数学二诊模拟试题六答案（文科）

1.解析　因为 $\frac{2}{1-i}=\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{2(1+i)}{1-i^2}=1+i$，所以复数 $\frac{2}{1-i}$ 的共轭复数为 $1-i$.故选 B.答案　B

2.　B 由 $C_UA=\{a，b\}$得 $(C_UA)\cap B=\{a，b\}$，故选 B.

3．A　抓住分层抽样按比例抽取的特点有 $\frac{5600}{280}=\frac{1300}{x}=\frac{3000}{y}=\frac{1300}{z}$．∴

$x=z=65$，$y=150$，即专科生、本科生与研究生应分别抽取 65，150，65.

4.　D　对于 A：$e=\sqrt{2}$，$a=b$，渐近线 $y=\pm x$ 互相垂直，真命题. 对于 B：设所求直线斜率为 k，则 $k=-2$，由点斜式得方程为 $2x+y-3=0$，也为真命题. 对于 C：焦点 $F(\frac{1}{2}，0)$，准线 $x=-\frac{1}{2}$，$d=1$ 真命题. 对于 D：$a=5$，$b=3$，

$c=4$，$d=2\cdot\frac{a^2}{c}=\frac{25}{2}$　假命题，选 D.

5.解析　直线 l 的斜率 $k=\frac{1-m^2}{2-1}=1-m^2$，因为 $m\in\mathbf{R}$，所以 $k\in(-\infty，1]$，所以直线的倾斜角的取值范围是 $\left[0，\frac{\pi}{4}\right]\cup\left(\frac{\pi}{2}，\pi\right)$.

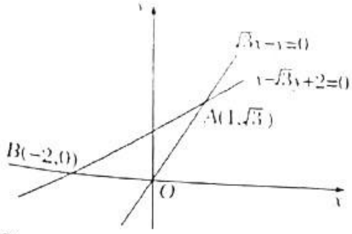
6.　A　$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CB}=\vec{e_1}-2\vec{e_2}$，又 A、B、D 三点共线，则 $\overrightarrow{AB}=\lambda\overrightarrow{AD}$.即 $\begin{cases}1=\lambda\\-k=-2\lambda\end{cases}$，

∴ $k=2$，故选 A.

7.　D.　$y^2=4x$ 的准线是 $x=-1$.　∴ p 到 $x=-1$ 的距离等于 P 到焦点 F 的距离，

故点 P 到点 $A(0,-1)$ 的距离与 P 到 $x=-1$ 的距离之和的最小值为 $|FA|=\sqrt{2}$.

8.解析　(1)作出不等式组表示的平面区域是以点 $O(0，0)$，$B(-2，0)$和 $A(1，3)$ 为顶点的三角形区域，如图所示的阴影部分(含边界)，由图知该平面区域的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times3=3$.



9．C [解析] 当不等式 $x^2-2x+m>0$ 在 R 上恒成立时，$\Delta=4-4m<0$，解得 $m>1$.所以 $m>1$ 是不等式恒成立的充要条件；$m>2$ 是不等式恒成立的充分不必要条件；$0<m<1$ 是不等式恒成立的既不充分也不必要条件；$m>0$ 是不等式恒成立的必要不充分条件．故选 C.

10.B 观察图形知，$f(x)=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2}x+1$，只知 $f(0)=1$，$f(1)=\frac{3}{2}$，$f(2)=1$，$f(3)=\frac{1}{2}$，$f(4)=1$，且以 4 为周期，$f(0)+f(1)+f(2)+f(3)=4$，$2006=4\times501+2$，

$$\therefore f(0)+f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(2006)=4\times501+f(2004)$$

$$+f(2005)+f(2006)=2004+1+\frac{3}{2}+1=2007\frac{1}{2}$$

11．A [解析] ∵双曲线的一个焦点在直线 l 上，

∴令 $y=0$，可得 $x=-5$，即该焦点坐标为$(-5，0)$，∴$c=5$.

∵双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的一条渐近线平行于直线 l：$y=2x+10$，

∴$\frac{b}{a}=2$.又∵$c^2=a^2+b^2$，∴$a^2=5$，$b^2=20$，∴双曲线的方程为$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$.

12．A [解析] 由 $f(a)=f(b)$，得$-\ln(a+1)=\ln(b+1)$，即 $ab+a+b=0$.

$0=ab+a+b<\frac{(a+b)^2}{4}+a+b$，即$(a+b)(a+b+4)>0$，

显然$-1<a<0$，$b>0$，所以 $a+b+4>0$，所以 $a+b>0$.

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 将答案填在题中的横线上.

13．由 $\log_2(4a-1)<0$ 可得 $0<4a-1<1$，即$\frac{1}{4}<a<\frac{1}{2}$，故由几何概型的概率计算公式可得 $P=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}{3-0}=\frac{1}{12}$.

14. [解析] 由程序框图知，当 $t\in[-2，0)$时，$s=5t$，则 $s\in[-10，0)$；当 $t\in[0，3]$时，$s=2t^2-4t$，则 $s\in[-2，6]$．故输出 s 的取值范围为$[-10，6]$.

数学（文）试题第 2页

15.过原点的直线两条，斜率为-1 有两条共 4 条

16. 由 $mx^2+y^2=4m$，得 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4m}=1$.因为 $0<m<1$，所以椭圆的焦点在 x 轴上．设椭圆的左焦点为 F_1，则 $|PF_1|+|PF_2|=4$，$F_1(-\ \ 4-4m,\ 0)$，所以 $|PA|-|PF_2|=|PA|+|PF_1|-4\geq|AF_1|-4\ =2\ \ 2-m-4=-\frac{4}{3}$，解得 $m=\frac{2}{9}$.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 解：(1)设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d.令 $n=1$，得 $\frac{1}{a_1a_2}=\frac{1}{3}$，所以 $a_1a_2=3$.

令 $n=2$，得 $\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}=\frac{2}{5}$，所以 $a_2a_3=15$.解得 $a_1=1$，$d=2$，

所以 $a_n=2n-1$.

(2)由(1)知 $b_n=2n\cdot 2^{2n-1}=n\cdot 4^n$，

所以 $T_n=1\times 4^1+2\times 4^2+\cdots+n\cdot 4^n$，

所以 $4T_n=1\times 4^2+2\times 4^3+\cdots+n\cdot 4^{n+1}$，

两式相减，得 $-3T_n=4^1+4^2+\cdots+4^n-n\cdot 4^{n+1}=\frac{4(1-4^n)}{1-4}-n\cdot 4^{n+1}$

$=\frac{1-3n}{3}\times 4^{n+1}-\frac{4}{3}$，所以 $T_n=\frac{3n-1}{9}\times 4^{n+1}+\frac{4}{9}=\frac{4+(3n-1)4^{n+1}}{9}$

18. 解：(1)乙班参加测试的学生的成绩在 90 分以上(含 90 分)的学生有 6 人，分别记为 A，B，C，D，E，F，其中成绩优秀的有 3 人，不妨记为 A，B，C，从这 6 名学生中随机抽取 2 名的基本事件有{A，B}，{A，C}，{A，D}，{A，E}，{A，F}，{B，C}，{B，D}，{B，E}，{B，F}，{C，D}，{C，E}，{C，F}，{D，E}，{D，F}，{E，F}，共 15 个.

其中恰有 1 名学生的成绩为优秀包含的基本事件有{A，D}，{A，E}，{A，F}，{B，D}，{B，E}，{B，F}，{C，D}，{C，E}，{C，F}，共 9 个.

所以所求概率 $P=\frac{3}{5}$.

(2)由题意知，甲班有 6 人成绩为优秀，乙班有 3 人成绩为优秀，2×2 列联表如下：

	优秀	不优秀	总计
甲班	6	24	30
乙班	3	27	30
总计	9	51	60

所以 K^2 的观测值 $k=\frac{60\times(6\times 27-3\times 24)^2}{9\times 51\times 30\times 30}\approx 1.176<2.706$，

所以在犯错的概率不超过 0.1 的前提下，没有足够的把握认为学生的数学成绩优秀与否和班级有关.

19．解：(1)$f(x)=2\sin x\cdot\frac{1+\cos\phi}{2}+\cos x\sin\phi-\sin x=\sin x+\sin x\cos\phi+\cos x\sin\phi-\sin x=\sin x\cos\phi+\cos x\sin\phi=\sin(x+\varphi)$．

因为函数$f(x)$在$x=\pi$处取得最小值，所以$\sin(\pi+\varphi)=-1$．

所以由诱导公式知$\sin\phi=1$.因为$0<\varphi<\pi$，所以$\varphi=\frac{\pi}{2}$．

(2)由(1)知$f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$．因为$f(A)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$．

又因为A为$\triangle ABC$的内角，所以$A=\frac{\pi}{6}$.又因为$a=1$，$b=\sqrt{2}$，所以由正弦定理，可得$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.因为$b>a$，所以$B=\frac{\pi}{4}$或$B=\frac{3\pi}{4}$．

20．解：(1)设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则AB中点坐标为$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$，由题意知$\frac{x_1+x_2}{2}=3$，$\therefore x_1+x_2=6$.又$|AB|=x_1+x_2+p=8$，$\therefore p=2$，

故抛物线C的方程为$y^2=4x$.

(2) 设l_2：$y=kx+m$，由l_2与$\odot O$相切得$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$，即$2m^2=1+k^2$，①

由$\begin{cases}y=kx+m,\\ y^2=4x,\end{cases}$得$k^2x^2+(2km-4)x+m^2=0.(*)$∵直线$l_2$与抛物线相切，

$\therefore\Delta=(2km-4)^2-4k^2m^2=0$，即$km=1$.②

由①②得$\begin{cases}k=1,\\ m=1\end{cases}$或$\begin{cases}k=-1,\\ m=-1,\end{cases}$ ∴方程(*)为$x^2-2x+1=0$，解得$x=1$，

$\therefore Q(1,\pm2)$，$\therefore|PQ|=\sqrt{x_0^2+y_0^2-r^2}=\sqrt{1+4-\frac{1}{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$．

此时直线l_2的方程为$y=x+1$或$y=-x-1$，$\therefore F(1,0)$到l_2的距离$d=\sqrt{2}$，

$\therefore S_{\triangle PQF}=\frac{1}{2}|PQ|d=\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}=\frac{3}{2}$.

21．解：(1)证明：由$f(x)=\frac{e}{x}-\ln x$，求导得$f'(x)=-\frac{e}{x^2}-\frac{1}{x}<0$，

所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上是减函数，又$f(e)=0$，所以当$0<x\leqslant e$时，$f(x)\geqslant0$；当$x>e$时，$f(x)<0$.所以$x=e$是$f(x)$的唯一零点．

(2)当$1\leqslant x\leqslant e$时，$|f(x)|-|g(x)|=f(x)-g(x)=\frac{e}{x}-e^{x-1}-a$，设$m(x)=\frac{e}{x}-e^{x-1}-a$，则$m'(x)=-\frac{e}{x^2}-e^{x-1}<0$，所以$m(x)$在$[1,e]$上为减函数，所以$m(x)\leqslant m(1)=e-1$

$-a$，因为 $a\geq 2$，所以 $m(x)<0$，所以 $|f(x)|<|g(x)|$.

当 $x>e$ 时，$|f(x)|-|g(x)|=-f(x)-g(x)=-\frac{e}{x}+2\ln x-e^{x-1}-a<2\ln x-e^{x-1}-a$，

设 $n(x)=2\ln x-e^{x-1}-a$，则 $n'(x)=\frac{2}{x}-e^{x-1}$. 令 $h(x)=\frac{2}{x}-e^{x-1}$，则 $h'(x)=-\frac{2}{x^2}-e^{x-1}<0$，所以 $n'(x)$ 在 $(e，+\infty)$ 上为减函数，所以 $n'(x)<n'(e)=\frac{2}{e}-e^{e-1}<0$，

所以 $n(x)$ 在 $(e，+\infty)$ 上为减函数，所以 $n(x)<n(e)=2-a-e^{e-1}<0$，

所以 $|f(x)|<|g(x)|$.

综上所述，当 $a\geq 2$ 且 $x\geq 1$ 时，$|f(x)|<|g(x)|$.

22. 解：(1)点 O(0，0)，$A\left(2，\frac{\pi}{2}\right)$，$B\left(2\sqrt{2}，\frac{\pi}{4}\right)$对应的直角坐标分别为 O(0，0)，A(0，2)，B(2，2)，则过点 O，A，B 的圆的直角坐标方程为 $x^2+y^2-2x-2y=0$，又因为 $\begin{cases}x=\rho\cos\theta，\\ y=\rho\sin\theta，\end{cases}$ 代入可求得经过点 O，A，B 的圆 C_1 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$.

(2)圆 C_2：$\begin{cases}x=-1+a\cos\theta，\\ y=-1+a\sin\theta\end{cases}$ (θ是参数)对应的普通方程为 $(x+1)^2+(y+1)^2=a^2$，因为圆 C_1 与圆 C_2 外切，所以 $\sqrt{2}+|a|=2\sqrt{2}$，解得 $a=\pm\sqrt{2}$.

23. 解 (1)∵$|2\,014-x|+|2\,015-x|\geq|2\,014-x-2\,015+x|=1$，

∴关于 x 的不等式 $|2\,014-x|+|2\,015-x|\leq d$ 有解时，$d\geq 1$.

(2)∵$x+\frac{1}{x}\in(-\infty，-2]\cup[2，+\infty)$，∴$\left|x+\frac{1}{x}\right|\in[2，+\infty)$，其最小值为 2.

又∵$\sin y$ 的最大值为 1，故不等式 $\left|x+\frac{1}{x}\right|\geq|a-2|+\sin y$ 恒成立时，

有 $|a-2|\leq 1$，解得 $a\in[1，3]$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线