绝密★启用前

2023年春季学期高二年级7月质量检测

数　　学

全卷满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\,|\,y=\sqrt{x-1}\}$，$B=\{y\,|\,y=-x+3,x\in A\}$，则 $A\cap B=$

A. $[1,+\infty)$　　B. $[1,2]$　　C. $(-\infty,2]$　　D. $(1,2)$

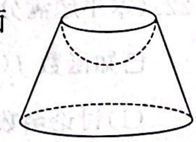
2. 已知复数 z 满足 $z=\dfrac{2+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则 z 在复平面内对应的点所在的象限为

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 在 $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中，二项式系数最大的项的系数为

A. 20　　B. 80　　C. 120　　D. 160

4. 如图，一个圆台的下底面半径为2，上底面半径为1，高为2.以圆台的上底面为底面，挖去一个半球，则剩余部分的体积为



A. $\dfrac{11\pi}{3}$　　B. $\dfrac{10\pi}{3}$

C. 4π　　D. 3π

5. 已知 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，且 $\dfrac{\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=\sin 2\theta$，则 $\tan\theta=$

A. $\sqrt{2}-1$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $\sqrt{3}+1$　　D. $\sqrt{3}-1$

6. 已知 x 和 y 的几组关系如下表：

x	1	2	3	4	5
y	1	a	3	b	5

其中 $a+b=6(a>0,b>0)$，设两组变量的线性相关系数为 r.当 a 从小变大时，r 的值

A. 先变大后变小　　B. 先变小后变大　　C. 变小　　D. 变大

7. 已知抛物线 $C: y^2=2x$ 与圆 $M: (x-3)^2+y^2=8$ 在第一象限交于 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$ $(y_1<y_2)$ 两点，设 P 关于 x 轴的对称点为 P'，则直线 $P'Q$ 的斜率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 1　　D. 2

8. 已知随机变量 X 的可能取值为 1，2. Y 的可能取值为 -1，-2，且 $P(X=i)=P(Y=-i)$ $(i=1,2)$，若 $E(XY)=-2$，则 $D(XY)=$

A. $\frac{5}{4}$　　B. $\frac{13}{9}$　　C. $12-6\sqrt{3}$　　D. $18-12\sqrt{2}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=8$，公差为 d（且 $d<0$），前 n 项和为 S_n，则

A. 若 $d<-4$，则 $S_5<0$

B. 若 $a_3+a_4>0$，则 $S_7>0$

C. 若 $S_5\geqslant S_n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $-2\leqslant d\leqslant-\frac{8}{5}$

D. 若 $d>-1$，则存在 $n\in\mathbf{N}^*$，使得 $S_n>36$

10. 已知圆 $C: (x-3)^2+(y-1)^2=1$ 与圆 $M: (x-m)^2+(y-2m)^2=r^2$ $(m\in\mathbf{R}, r>0)$ 相交于 A，B 两点，则

A. 圆 C 的圆心坐标为 $(3,1)$　　B. 当 $r=2$ 时，$1-\frac{2\sqrt{5}}{5}<m<1+\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. 当 $MA\perp CA$ 且 $r=3$ 时，$m=2$　　D. 当 $|AB|=2$ 时，r 的最小值为 $\sqrt{6}$

11. 已知随机事件 A，B 的概率分别为 $P(A)$，$P(B)$，且 $P(A)=\frac{1}{3}$，$P(B)=\frac{1}{2}$，$P(B|A)+P(\overline{B}|\overline{A})=1$，则

A. $P(B|A)=P(B|\overline{A})$　　B. 事件 A 与事件 B 相互独立

C. $P(A+B)=\frac{2}{3}$　　D. $P(A\overline{B}|\overline{B})=\frac{1}{6}$

12. 已知 $a>0$，$b>0$，且 $b\ln b+a=\frac{ab}{e^a}$，则

A. $a>1$　　B. $a<1$　　C. $b>1$　　D. $b<1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(t,1-t)$，$\boldsymbol{b}=(t,4)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $t=$________.

14. 七个人从左到右排成一排，已知 A，B 两人不排在两端，且 A，B 两人一定不相邻，则不同的排法共________种.

15. 某人玩一个游戏，游戏规则如下：每次游戏有机会获得 10 分，20 分或 50 分的积分，且每次游戏只能获得一种积分. 每次游戏获得 10 分的概率为 $p\left(0<p<\frac{1}{3}\right)$，获得 20 分的概率为 $2p$. 当该人在三次游戏中累计积分不低于 100 分且不足 150 分的概率取最大值时，其一次游戏所得积分的数学期望为________.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 且斜率为正的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，且点 A 在 x 轴下方. 设 $\triangle AF_1F_2$，$\triangle BF_1F_2$，$\triangle ABF_2$ 的内切圆的半径分别为 r_1，r_2，r_3. 若椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$，且 $r_1+r_3=2r_2$，则直线 l 的斜率为________.

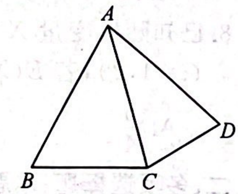
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤．

17.（本小题满分 10 分）

如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AC=AD=4$，$\angle ACB=\angle ACD$．

(1)若 $BC=3$，$CD=2$，求 AB；

(2)若 $\cos B=\dfrac{3}{5}$，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值．



18.（本小题满分 12 分）

2023 年的高考已经结束，考试前一周，某高中进行了一场关于高三学生课余学习时间的调查问卷，现从高三 12 个班级每个班随机抽取 10 名同学进行问卷，统计数据如下表：

	课余学习时间超过两小时	课余学习时间不超过两小时
200 名以前	40	$x+10$
200 名以后	$3x-10$	40

(1)求 x 的值；

(2)依据上表，判断是否有 99.9％的把握认为，高三学生课余学习时间超过两小时跟学生成绩有关；

(3)学校在成绩 200 名以前的学生中，采用分层抽样，按课余学习时间是否超过两小时抽取 6 人，再从这 6 人中随机抽取 3 人，记这 3 人中课余学习时间超过两小时的学生人数为 X，求 X 的分布列和数学期望．

附：参考公式：$\chi^2=\dfrac{n\,(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$．

a	0.10	0.05	0.010	0.005	0.001
x_a	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

19.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项和为 S_n，$a_1=2$，且 $S_{n+1}^2=3S_n^2+a_{n+1}\cdot S_n$．

(1)求数列 $\{S_n\}$ 的通项公式；

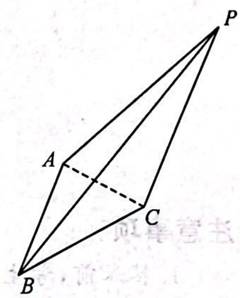
(2)求数列 $\left\{\dfrac{n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n．

20.(本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中,$AB\perp AP$,$AC\perp BC$,平面 $PBC\perp$ 平面 ABC,二面角 $P-AB-C$ 为45°,已知 $AB=4\sqrt{3}$,$AC=2\sqrt{3}$.

(1)求 AP 的长;

(2)求锐二面角 $B-AP-C$ 的余弦值.



21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 C:$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$,左、右顶点分别为 A,B,直线 l:$y=kx+m$与双曲线 C 分别交于 $M(x_1,y_1)$,$N(x_2,y_2)$两点. 当 $k=0$,$m=\sqrt{3}$ 时,$|MN|=2|AB|$.

(1)求双曲线 C 的标准方程;

(2)设 AM,BN 的斜率分别为 k_1,k_2,当 $m=-6k$ 且 $k\neq0$ 时,求 $3x_1x_2-10(x_1+x_2)$和$\dfrac{k_2}{k_1}$的值.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{a}{x}+\ln x+a-2$.

(1)讨论函数 $f(x)$的单调性;

(2)若函数 $f(x)$有两个零点 x_1,x_2,且 $x_1<x_2$,曲线 $y=f(x)$在这两个零点处的切线的交点的横坐标为 m,证明:$m<a$.