2021—2022 学年高中毕业班阶段性测试(一)

文科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U=\{0,1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{1,3,5\}$,则$\complement_U(A\cap B)=$

A. $\varnothing$　　B. $\{0\}$　　C. $\{0,2,4\}$　　D. $\{0,2,4,5\}$

2. 复数 z 满足 $(2+\mathrm{i})z=\mathrm{i}-3$,则 $|z|=$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

3. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x},x\geqslant 0,\\ 2^x,x<0,\end{cases}$ 则 $f(f(-4))=$

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. 4

4. 已知 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{3}$,则 $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)=$

A. $-\frac{1}{9}$　　B. $\frac{1}{9}$　　C. $-\frac{2}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

5. 为了研究某班男生的体重 y 与身高 x 的关系,随机调查了该班部分男生的体重与身高数据,根据散点图可以看出 y 与 x 线性相关.当体重单位为“kg”,身高单位为“m”时,得到的回归方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,当体重单位为“kg”,身高单位为“cm”时,得到的回归方程为 $\hat{y}=\hat{d}x+\hat{c}$.则

A. $\hat{b}=\hat{d},\hat{c}=\hat{a}$　　B. $\hat{b}=100\hat{d},\hat{c}=\hat{a}$

C. $\hat{b}=\hat{d},\hat{c}=100\hat{a}$　　D. $\hat{b}=100\hat{d},\hat{c}=100\hat{a}$

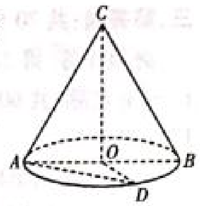
6. 已知命题 p 是“若 $\tan\alpha=1$,则 $\alpha=\frac{\pi}{4}$”的否命题,命题 q 为“$\exists x\in\mathbf{R},2^x<0$”,则下列命题中,假命题是

A. $p\vee q$　　B. $\neg p\wedge\neg q$　　C. $p\vee\neg q$　　D. $p\wedge\neg q$

7. 已知非常数函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)f(x)=1(x\in\mathbf{R})$,则下列函数中,不是奇函数的为

A. $\frac{f(x)-1}{f(x)+1}$　　B. $\frac{f(x)+1}{f(x)-1}$　　C. $f(x)-\frac{1}{f(x)}$　　D. $f(x)+\frac{1}{f(x)}$

8. 如图，圆锥的底面直径 $AB=2$，其侧面展开图为半圆，底面圆的弦 $AD=\sqrt{3}$，则异面直线 AD 与 BC 所成的角的余弦值为



A. 0　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

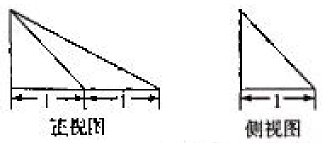
9. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 π，将其图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后对应的函数为偶函数，则 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

10. 在直角三角形 ABC 中，$A=\frac{\pi}{2}$，$AB=1$，$AC=2$，点 Q 在线段 AB 上且 $\overrightarrow{AQ}=\lambda\overrightarrow{AB}$，点 P 满足 $\overrightarrow{CP}=(2-\lambda)\overrightarrow{CB}$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CQ}$ 的最大值为

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 5

11. 一个三棱锥与一个四棱锥的正视图与侧视图均是如图所示的图形，则三棱锥与四棱锥的体积之比的最小值为



A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

12. 抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过点 $A(4,\sqrt{6})$ 且平行于 x 轴的直线与线段 AF 的中垂线交于点 M，若点 M 在抛物线 C 上，则 $|MF|=$

A. $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$　　C. 1 或 3　　D. 2 或 4

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{m}=1(m>0)$ 的离心率为 2，则 $m=$__________.

14. 已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geq 4,\\ x-y\geq 0,\\ x\leq 4,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最小值为__________.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，已知 $a=3$，$c=7$，$A+B=\frac{C}{2}$，则 $\sin B=$__________.

16. 已知关于 x 的方程 $|\log_2 x|=t(t>0)$ 有两个实根 $m,n(m>n)$，则下列不等式中正确的有__________.（填写所有正确结论的序号）

①$m^2+n^2\geq 2\sqrt{2}(m-n)$；②$m^2+n^2\leq 2\sqrt{2}(m-n)$；

③$m^2-n^2\geq 2\sqrt{2}(m-n)$；④$m^2-n^2\leq 2\sqrt{2}(m-n)$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17 ~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

某职业培训学校现有六个专业,往年每年各专业的招生人数和就业率(直接就业的学生人数与招生人数的比值)统计如下表:

专业	机电维修	艺术舞蹈	汽车美容	餐饮	电脑技术	美容美发
招生人数	100	100	300	200	800	500
就业率	100%	70%	90%	80%	50%	80%

(Ⅰ)从该校往年的学生中随机抽取 1 人,求该生是"餐饮"专业且直接就业的概率;

(Ⅱ)为适应人才市场的需求,该校决定明年将"电脑技术"专业的招生人数减少 $m(0<m\leqslant 400)$,将"机电维修"专业的招生人数增加$\frac{m}{3}$,假设"电脑技术"专业的直接就业人数不变,"机电维修"专业的就业率不变,其他专业的招生人数和就业率都不变,要使招生人数调整后全校整体的就业率比往年提高 5 个百分点,求 m 的值.

18. (12 分)

已知在数列$\{a_n\}$中,$a_1=1,a_2=3$,且当 $n\geqslant 2$ 时,$a_{n+1}=4(a_n-a_{n-1})$.

(Ⅰ)证明:$\{a_{n+1}-2a_n\}$是等比数列;

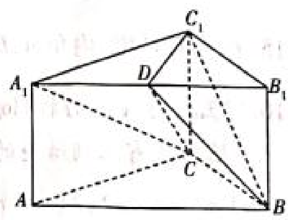
(Ⅱ)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

19. (12 分)

如图,在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,D 为棱 A_1B_1 的中点.

(Ⅰ)证明:A_1C//平面 BC_1D;

(Ⅱ)若 $C_1D\perp A_1B_1$,且 $C_1D=\frac{1}{2}A_1B_1$,$AC=\sqrt{2}$,$AA_1=1$,求点 A 到平面 BCD 的距离.



20. (12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点 A 与下顶点 B 在直线 $l:x-2y+1=0$ 的两侧,且点 B 到 l 的距离是 A 到 l 的距离的 3 倍.

(Ⅰ)求 b 的值;

(Ⅱ)设 C 与 l 交于 P,Q 两点,求证:直线 BP 与 BQ 的斜率之和为定值.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=4x^2+2(1-2a)x-a\ln x,a\neq0$.

(Ⅰ)若 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点,求 a 的值并说明 $x=2$ 是极大值点还是极小值点;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 有两个不同的零点,求 a 的最小整数值.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22. **[选修 4-4:坐标系与参数方程]**(10 分)

在直角坐标系 xOy 中,圆 C 的圆心坐标为(2,0),以坐标原点 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,点 M 的极坐标为 $\left(\sqrt{3},\frac{\pi}{6}\right)$,且过 M 点只能作一条圆 C 的切线.

(Ⅰ)求圆 C 的极坐标方程;

(Ⅱ)直线 $\theta=\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2},\rho\in\mathbf{R}\right)$ 和圆 C 相交于两点 A,B,若 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}$,求 $\cos\alpha$.

23. **[选修 4-5:不等式选讲]**(10 分)

已知函数 $f(x)=|2x+1|-|x-a|(a\in\mathbf{R})$.

(Ⅰ)若 $a=1$,解不等式 $f(x)<2$;

(Ⅱ)若 $f(x)>-1$ 恒成立,求 a 的取值范围.

2021—2022 学年高中毕业班阶段性测试(一)

文科数学·答案

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

1. D	2. B	3. A	4. A	5. B	6. B
7. D	8. C	9. D	10. C	11. B	12. A

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 3　　　　14. 6

15. $\frac{5\sqrt{3}}{14}$　　　　16. ①

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **解析**　(Ⅰ)该校往年每年的招生人数为 $100+100+300+200+800+500=2\ 000$,

“餐饮”专业直接就业的学生人数为 $200\times0.8=160$,

所以所求的概率为 $\frac{160}{2\ 000}=0.08$. ………………(4 分)

(Ⅱ)往年各专业直接就业的人数分别为 100,70,270,160,400,400,

往年全校整体的就业率为 $\frac{100+70+270+160+400+400}{2\ 000}\times100\%=70\%$,………………(7 分)

招生人数调整后全校整体的就业率为 $\frac{100+\frac{m}{3}+70+270+160+400+400}{2\ 000-\frac{2m}{3}}\times100\%=75\%$,………………(10 分)

解得 $m=120$. ………………(12 分)

18. **解析**　(Ⅰ)当 $n\geqslant2$ 时,由 $a_{n+1}=4(a_n-a_{n-1})$ 得 $a_{n+1}-2a_n=2(a_n-2a_{n-1})$,………………(2 分)

又因为 $a_2-2a_1=1$,………………(3 分)

所以 $\{a_{n+1}-2a_n\}$ 是以 1 为首项,2 为公比的等比数列. ………………(4 分)

(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $a_{n+1}-2a_n=2^{n-1}$,………………(6 分)

等式两边同时除以 2^n 得 $\frac{a_{n+1}}{2^n}-\frac{a_n}{2^{n-1}}=\frac{1}{2}$,

又因为 $\frac{a_1}{2^0}=1$,所以 $\left\{\frac{a_n}{2^{n-1}}\right\}$ 是以 1 为首项,$\frac{1}{2}$ 为公差的等差数列,………………(9 分)

所以 $\frac{a_n}{2^{n-1}}=1+\frac{n-1}{2}=\frac{n+1}{2}$,………………(11 分)

所以 $a_n=(n+1)\times2^{n-2}$. ………………(12 分)

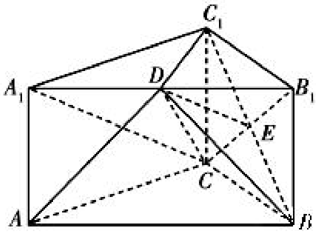
19. **解析**　(Ⅰ)如图,连接 B_1C 与 BC_1 交于点 E,连接 DE. ………………(1 分)

在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 BCC_1B_1 是矩形,所以 E 是 B_1C 的中点,

又因为 D 为 A_1B_1 的中点,所以 $DE//A_1C$,………………(3 分)

因为 $A_1C\not\subset$ 平面 BC_1D,$DE\subset$ 平面 BC_1D,

所以 $A_1C//$ 平面 BC_1D. ………………(5 分)



(Ⅱ)如图,连接 AD.

由 D 为 A_1B_1 的中点, $C_1D\perp A_1B_1$, 且 $C_1D=\frac{1}{2}A_1B_1$.

可知 $A_1C_1=B_1C_1=\sqrt{2}$ 且 $A_1C_1\perp B_1C_1$. ……………………………………(6 分)

所以 $S_{\triangle A_1B_1C_1}=S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$,

所以 $V_{D-ABC}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABC}\times AA_1=\frac{1}{3}$. ……………………………………(8 分)

在 $\triangle BCD$ 中, $BC=\sqrt{2}$, $BD=\sqrt{BB_1^2+DB_1^2}=\sqrt{2}$, $CD=\sqrt{C_1D^2+C_1C^2}=\sqrt{2}$,

所以 $S_{\triangle BCD}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ……………………………………(9 分)

设点 A 到平面 BCD 的距离为 h,则 $V_{A-BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}h=V_{D-ABC}$, ……………………(10 分)

即 $\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}h=\frac{1}{3}$,解得 $h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. ……………………………………(12 分)

20. 解析 (Ⅰ)由椭圆的方程可得 $A(0,b)$, $B(0,-b)$, ……………………………………(1 分)

由题意可得 $\frac{|2b+1|}{\sqrt{5}}=3\times\frac{|-2b+1|}{\sqrt{5}}$,解得 $b=1$ 或 $b=\frac{1}{4}$. ……………………(3 分)

当 $b=\frac{1}{4}$ 时,点 A,B 都在直线 l 的下方,不符合题意, ……………………(4 分)

故 $b=1$. ……………………………………(5 分)

(Ⅱ)联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{a^2}+y^2=1,\\ x-2y+1=0,\end{cases}$ 消去 y 可得 $(4+a^2)x^2+2a^2x-3a^2=0$, ……………(6 分)

设 $P(x_1,y_1)$, $Q(x_2,y_2)$,则 $x_1+x_2=-\frac{2a^2}{4+a^2}$, $x_1x_2=-\frac{3a^2}{4+a^2}$. ……………………(7 分)

直线 BP 与 BQ 的斜率之和

$k_{BP}+k_{BQ}=\frac{y_1+1}{x_1}+\frac{y_2+1}{x_2}$ ……………………………………(8 分)

$$=\frac{\frac{1}{2}x_1+\frac{3}{2}}{x_1}+\frac{\frac{1}{2}x_2+\frac{3}{2}}{x_2}$$

$$=1+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)$$

$=1+\frac{3}{2}\times\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$ ……………………………………(10 分)

$$=1+\frac{3}{2}\times\frac{\frac{2a^2}{4+a^2}}{\frac{3a^2}{4+a^2}}=2.$$

因此直线 BP 与 BQ 的斜率之和为定值 2. ……(12 分)

21. **解析** （Ⅰ）由题可知 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=8x+2(1-2a)-\dfrac{a}{x}=\dfrac{(4x+1)(2x-a)}{x}$，$x>0$， ……(1 分)

由 $f'(x)=0$ 得 $x=\dfrac{a}{2}$，由题意知 $\dfrac{a}{2}=2$，所以 $a=4$. ……(3 分)

当 $0<x<2$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，当 $x>2$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

所以 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极小值点. ……(5 分)

（Ⅱ）若 $a<0$，则 $f'(x)>0$ 恒成立，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，不符合条件. ……(7 分)

若 $a>0$，则当 $0<x<\dfrac{a}{2}$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，当 $x>\dfrac{a}{2}$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增， ……(8 分)

因为 $f(x)$ 有两个不同的零点，所以 $f\left(\dfrac{a}{2}\right)=4\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+2(1-2a)\times\dfrac{a}{2}-a\ln\dfrac{a}{2}<0$， ……(9 分)

结合 $a>0$，上式化为 $1-a-\ln\dfrac{a}{2}<0$.

因为当 $a=1$ 时，$1-1-\ln\dfrac{1}{2}=\ln 2>0$，当 $a=2$ 时，$1-2-\ln\dfrac{2}{2}=-1<0$， ……(11 分)

且当 $a=2$ 时，$f\left(\dfrac{1}{3}\right)=2\ln 3-\dfrac{14}{9}>0$，$f(2)=4-2\ln 2>0$，$f(x)$ 有两个零点，符合题意，

所以 a 的最小整数值为 2. ……(12 分)

22. **解析** （Ⅰ）由点 M 的极坐标可得其直角坐标为 $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$， ……(1 分)

因为过 M 点只能作一条圆 C 的切线，所以点 M 在圆 C 上， ……(2 分)

因为 $|MC|^2=\left(\dfrac{3}{2}-2\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1$， ……(3 分)

所以圆 C 的直角坐标方程为 $(x-2)^2+y^2=1$，即 $x^2+y^2-4x+3=0$， ……(4 分)

所以圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta+3=0$. ……(5 分)

（Ⅱ）将 $\theta=\alpha$ 代入圆 C 的极坐标方程得 $\rho^2-4\rho\cos\alpha+3=0$，

由 $\Delta=16\cos^2\alpha-12>0$，即 $\cos\alpha>\dfrac{\sqrt{3}}{2}$， ……(6 分)

设点 A,B 的极坐标分别为 $A(\rho_A,\alpha)$，$B(\rho_B,\alpha)$，

则 $\begin{cases}\rho_A+\rho_B=4\cos\alpha,\\ \rho_A\rho_B=3,\end{cases}$ ……(7 分)

又由 $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AB}$，可得 $\rho_B=2\rho_A$， ……(8 分)

联立解得 $\cos\alpha=\dfrac{3\sqrt{6}}{8}$. ……(10 分)

23. **解析** （Ⅰ）若 $a=1$，

则 $f(x)=|2x+1|-|x-1|=\begin{cases}-x-2, & x<-\dfrac{1}{2},\\ 3x, & -\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1,\\ x+2, & x>1.\end{cases}$ ……(2 分)

$f(x)<2$ 等价于 $\begin{cases}x<-\dfrac{1}{2},\\ -x-2<2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-\dfrac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1,\\ 3x<2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>1,\\ x+2<2,\end{cases}$

所以 $-4<x<-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{2}{3}$ 或无解. ……………………………… (4 分)

综上,不等式 $f(x)<2$ 的解集是 $\left\{x \,\middle|\, -4<x<\frac{2}{3}\right\}$ ……………………………… (5 分)

(Ⅱ)当 $x<\min\left\{-\frac{1}{2},a\right\}$ 时,$f(x)=-x-1-a$,单调递减;

当 $x>\max\left\{-\frac{1}{2},a\right\}$ 时,$f(x)=x+1+a$,单调递增.

所以 $f(x)$ 的最小值在 $-\frac{1}{2}$ 或 a 处取得.

要使 $f(x)>-1$ 恒成立,则需 $f\left(-\frac{1}{2}\right)>-1$ 且 $f(a)>-1$. ……………………………… (7 分)

由 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left|\frac{1}{2}+a\right|>-1$,解得 $-\frac{3}{2}<a<\frac{1}{2}$, ……………………………… (8 分)

而 $f(a)=|2a+1|>-1$ 恒成立. ……………………………… (9 分)

综上可得 a 的取值范围是 $\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$. ………………………………

关于我们