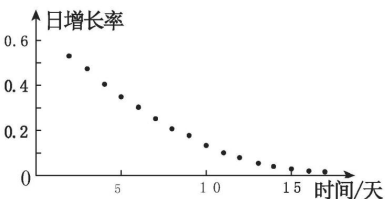
A



B



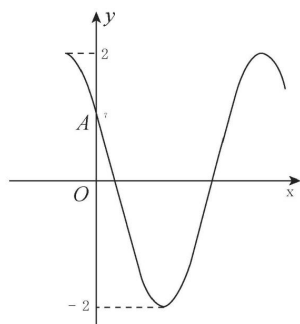
C



D

4. 将函数 $f(x) = 2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位长度后, 所得函数图象如图所示, 则 φ 的最小值为

- A. $\frac{\pi}{12}$
B. $\frac{\pi}{6}$
C. $\frac{5\pi}{12}$
D. $\frac{5\pi}{6}$



5. 已知 A, B 为圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$ 上的两个动点, P 为弦 AB 的中点. 若 $\angle ACB = 90^\circ$, 则点 P 的轨迹方程为

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{4}$
B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{4}$
D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 1$

6. 已知 $\sin 2\alpha - m \cos 2\alpha = 1 \left(\alpha \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \right)$, 则 $\tan \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) =$

- A. $-\frac{1}{m}$
B. $\frac{1}{m}$
C. $-m$
D. m

7. 若椭圆 $E: x^2 + \frac{y^2}{1-m^2} = 1 (0 < m < 1)$ 上存在点 P , 满足 $|OP| = m$ (O 为坐标原点), 则 E 的离心率的取值范围为

- A. $\left(0, \frac{1}{2}\right]$
B. $\left[\frac{1}{2}, 1\right)$
C. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
D. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$

8. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, +\infty)$ 上单调递增, 若 $f(2) = 0$, 且函数 $f(x-1)$ 为偶函数, 则不等式 $xf(x) > 0$ 的解集为

- A. $(2, +\infty)$
B. $(-4, -1) \cup (0, +\infty)$
C. $(-4, +\infty)$
D. $(-4, 0) \cup (2, +\infty)$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 以 OF (O 为坐标原点) 为直径的圆与

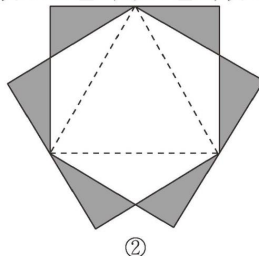
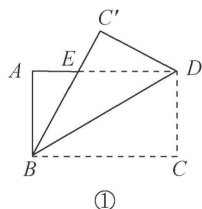
C 的渐近线分别交于 A, B 两点 (异于点 O). 若 $|AB| = \frac{2\sqrt{6}}{3}a$, 则 C 的离心率为

- A. $\sqrt{3}$
B. 2
C. $\sqrt{5}$
D. $\sqrt{6}$

10. 某校计划举办冬季运动会, 并在全校师生中征集此次运动会的会徽. 某学生设计的《冬日雪花》脱颖而出, 它的设计灵感来自三个全等的矩形的折叠拼凑. 已知其中一块矩形材料如图

①所示, 将 $\triangle BCD$ 沿 BD 折叠, 折叠后 BC 交 AD 于点 E , $BD = \sqrt{5}$ cm, $\cos \angle BED = -\frac{3}{5}$.

现需要对会徽的六个直角三角形 (图②阴影部分) 上色, 则上色部分的面积为

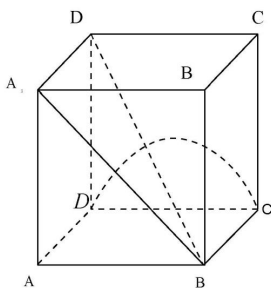


- A. $\frac{9}{4} \text{ cm}^2$
B. $\frac{5}{4} \text{ cm}^2$
C. $\frac{3}{5} \text{ cm}^2$
D. 1 cm^2

11. 若直线 $y = 2x$ 与曲线 $y = a \ln x + 2$ 相切, 则 $a =$

- A. 1
B. 2
C. e
D. e^2

- D. 4



$P(K^2 \geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024

18. (12 分)

已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n , 若 $a_1=2, T_n=a_{\frac{n}{2}+1}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

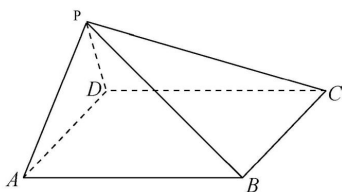
(2) 记 $S_n=na_1+(n-1)a_2+(n-2)a_3+\cdots+2a_{n-1}+a_n$, 求 S_n .

19. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle PAD$ 为等边三角形, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle PAB=\angle PDC$.

(1) 证明: 四边形 $ABCD$ 为矩形;

(2) 若 $PA=AB=2$, 当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大时, 求直线 PB 与平面 PDC 所成角的正弦值.



20. (12 分)

已知抛物线 $C: y^2=8x$, 过点 $(2,0)$ 作直线 l_1 与 C 交于 A, B 两点, 过点 $(4,0)$ 作直线 l_2 与 C 交于 M, N 两点, 当直线 l_1, l_2, AM, BN 的斜率存在且不为 0 时, 将其分别记为 k_1, k_2, k_3, k_4 .

(1) 证明: $\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{k_3} + \frac{1}{k_4}$;

(2) 若 $l_1 \parallel l_2, S_{\triangle AMN} = \lambda S_{\triangle ABM}$, 求 λ 的取值范围.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=(x-2)e^x-ax+a\ln x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a=-1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a < e$ 时, 讨论 $f(x)$ 的零点个数.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}t, \\ y=\sqrt{1-t^2} \end{cases} (t \text{ 为参数})$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}$.

点, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 在极坐标系中, 射线 $\theta = \frac{\pi}{6} (\rho \geq 0)$ 与曲线 C_1 交于点 A , 射线 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \geq 0)$ 与曲线 C_2 交

于点 B , 求 $\triangle AOB$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知函数 $f(x)=x|x+a|+2x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $a=-2$ 时, 解不等式 $f(x)>3$;

(2) 若 $f(x)<2x+1$ 对任意的 $x \in \left[\frac{1}{2}, 2 \right]$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线