

2022—2023 学年度（下）六校协作体高一第三次考试

数学试题

考试时间：120 分钟 满分：150 分

第一命题校：葫芦岛市第一高级中学第二命题校：北镇市高级中学

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\sin(-60^\circ)$ 的值等于

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

2. 在下列条件下，能确定一个平面的是

A. 空间中的任意三点

B. 空间中的任意一条直线和任意一点

C. 空间中的任意两条直线

D. 梯形的两条腰所在的直线

3. 若 $z = \frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位)，则下列说法正确的是

A. z 的虚部为 i

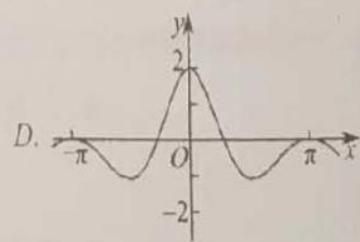
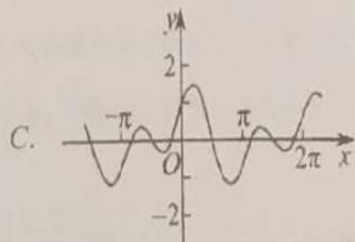
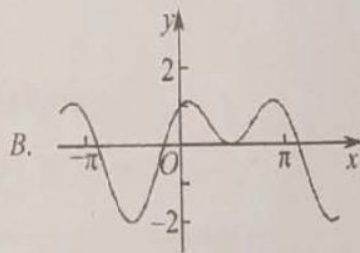
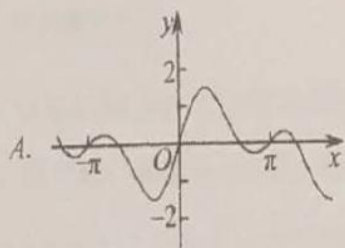
B. $|z| = 2$

C. $\bar{z} = -1+i$

D. z^2 为纯虚数

4. 华罗庚说：“数缺形时少直观，形少数时难入微，数形结合百般好，隔离分家万事休。”

所以研究函数时往往要作图，那么函数 $f(x) = \sin x + \cos 2x$ 的部分图像可能是



高一数学，共 6 页，第 1 页

5. 已知圆锥的表面积为 27π ，且它的侧面展开图是一个半圆，则这个圆锥的底面半径为

- A. 3 B. $3\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{6}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{c-b}{2c}$ ，则 $\triangle ABC$ 是

- A. 直角三角形 B. 锐角三角形
C. 等边三角形 D. $A = 30^\circ$ 的三角形

7. 窗花是贴在窗纸或窗户玻璃上的剪纸，是中国古老的传统民间艺术. 图1是一张由卷曲纹和回纹构成的正六边形剪纸窗花，如图2所示其外框是边长为2的正六边形 $ABCDEF$ ，内部圆的圆心为该正六边形的中心 O ，圆 O 的半径为1，点 P 在圆 O 上运动，则 $\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{OE}$ 的最小值为



图1

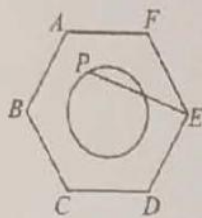


图2

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

8. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$ 在区间 $[t, t+1]$ ($t \in \mathbb{R}$) 上的最大值记为 $g(t)$ ，则

$g(t)$ 的最小值为

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. -1 C. $-\sqrt{2}$ D. 0

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，计20分。在每小题给出的选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对得5分，有选错的得零分，部分选对得2分。

9. 下列命题错误的是

- A. 在复平面内，实轴上的点都表示实数
B. 若 z_1, z_2 为复数，且 $z_1^2 + z_2^2 = 0$ ，则 $z_1 = z_2 = 0$
C. 若 z_1, z_2 为复数，且 $z_1 z_2 = 0$ ，则 $z_1 = z_2 = 0$

高一数学，共6页，第2页

D. 若实数 a, b 互为相反数, 则 $z = a + bi$ 在复平面内对应的点位于第二象限或第四象限

10. 设非零向量 \vec{a}, \vec{b} , 满足 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 1$, 则下列说法正确的有

A. \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 60°

B. $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = 1$

C. $|\vec{a} + 2\vec{b}|$ 有最大值 $\frac{1}{8}$

D. $\vec{a} \perp \vec{b}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 记角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $A = 2B$, $a = 2\sqrt{3}$, $b = 3$, 下

列结论正确的有

A. $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $c = 3$ D. $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{2}$

12. 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 2, 侧棱长为 2, 长为 2 的线段 MN 的一个端点 M 在棱 DD_1 上运动, N 在底面 $ABCD$ 内 (N 可以在正方形 $ABCD$ 边上) 运动,

线段 MN 中点的轨迹为 Ω , Ω 与平面 $ABCD$ 、平面 ADD_1A_1 和平面 CDD_1C_1 围成的区

域内有一个小球, 球心为 O , 则

A. 球 O 半径的最大值为 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

B. Ω 被正四棱柱侧面截得曲线的总长为 $\frac{3\pi}{2}$

C. Ω 的面积为 $\frac{\pi}{4}$

D. Ω 与正四棱柱的表面所围成的较小的几何体的体积为 $\frac{\pi}{6}$

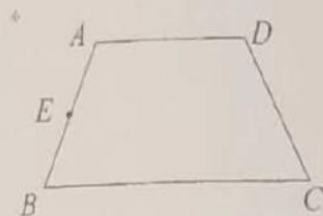
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 计 20 分。

13. $\vec{a} = (\cos 45^\circ, \sin 45^\circ)$, $\vec{b} = (\cos 75^\circ, \sin 75^\circ)$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为_____。

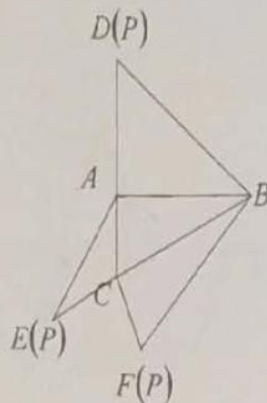
14. 已知圆台上下底面半径分别为 1, 2, 母线长为 2, 圆台的轴截面如图所示, E 为 AB 的中点, 则从点 C 沿圆台的侧面到点 E 的最短路径长是_____。

15. 对于函数 $f(x)$, 若在其图像上存在两点关于原点对称, 则称 $f(x)$ 为“倒戈函数”, 设函数 $f(x) = 3^x + \tan x - 2m + 1 (m \in \mathbb{R})$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的“倒戈函数”, 则实数 m 的取值范围是_____.

16. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 的平面展开图中, $AC=1, AB=AD=\sqrt{3}, AB \perp AC, AB \perp AD, \angle CAE=30^\circ$, 则 $\cos \angle FCB =$ _____.



(第14题图)



(第16题图)

四、解答题: 本题共 6 小题, 计 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题满分 10 分)

已知平面直角坐标系中, 向量 $\vec{a} = (1, -2), \vec{b} = (-3, 4)$.

- (1) 若 $\vec{c} \parallel (3\vec{a} + \vec{b})$, 且 $|\vec{c}| = 2$, 求向量 \vec{c} 的坐标;
- (2) 若 \vec{a} 与 $\vec{a} + \lambda\vec{b}$ 的夹角为锐角, 求实数 λ 的取值范围.

18. (本题满分 12 分)

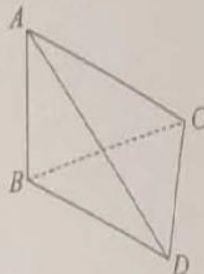
已知函数 $f(x) = \cos 2x + 2 \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;
- (2) 若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), f(\alpha) = \frac{4}{3}$, 求 $\cos 2\alpha$.

19. (本题满分 12 分)

《九章算术·商功》中，将四个面都是直角三角形的四面体称为鳖臑；在鳖臑 $ABCD$ 中， $AB \perp$ 平面 BCD ， $BC \perp CD$ ，且 $AB = BC = CD = 1$ ，求

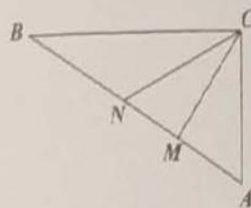
- (1) 四面体 $ABCD$ 的表面积；
- (2) 四面体 $ABCD$ 内切球半径；
- (3) 四面体 $ABCD$ 外接球的表面积。



20. (本题满分 12 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 4$ ， $AC = 2$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ， M, N 在线段 AB 上，且 $\angle MCN = 30^\circ$

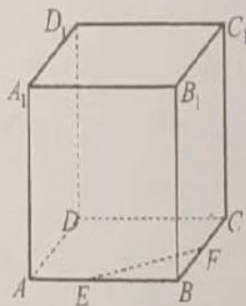
- (1) 若 $AM = 1$ ，求 $\triangle MCN$ 的周长；
- (2) 若 $\triangle MCA$ 的面积是 $\triangle MCN$ 面积的 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，求 $\angle MCA$ 。



21. (本题满分 12 分)

如图，棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ ，点 E, F 分别在棱 AB, BC 上，过点 D_1, E, F 的截面将正方体分割成两部分。

- (1) 请画出经过点 D_1, E, F 的平面与正方体表面的交线；
(无需证明，保留作图痕迹)；

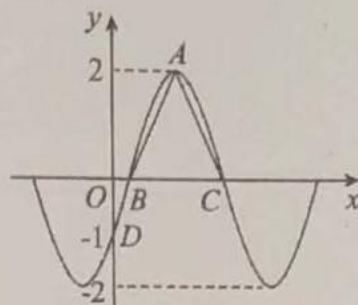


(2) 若点 E, F 分别为 AB, BC 中点, 求过点 D_1, E, F 的截面将正方体分割的较小部分几何体的体积.

22. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 且

$D(0, -1)$, $\triangle ABC$ 的面积等于 $\frac{\pi}{2}$.



(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 将 $f(x)$ 图像上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $y = g(x)$ 的图像, 若对于任意的 $x_1, x_2 \in [\pi - m, m]$, 当 $x_1 > x_2$ 时, $f(x_1) - f(x_2) < g(x_1) - g(x_2)$ 恒成立, 求实数 m 的最大值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

