

准考证号: _____

性别: _____

姓名: _____

年龄: _____

学校: _____

市(县、区): _____

2020 年全国高中数学联赛江苏赛区

市级选拔赛试卷

题 号	一	二				总 成 绩
		11	12	13	14	
得 分						
评 卷 人						
复 核 人						

考生注意: 1. 本试卷共两大题(14 小题), 全卷满分 150 分. 考试时间: 120 分钟.
 2. 用钢笔、签字笔或圆珠笔作答.
 3. 解题书写不要超出装订线.
 4. 不能使用计算器.

得 分	评卷人

一、填空题(本题共 10 小题, 满分 70 分, 每小题 7 分. 要求直接将答案写在横线上.)

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, \dots, 2020\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 2000\}$, 若集合 C 满足 $C \cap A = C$ 且 $C \cap B \neq \emptyset$, 则集合 C 的个数是_____.

2. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 1, \\ -x, & x < 1, \end{cases}$ 则不等式 $f(x) \leq 2g(x)$ 的解集为_____.

3. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$, 则 $\triangle ABC$ 的最大角的正弦值为_____.

4. 函数 $f(x) = \frac{x(x^2+1)}{x^4+3x^2+1}$ 的最小值是_____.

5. 已知集合 $A = \{-2, 0, 2\}$, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点集 $P = \{(x, y) | x \in A, y \in A\}$, 从集合 P 中任取三个点, 这三个点能构成等腰直角三角形的概率是_____.

2020 年全国高中数学联赛江苏赛区市级选拔赛试卷第 1 页 共 4 页



6. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $\triangle ABC$ 的内切圆与边 AB 相切于点 D , 且 $AD=3DB$, 则 $\angle CAB$ 的取值范围是_____.
7. 已知 z 为复数, 若 $\frac{z-1}{z+1}$ 为纯虚数, 则 $|z^2-z+2|$ 的最小值为_____.
8. 已知棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 DC 的中点, F 在线段 D_1C_1 上运动, 则三棱锥 $F-ADE$ 的外接球表面积的最小值为_____.
9. 已知正整数 m, n 均为质数, 且 $7m+n$ 和 $mn+11$ 也都是质数, 则 m^n+n^m 的值为_____.
10. 平面区域 $S=\{(x, y) | x, y \in [0, \frac{\pi}{2}], \cos^2 x + \sin x \sin y + \cos^2 y \geq \frac{5}{4}\}$ 的面积是_____.

二、解答题 (本大题共 4 小题, 每小题 20 分, 共 80 分)

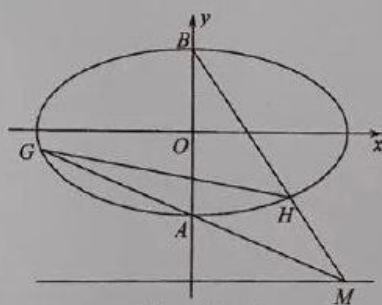
得 分	评卷人

11. 如图, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的下顶点为 A , 上顶点为 B ,

点 $M(m, -2)$ ($m \neq 0$) 在直线 $y=-2$ 上, 直线 MA, MB

分别与椭圆 C 交于两点 G, H , 记 $\triangle MAB$ 的面积为 S_1 , $\triangle MGH$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的

最大值及相应的 m 的值.



(第 11 题图)

得分	评卷人

12. 已知递增数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $2S_n - na_n = n$.

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列;

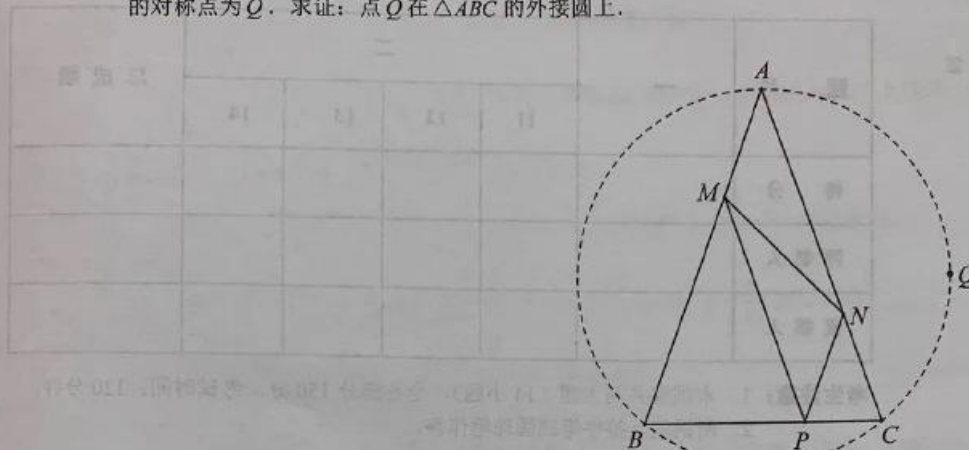
(2) 设 $b_n = \frac{S_{n+1}}{n}$, 求证: 存在唯一的正整数 n , 使得 $a_{n+1} \leq b_n < a_{n+2}$.

人查核	位 署



得 分	评卷人

13. 如图, 过等腰 $\triangle ABC$ 底边 BC 上一点 P 作 $PM \parallel CA$ 交 AB 于点 M , 作 $PN \parallel BA$ 交 AC 于点 N , 设点 P 关于直线 MN 的对称点为 Q . 求证: 点 Q 在 $\triangle ABC$ 的外接圆上.



(第 13 题图)

得 分	评卷人

14. 在 $\triangle ABC$ 的内部有 2020 个点, 将顶点 A, B, C 和这 2020 个点用线段连结, 使这些线段除端点外没有其它公共点, 可以把 $\triangle ABC$ 分割成多少个没有重叠部分的小三角形?

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主招生领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》