题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	B	D	B	A	C	C	AC	BC	BCD	ABD

13. x^3-x（答案不唯一，形如$x^3-mx(m>0)$均正确）

14. $x=-\dfrac{1}{2}$　　15. 21π　　16. 2；$(1,+\infty)$（第一空2分，第二空3分）

选择填空解析：

1. $\because A=[-1,3)$，$B=\{0,1,2,3\}$，$\therefore A\bigcap B=\{0,1,2\}$. 选 C.

2. $z=1-3i$，$\therefore \bar{z}=1+3i$，$\therefore \dfrac{\bar{z}}{1+i}=\dfrac{1+3i}{1+i}=\dfrac{(1+3i)(1-i)}{2}=2+i$. 选 A.

3. 由函数的最值的定义知，由$\forall x\in I$，$f(x)\le M$，无法推出M为$f(x)$在I上最大值，而M为$f(x)$在I上最大值，则必有$\forall x\in I$，$f(x)\le M$，选B.

4. 若两直线与同一平面成角都是$90°$，则两直线都与该平面垂直，故它们平行，不可能为异面直线. 选D.

5. 考虑甲乙特殊. 若三组人数为3，1，1，则甲乙还需一名成员，他们3个基地都可选择，剩余两人去另外2个基地，故不同的分配方案有$C_3^1C_3^1A_2^2=18$；若三组人数为2，2，1，则甲乙为一组，不同的分配方案有$C_3^2A_3^3=18$；共计36种，选 B.

6. $\because 0<c<1$，$a>1$，$b>1$，$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{2021}{2020}\dfrac{\ln 2020}{\ln 2021}=\dfrac{\frac{\ln 2020}{2020}}{\frac{\ln 2021}{2021}}$，构造函数$y=\dfrac{\ln x}{x}$，求导得函数在$(e,+\infty)$上递减，$\therefore \dfrac{\ln 2020}{2020}>\dfrac{\ln 2021}{2021}>0$，$\therefore a>b>c$. 选A.

7. 易知$M(x,y)$的轨迹为椭圆，其方程为$\dfrac{y^2}{4}+x^2=1$，$\therefore \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=(-x,\sqrt{3}-y)\cdot(-x,-\sqrt{3}-y)$

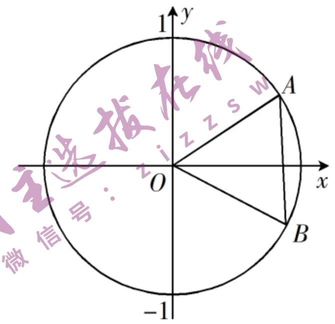
$=x^2+y^2-3=y^2+(1-\dfrac{y^2}{4})-3=\dfrac{3y^2}{4}-2$，$\because y\in[-2,2]$，$\therefore (\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB})_{\max}=1$，选 C.

8. 易知$0<q<1$，$S_n=\dfrac{2(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{2}{1-q}-\dfrac{2q^n}{1-q}<\dfrac{2}{1-q}\le 3$，$\therefore 0<q\le\dfrac{1}{3}$. 选 C.

9. 甲组打分平均分为50，$\therefore \bar{x}=0.2\times 50+0.4\times 48+0.4\times 56=51.6$，故 A 正确；甲组打分的中位数为49，B 错误；根据标准差知乙组评委打分的波动小，稳定性更高，故 C 正确；根据平均数知丙组对选手评价更高，D 错误. 选 AC.

10. $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{1+\cos 2x}=\tan x$，由正切函数的图象与性质知，BC 正确.

11. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)$，A 错；



当 $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2}$ 时，$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$，$\therefore\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{OA}^2=-1$，B 正确；

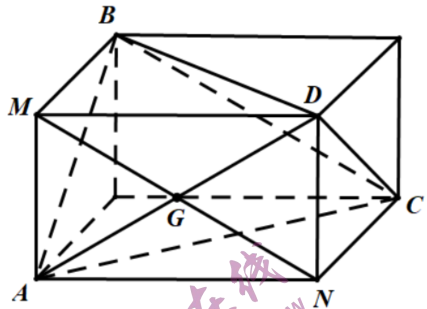
由于 $\sin\alpha>0$，故 AB 过原点时，$|\overrightarrow{AB}|$ 最大值为 2，C 正确；

$\because|\overrightarrow{AB}|=1$，$\therefore\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，$\alpha-\beta=\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in Z$，

$\therefore\sqrt{3}\cos\alpha-\sin\alpha=-2\sin(\alpha-\dfrac{\pi}{3})=-2\sin\beta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. D 正确.

选 BCD.

12. 由展开图知，该四面体四个面都为腰长为 2，底长为 1 的等腰三角形，则该四面体对棱相等，可补形为长方体，如图，设长方体长宽高分别为 a，b，c，



$\therefore a^2+b^2=BD^2=4$，$c^2+b^2=DC^2=1$，

$c^2+a^2=AD^2=4$，$\therefore a=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$，$b=c=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，将 BC 平移至 MN 交 AD 于 G，则两直线成角为 $\theta=\angle DGN=2\angle DAN$，

$\therefore\cos\theta=1-2\sin^2\angle DAN=\dfrac{3}{4}$，A 正确；同理 $AB\perp CD$，B 正确；四面体外接球即为长方体外接球，故直径为体对角线，$4R^2=a^2+b^2+c^2=\dfrac{9}{2}$，$V_{外}=\dfrac{9\sqrt{2}\pi}{8}$，C 错误；四面体体积可用割补法，等于长方体体积减去四个小三棱锥的体积，$\therefore V=abc-4\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}abc=\dfrac{1}{3}abc=\dfrac{\sqrt{14}}{12}$，四面体表面积为展开图面积，可求得 D 到 AB 的距离为 $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$，故表面积为 $\dfrac{\sqrt{15}}{2}\times2=\sqrt{15}$，$\therefore r=\dfrac{3V}{S}=\dfrac{\sqrt{14}}{4\sqrt{15}}$，

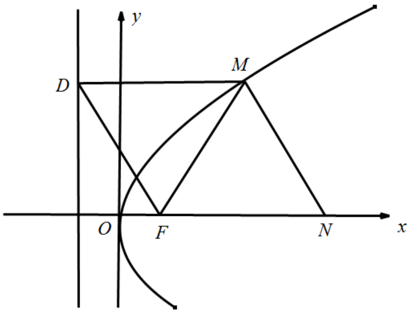
$S_{球}=4\pi r^2=\dfrac{7\pi}{30}$. D 正确. 选 ABD.

13. $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 为奇函数，故 $a=c=0$，$f(x)=x^3+bx=x(x^2+b)$ 有三个不同零点，

$\therefore b<0$，$\therefore f(x)=x^3-x$ 满足题意.

14. 如图，由已知 N 在 F 右侧，$NF=2$，作 MD 垂直准线于 D，则 $\angle DMF=60°$，

$DM=DF=FN=2$，$\therefore\angle DFO=60°$，故焦点到准线的距离 $p=1$，准线方程为 $x=-\dfrac{1}{2}$.



15. 该几何体为圆台，上下底面半径分别为1，4，$\therefore S_1=\pi$，$S_2=16\pi$，$h=3$，故圆台体积为

$\frac{1}{3}(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2})h=21\pi$.

16. $A(x_1,-\ln x_1)$，$B(x_2,\ln x_2)$，且$0<x_1<1<x_2$，切线分别为l_1：$y+\ln x_1=-\frac{1}{x_1}(x-x_1)$，

l_2：$y-\ln x_2=\frac{1}{x_2}(x-x_2)$，故$C(0,1-\ln x_1)$，$D(0,\ln x_2-1)$，

由两切线垂直知$k_1k_2=-\frac{1}{x_1}\frac{1}{x_2}=-1$，$x_1x_2=1$，$\therefore |CD|=2$；故$|BD|=\sqrt{\frac{1}{x_2^{\ 2}}+1}|x_2|=\sqrt{x_2^{\ 2}+1}$，

$|AC|=\sqrt{x_1^{\ 2}+1}$，$\therefore \frac{|BD|}{|AC|}=\sqrt{\frac{x_2^{\ 2}+1}{x_1^{\ 2}+1}}=\sqrt{\frac{x_2^{\ 2}(x_2^{\ 2}+1)}{x_1^{\ 2}x_2^{\ 2}+x_2^{\ 2}}}=|x_2|\in(1,+\infty)$.

解答题参考答案与评分标准：

17.（1）证明：$\because a_{n+1}+a_n=2n$，$\therefore a_{n+2}+a_{n+1}=2n+2$，

两式相减得$a_{n+2}-a_n=2$，……………………………………………………2分

$\therefore a_{2n+1}-a_{2n-1}=2$，$b_{n+1}-b_n=2$，$n\in N^*$，$b_1=a_1=1$，

$\therefore \{b_n\}$是公差为2的等差数列. ……………………………………………… 4分

（2）解：由（1）得$b_n=2n-1$，……………………………………………… 6分

令$c_n=\frac{1}{b_nb_{n+1}}$

$\therefore c_n=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，………………………………… 8分

$\therefore c_1=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3})$，$c_2=\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})$，……，$c_n=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，

$\therefore S_n=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2n+1})=\frac{n}{2n+1}$. ……… 10分

18.（1）解：$K^2=\frac{100\times(40\times30-10\times20)^2}{60\times40\times50\times50}=\frac{50}{3}$，…………………………………………… 2 分

$\because \frac{50}{3}>6.635$，$\therefore$有99%的把握认为该市居民关注冰雪运动与性别有关. …… 4分

（2）由题意得，抽取关注冰雪运动的6名居民中，女性有$6\times\frac{20}{60}=2$人，……………… 5分

$\therefore X=0$，1，2，………………………………………………………………………7分

$\therefore P(X=0)=\frac{C_2^0C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5}$，$P(X=1)=\frac{C_2^1C_4^2}{C_6^3}=\frac{3}{5}$，$P(X=2)=\frac{C_2^2C_4^1}{C_6^3}=\frac{1}{5}$，… 10分

故分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

X 的数学期望 $E(X)=\frac{1}{5}\times0+\frac{3}{5}\times1+\frac{1}{5}\times2=1$. …………………………………………… 12 分

19.（1）证明：取 A_1B_1 中点 D，连接 MD 交 A_1B 于 E，连 C_1E，

$\because$在正三棱柱中，M 为 AB 的中点，$\therefore MD//AA_1$，$ME=\frac{1}{2}AA_1$，……………… 2 分

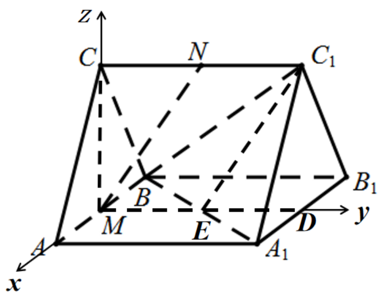
$\therefore NC_1//AA_1//ME$，$\therefore NC_1$，$ME$ 共面，平面 $MNC_1E\cap$平面 $A_1BC_1=C_1E$，

又 $MN//$平面 A_1BC_1，$\therefore MN//C_1E$，………………………………………………………… 4 分

$\therefore$四边形 MNC_1E 为平行四边形，

$\therefore NC_1=ME=\frac{1}{2}AA_1=\frac{1}{2}CC_1$，$N$ 为 CC_1 的中点. ……………………………………… 5 分

（2）连接 CM，$\therefore CM\perp AB$，$CM\subset$平面 ABC，



在正三棱柱中，平面 $ABC\perp$平面 ABB_1A_1，且交线为 AB，

$\therefore CM\perp$平面 ABB_1A_1，所以 MA，MD，MC 两两相互垂直，

故以 M 为原点，MA，MD，MC 所在直线为 x，y，z 轴，

建系如图. $\therefore A_1(1,\sqrt{3},0)$，$B(-1,0,0)$，$B_1(-1,\sqrt{3},0)$，$C(0,0,\sqrt{3})$，

$C_1(0,\sqrt{3},\sqrt{3})$，…………………………………………………………………… 7 分

$\therefore \overrightarrow{BA_1}=(2,\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{BC_1}=(1,\sqrt{3},\sqrt{3})$，$\overrightarrow{BB_1}=(0,\sqrt{3},0)$，

设平面 A_1BC_1 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，$\therefore \begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BA_1}=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=0\end{cases}$，$\therefore \begin{cases}2x_1+\sqrt{3}y_1=0\\ x_1+\sqrt{3}y_1+\sqrt{3}z_1=0\end{cases}$，

取 $y_1=-2$，则 $x_1=\sqrt{3}$，$z_1=1$，$\therefore \overrightarrow{n_1}=(\sqrt{3},-2,1)$，$|\overrightarrow{n_1}|=2\sqrt{2}$，

同理可得，平面 BCC_1B_1 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(\sqrt{3},0,-1)$，$|\overrightarrow{n_2}|=2$，…………10 分

$\therefore \cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{3-1}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，…………………………………… 11 分

$\therefore$平面 A_1BC_1 与平面 BCC_1B_1 夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$．………………………………… 12 分

20.（1）由已知，$(1-\sin^2 A)-(1-\sin^2 B)+\sin^2 C=\sin^2 B+\sin^2 C-\sin^2 A=\dfrac{1}{4}\sin B\sin C$，

由正弦定理，$b^2+c^2-a^2=\dfrac{1}{4}bc$．…………………………………………………… 2 分

由余弦定理，$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{8}$，

$\because A\in(0,\pi)$，$\therefore \sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\dfrac{3\sqrt{7}}{8}$，…………………………………… 4 分

$\because \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=bc\cos A=1$，$\therefore bc=8$，

$\therefore \Delta ABC$ 面积 $S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$．………………………………………………… 6 分

（2）由已知，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=bc\cos A=\dfrac{bc}{8}$，$\overrightarrow{BD}=\dfrac{5}{9}\overrightarrow{BC}=\dfrac{5}{9}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$，……… 7 分

$\therefore \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\dfrac{4}{9}\overrightarrow{AB}+\dfrac{5}{9}\overrightarrow{AC}$，$9\overrightarrow{AD}=4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}$，………………………… 8 分

$\because |\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BD}|=\dfrac{5}{9}|\overrightarrow{BC}|=\dfrac{5}{9}a$，$\therefore 9|\overrightarrow{AD}|=|4\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{AC}|=5a$，………………… 9 分

$\therefore 25a^2=16c^2+25b^2+40\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，即 $25a^2=16c^2+25b^2+5bc$，①………… 10 分

$\because a^2=b^2+c^2-\dfrac{1}{4}bc$，$\therefore 25a^2=25c^2+25b^2-\dfrac{25}{4}bc$，②

①－②得，$\dfrac{45}{4}bc-9c^2=0$，$\because c>0$，$\therefore \dfrac{c}{b}=\dfrac{5}{4}$，

由正弦定理，$\dfrac{\sin C}{\sin B}=\dfrac{c}{b}=\dfrac{5}{4}$．…………………………………………………………… 12 分

21.（1）$\because C_2$ 的渐近线为 $y=\pm\sqrt{3}x$，$\therefore \frac{b}{a}=\sqrt{3}$，

$\because c=\sqrt{a^2+b^2}=2$，$\therefore a=1$，$b=\sqrt{3}$，$\therefore C_1$：$x^2-\frac{y^2}{3}=1$. ……………………… 3 分

（2）由已知，$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

l 过点 $F(2,0)$ 与右支交于两点，则 l 斜率不为零，

设 l：$x=my+2$，由 $\begin{cases}x^2-\frac{y^2}{3}=1\\x=my+2\end{cases}$ 消元得 $(3m^2-1)y^2+12my+9=0$，

$\Delta=(12m)^2-4\times9(3m^2-1)=36(m^2+1)>0$，

$\therefore y_1+y_2=-\frac{12m}{3m^2-1}$，$y_1y_2=\frac{9}{3m^2-1}$，……………………………………………………5 分

$\therefore l$ 与右支交于两点 $\Leftrightarrow\begin{cases}3m^2-1\neq0\\y_1y_2=\frac{9}{3m^2-1}<0\end{cases}$，$\therefore m\in(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3})$，……………………6 分

$\because k_1=\frac{y_1}{x_1+1}$，$k_2=\frac{y_2}{x_2-1}\neq0$，

$\therefore \frac{k_1}{k_2}=\frac{y_1(x_2-1)}{y_2(x_1+1)}=\frac{y_1(my_2+1)}{y_2(my_1+3)}=\frac{my_1y_2+y_1}{my_1y_2+3y_2}$，……………………………………… 8 分

$\because \frac{y_1+y_2}{y_1y_2}=-\frac{12m}{9}=-\frac{4m}{3}$，$\therefore my_1y_2=-\frac{3}{4}(y_1+y_2)$，…………………………… 10 分

$\therefore \frac{k_1}{k_2}=\frac{-\frac{3}{4}(y_1+y_2)+y_1}{-\frac{3}{4}(y_1+y_2)+3y_2}=\frac{\frac{1}{4}y_1-\frac{3}{4}y_2}{-\frac{3}{4}y_1+\frac{9}{4}y_2}=-\frac{1}{3}$，

$\therefore$ 存在 $\lambda=-\frac{1}{3}$ 使得 $k_1=\lambda k_2$. ……………………………………………………………… 12 分

22.（1）$\because f'(x)=(x-a+1)e^x-ax+a(a-1)=(x-a+1)(e^x-a)$，

$\therefore f'(0)=(1-a)^2=0$，$\therefore a=1$，……………………………………………………… 2 分

$\therefore f(x)=(x-1)e^x-\frac{1}{2}x^2$，$f'(x)=xe^x-x=x(e^x-1)$，

$\because x\in(-\infty,0)$ 时，$e^x-1<0$，$f'(x)>0$，$x\in(0,+\infty)$ 时，$e^x-1>0$，$f'(x)>0$；

$\therefore f'(x)\ge 0$，$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 是单调递增，无极值点. ………………………… 5 分

（2）证明：$g(x)=\dfrac{e^x-x-1}{x(e^x-1)}=\dfrac{e^x-x-1}{f'(x)}$，定义域为 $\{x\,|\,x\ne 0\}$，

设 $h(x)=e^x-x-1$，由（1）知 $\forall x\ne 0$，$f'(x)>0$，

$\therefore 0<g(x)<1\Leftrightarrow 0<h(x)<f'(x)$，…………………………………………………… 6 分

$\because h'(x)=e^x-1$，

$\therefore x\in(-\infty,0)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减；

$x\in(0,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增；

$\therefore h(x)\ge h(0)=0$，当且仅当 $x=0$ 时，等号成立，

$\because x\ne 0$，$\therefore h(x)>0$；…………………………………………………………………… 9 分

设 $m(x)=f'(x)-h(x)=(x-1)e^x+1$，

$\therefore h(x)<f'(x)\Leftrightarrow m(x)>0$，

$\because m'(x)=xe^x$，

$\therefore x\in(-\infty,0)$ 时，$m'(x)<0$，$m(x)$ 单调递减；

$x\in(0,+\infty)$ 时，$m'(x)>0$，$m(x)$ 单调递增；

$\therefore m(x)\ge m(0)=0$，当且仅当 $x=0$ 时等号成立，

$\because x\ne 0$，$\therefore m(x)>0$；$\therefore 0<g(x)<1$. ………………………………………… 12 分