

## 2023年高考桂林、崇左市联合模拟考试

### 数学(理科)

2023.04

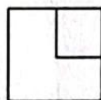
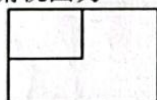
注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 考生将自己的姓名、准考证号填写在答题卡指定位置上.
3. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚.
4. 请按题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

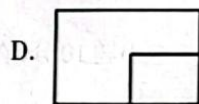
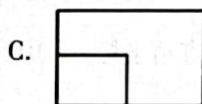
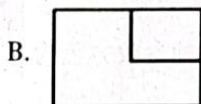
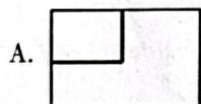
1. 设集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | 0 \leq x < \frac{5}{2}\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{0, 1, 2\}$       B.  $\{-2, -1, 0\}$       C.  $\{0, 1\}$       D.  $\{1, 2\}$
2. 在复平面内, 复数  $i(2 - i)$  对应的点位于  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
3. 一个长方体去掉一个小长方体, 所得几何体的正视图与侧视图分别如图所示, 则该几何体的俯视图为

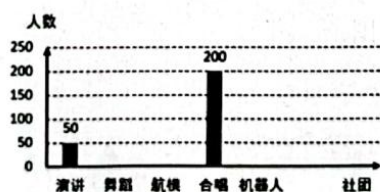


正视图

侧视图



4. 某学校组建了演讲、舞蹈、航模、合唱、机器人五个社团, 全校 3000 名学生每人都参加且只参加其中一个社团, 校团委从这 3000 名学生中随机选取部分学生进行调查, 并将调查结果绘制了如下不完整的两个统计图, 则选取的学生中参加机器人社团的学生数为



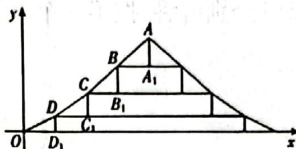
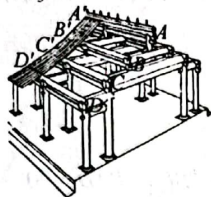
- A. 50      B. 75      C. 100      D. 125
5. 甲、乙两人各进行 1 次射击, 如果两人击中目标的概率分别为 0.8 和 0.4, 则其中恰有 1 人击中目标的概率是  
A. 0.32      B. 0.56      C. 0.44      D. 0.68
6. 已知函数  $h(x)$  是奇函数, 且  $f(x) = h(x) + 2$ , 若  $x = 2$  是函数  $y = f(x)$  的一个零点, 则  $f(-2) =$   
A. -4      B. 0      C. 2      D. 4
7. 已知  $a = \frac{3}{2}$ ,  $b = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ,  $c = \frac{\ln 3}{\ln 2}$ , 则  
A.  $a > b > c$       B.  $c > b > a$       C.  $c > a > b$       D.  $a > c > b$

【理科数学试卷 第 1 页 (共 4 页)】

8. 已知圆  $C: x^2 + y^2 = 4$ , 直线  $l: y = kx + m$ , 当  $k$  变化时,  $l$  截得圆  $C$  弦长的最小值为 2, 则常数  $m =$

- A.  $\pm 2$                       B.  $\pm\sqrt{2}$                       C.  $\pm\sqrt{3}$                       D.  $\pm 3$

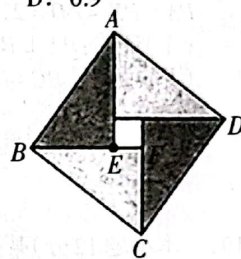
9. 中国的古建筑往往是美学和哲学的完美体现. 下图是某古建筑物及其剖面图,  $AA', BB', CC', DD'$  是桁,  $DD_1, CC_1, BB_1, AA_1$  是脊,  $OD_1, DC_1, CB_1, BA_1$  是相等的步, 相邻桁的脊步的比分别为  $\frac{DD_1}{OD_1} = 0.5, \frac{CC_1}{DC_1} = k_1, \frac{BB_1}{CB_1} = k_2, \frac{AA_1}{BA_1} = k_3$ , 若  $k_1, k_2, k_3$  是公差为 0.15 的等差数列,  $\tan\angle AOD_1 = 0.65$ , 则  $k_3 =$



- A. 0.75                      B. 0.8                      C. 0.85                      D. 0.9

10. 我国东汉末数学家赵爽在《周髀算经》中利用一副“弦图”给出了勾股定理的证明, 后人称其为“赵爽弦图”, 它是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形, 如图所示. 在“赵爽弦图”中, 若  $\overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{BA} = \vec{b}, \overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{EF}$ , 则  $\overrightarrow{AE} =$

- A.  $\frac{12}{25}\vec{a} - \frac{16}{25}\vec{b}$                       B.  $\frac{16}{25}\vec{a} + \frac{12}{25}\vec{b}$   
C.  $\frac{12}{25}\vec{a} + \frac{9}{25}\vec{b}$                       D.  $\frac{9}{25}\vec{a} - \frac{12}{25}\vec{b}$



11. 已知  $\triangle SAB$  是边长为 2 的等边三角形,  $\angle ACB = 45^\circ$ , 当三棱锥  $S-ABC$  体积取最大时, 其外接球的体积为

- A.  $\frac{20\sqrt{15}\pi}{27}$                       B.  $\frac{28\pi}{3}$                       C.  $\frac{28\sqrt{21}\pi}{27}$                       D.  $\frac{20\pi}{3}$

12. 定义平面凸四边形为平面上每个内角度数都小于  $180^\circ$  的四边形. 已知在平面凸四边形  $ABCD$  中,  $\angle A = 30^\circ, \angle B = 105^\circ, AB = \sqrt{3}, AD = 2$ , 则  $CD$  的取值范围是

- A.  $\left[\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$                       B.  $\left[\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$   
C.  $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$                       D.  $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{3}+1\right)$

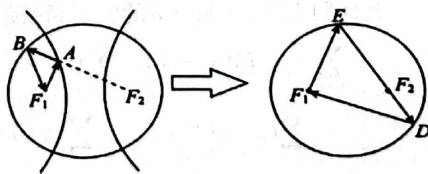
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13.  $(x^3 - \frac{1}{x})^4$  展开式中常数项为\_\_\_\_\_.

14. 若  $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \frac{1}{3}$ , 则  $\cos^2(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}) =$ \_\_\_\_\_.

15. 写出一个值域为  $(-\infty, 1)$  且在区间  $(-\infty, +\infty)$  上单调递增的函数  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

16. 如图, 一个光学装置由有公共焦点  $F_1, F_2$  的椭圆  $C$  与双曲线  $C'$  构成, 一光线从左焦点  $F_1$  发出, 依次经过  $C'$  与  $C$  的反射, 又回到点  $F_1$  历时  $m$  秒; 若将装置中的  $C'$  去掉, 则该光线从点  $F_1$  发出, 经过  $C$  两次反射后又回到点  $F_1$  历时  $n$  秒, 若  $C'$  的离心率为  $C$  的离心率的 4 倍, 则  $\frac{m}{n} =$ \_\_\_\_\_.





三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题,每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共60分。

17. (本小题12分)从①前 $n$ 项和 $S_n = n^2 + p$  ( $p \in R$ ), ② $a_n = a_{n+1} - 3$ , ③ $a_6 = 11$ 且 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$ 这三个条件中任选一个,补充到下面的问题中,并完成解答。

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$ , \_\_\_\_\_, 其中 $n \in N^*$ 。

(I)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II)若 $a_1, a_n, a_m$ 成等比数列,其中 $m, n \in N^*$ ,且 $m > n > 1$ ,求 $m$ 的最小值。

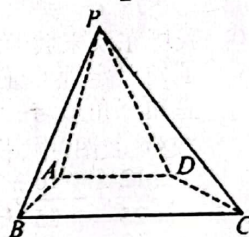
注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分。

18. (本小题12分)如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $AB = AD = \frac{1}{2}BC = \sqrt{2}$ ,

$PA = PB = PD = 2$ .

(I)证明: $PA \perp BD$ ;

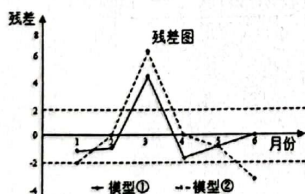
(II)求直线 $BC$ 与平面 $PCD$ 所成角的余弦值。



19. (本小题12分)某互联网公司为了确定下季度的前期广告投入计划,收集了近6个月广告投入量 $x$ (单位:万元)和收益 $y$ (单位:万元)的数据如表:

月份	1	2	3	4	5	6
广告投入量	2	4	6	8	10	12
收益	14.21	20.31	31.8	31.18	37.83	44.67

他们用两种模型① $y = bx + a$ , ② $y = ae^{bx}$ 分别进行拟合,得到相应的回归方程并进行残差分析,得到如图所示的残差图及一些统计量的值。



$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^6 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^6 x_i^2$
7	30	1464.24	364

(I)根据残差图,比较模型①,②的拟合效果,应选择哪个模型拟合?并说明理由;

(II)残差绝对值大于2的数据被认为是异常数据,需要剔除。

(i)剔除异常数据后求出(I)中所选模型的回归方程;

(ii)若广告投入量 $x = 18$ 时,(I)中所选模型收益的预报值是多少?

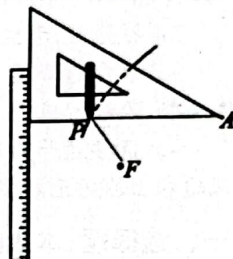
附:对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ,

其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

【理科数学试卷 第3页(共4页)】

20. (本小题12分)如图:小明同学先把一根直尺固定在画板上,把一块三角板的一条直角边紧靠在直尺边沿,再取一根细绳,它的长度与另一直角边相等,让细绳的一端固定在三角板的顶点A处,另一端固定在画板上点F处,用铅笔尖扣紧绳子(使两段细绳绷直),靠住三角板,然后将三角板沿着直尺上下滑动,这时笔尖在平面上画出了圆锥曲线C的一部分图像.已知细绳长度为3,经测量,当笔尖运动到点P处,此时 $\angle FAP = 30^\circ$ , $\angle AFP = 90^\circ$ .设直尺边沿所在直线为a,以过F垂直于直尺的直线为x轴,以过F垂直于a的垂线段的中垂线为y轴,建立平面直角坐标系.



- (I)求曲线C的方程;  
(II)斜率为k的直线l过点D(0, -3),且与曲线C交于不同的两点M, N, 已知k的取值范围为(0, 2), 探究:是否存在 $\lambda$ , 使得 $\overline{DM} = \lambda \overline{DN}$ , 若存在, 求出 $\lambda$ 的范围, 若不存在, 说明理由.

21. (本小题12分)已知函数 $f(x) = e^x - ax + \sin x - 1$ .

- (I)若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 求实数a的取值范围;  
(II)当 $1 \leq a < 2$ 时, 讨论函数 $g(x) = (x-2)f(x)$ 零点的个数.

(二)选考题:共10分. 请考生在第22、23题中任选一题做答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题10分)在平面直角坐标 $xOy$ 中, 曲线C的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{t}}{1+t} \\ y = \frac{2}{1+t} \end{cases} (t \text{ 为参数}),$$
以原点O

为极点, x轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线l的极坐标方程为 $\sqrt{2} \rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) + m = 0$ .

- (I)写出曲线C的普通方程;  
(II)若l与C有公共点, 求m的取值范围.

23. (本小题10分)已知函数 $f(x) = |x + a| + 2|x - 1|$ .

- (I)当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;  
(II)对任意 $x \in [1, 2]$ , 若正数a, b使得不等式 $f(x) > x^2 - b + 1$ 恒成立, 证明: $(a + \frac{1}{2})^2 + (b + \frac{1}{2})^2 > 2$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

