绝密★启用前

2023届高三适应性模拟考试

数 学

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $M=\{x\mid -1<x<3\}$，$N=\{x\mid x\geqslant a, a\in\mathbf{R}\}$，若 $M\cap N=M$，则实数 a 的取值范围是

A. $[-1,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1]$　　C. $[-1,3]$　　D. $(-1,3)$

2. 设复数 z 在复平面内对应的点位于第一象限，且 $|z|=2$，$|z+\bar{z}|=2$，则 z 的值为

A. $1-\sqrt{3}\mathrm{i}$　　B. $1+\sqrt{3}\mathrm{i}$　　C. $\sqrt{2}-\sqrt{2}\mathrm{i}$　　D. $\sqrt{2}+\sqrt{2}\mathrm{i}$

3. 已知 A,B 是⊙C：$(x-2)^2+(y-4)^2=25$ 上的两个动点，P 是线段 AB 的中点，若 $|AB|=6$，则点 P 的轨迹方程为

A. $(x-4)^2+(y-2)^2=16$　　B. $(x-2)^2+(y-4)^2=11$

C. $(x-2)^2+(y-4)^2=16$　　D. $(x-4)^2+(y-2)^2=11$

4. 我国古代数学家僧一行应用"九服晷影算法"在《大衍历》中建立了晷影长 l 与太阳天顶距 θ $(0^\circ\leqslant\theta\leqslant180^\circ)$ 的对应数表，这是世界数学史上较早的一张正切函数表，根据三角学知识可知，晷影长 l 等于表高 h 与太阳天顶距 θ 的正切值的乘积，即 $l=h\tan\theta$. 若对同一"表高"两次测量，"晷影长"分别是"表高"的 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$，相应的太阳天顶距为 θ_1 和 θ_2，则 $\tan(\theta_1+\theta_2)$ 的值为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{5}{6}$　　C. $\frac{5}{7}$　　D. 1

5. 已知圆台的上、下底面的圆周都在半径为2的球面上，圆台的下底面过球心，上底面半径为1，则圆台的体积为

A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}\pi$　　B. $5\sqrt{3}\pi$　　C. $\frac{7\sqrt{3}}{3}\pi$　　D. $7\sqrt{3}\pi$

6. 已知颜色分别是红、绿、黄的三个大小相同的口袋，红色口袋内装有两个红球，一个绿球和一个黄球；绿色口袋内装有两个红球，一个黄球；黄色口袋内装有三个红球，两个绿球（球的大小质地相同）. 若第一次先从红色口袋内随机抽取1个球，然后将取出的球放入与球同颜色的口袋内，第二次从该口袋内任取一个球，则第二次取到黄球的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{5}{48}$　　D. $\frac{11}{48}$

7. 已知双曲线 Γ：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$，以坐标原点为圆心，双曲线的虚半轴长为半径的圆与双曲线的两条渐近线相交于 A,B,C,D 四点，若四边形 $ABCD$ 的面积为 $12\sqrt{2}$，则双曲线的方程为

A. $\frac{x^2}{9}-\frac{2y^2}{9}=1$　　B. $\frac{x^2}{18}-\frac{y^2}{9}=1$

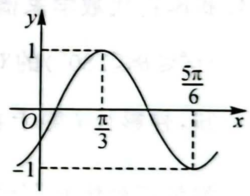
C. $\frac{x^2}{27}-\frac{2y^2}{27}=1$　　D. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{18}=1$

8. 定义：若直线 l 与函数 $y=f(x)$，$y=g(x)$ 的图象都相切，则称直线 l 为函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 的公切线. 若函数 $f(x)=a\ln x(a>0)$ 和 $g(x)=x^2$ 有且仅有一条公切线，则实数 a 的值为

A. e　　B. $\sqrt{e}$　　C. 2e　　D. $2\sqrt{e}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列结论正确的是



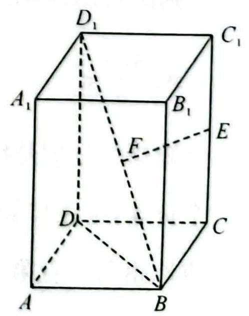
A. $\omega=4$

B. $\varphi=-\frac{\pi}{6}$

C. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{24},0\right)$ 对称

D. $f(x)$ 在区间 $\left(\pi,\frac{5\pi}{4}\right)$ 上单调递增

10. 如图，在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，且 $\angle BAD=\frac{\pi}{3}$，侧棱 $AA_1=4$，E,F 分别为 CC_1,BD_1 的中点，则下列结论正确的是



A. 异面直线 EF 与 BC 所成角的大小为 $\frac{\pi}{3}$

B. 三棱锥 D_1-BDE 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C. 二面角 $E-BD-C$ 的正切值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. 三棱锥 $E-BCD$ 的外接球的表面积为 $\frac{28\pi}{3}$

11. 已知正项数列$\{x_n\}$满足$x_1\in(0,1)$，$x_{n+1}=\frac{1}{x_n}+\ln x_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则下列结论正确的是

A. 数列$\{x_n\}$中的最小项为x_1

B. 当$n\geqslant 2$时，$x_n>1$

C. 当$n\geqslant 2$时，$x_{n+1}\geqslant x_n$

D. 对任意$n\geqslant 2$且$n\in\mathbf{N}^*$，$2x_{n+1}<x_n+x_{n+2}$

12. 已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，过点F的两条互相垂直的直线l_1，l_2分别与抛物线C交于点A，B和D，E，其中点A，D在第一象限，过抛物线C上一点$P(x_0,2)$分别作l_1，l_2的垂线，垂足分别为M，N，O为坐标原点，若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-3$，则下列结论正确的是

A. $p=2$

B. 若$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，则直线$l_1$的倾斜角为$\frac{\pi}{6}$

C. 四边形$PMFN$的周长的最大值为$4\sqrt{2}$

D. 四边形$ADBE$的面积的最小值为32

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$f(x)$的周期为2，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=\log_2(x+1)$，则$f(13)+f(-14)=$________.

14. 2023年国家公务员考试笔试于1月7－8日结束，公共科目包括行政职业能力测验和申论两科，满分均为100分，行政职业能力测验中，考生成绩X服从正态分布$N(75,\sigma^2)$. 若$P(60\leqslant X\leqslant 90)=\frac{3}{5}$，则从参加这次考试的考生中任意选取3名考生，至少有2名考生的成绩高于90的概率为________.

15. 在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=120°$，$AB=AC=2$，且$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AC}(\lambda\in\mathbf{R})$，$\overrightarrow{EF}=2\overrightarrow{EM}$，若$|\overrightarrow{AM}|=\frac{\sqrt{7}}{2}$，则$\lambda=$________.

16. 已知函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2+(1-a)x-x\ln x$有两个极值点$x_1$，$x_2(x_1<x_2)$，则实数$a$的取值范围为________；若$3x_1\geqslant x_2$，则$\ln x_1+\ln x_2+2a$的最大值为________.

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17.（本小题满分10分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a\sin B=\sqrt{3}b(1-\cos A)$.

(1)求角A的大小；

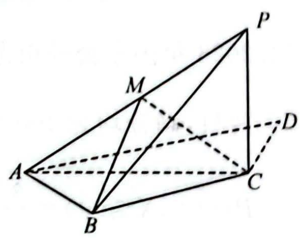
(2)若D是BC上一点，且$\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DB}$，$AD=1$，求$\triangle ABC$面积的最大值.

18.（本小题满分12分）

如图，在四边形$ABCD$中，$AB=BC=2CD$，$AB\perp BC$，$AC\perp CD$，以AC为折痕将$\triangle ACD$折起，使点D到达点P的位置，且$PB=\sqrt{5}CD$.

(1)证明：$AB\perp$平面PBC；

(2)若M为PA的中点，求直线PB与平面MBC所成角的正弦值.



19.(本小题满分 12 分)

已知正项等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且满足$a_1=1$,$a_2a_3a_4=64$,数列$\{b_n\}$满足$b_1=1$,$b_1+\frac{1}{2}b_2+\frac{1}{3}b_3+\cdots+\frac{1}{n}b_n=b_{n+1}-1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式;

(2)设$c_n=a_n+(-1)^n(2b_n+1)$,求数列$\{c_n\}$的前$2n$项和T_{2n}.

20.(本小题满分 12 分)

中华传统文化的主要内容,从学术流派的角度,主要包括儒家、道家、佛家、诸子百家;从文化载体的角度,主要包括经、史、子、集;从日常生活的角度,主要包括传统民俗文化.为了弘扬中华传统文化,某市初中课后服务开设了中华传统文化专题兴趣小组,该市每学期均组织举办中华传统文化知识竞赛.竞赛规则是:该市属初中均组队参加,每队 6 人,平均分为 3 组参加“学术流派”、“文化载体”、“民俗文化”3 类专项赛,专项赛的比赛赛制为:每所学校的两人为一组,每一轮竞赛中,小组两人分别答 3 道题,若答对题目不少于 5 道题,则获得一个积分.已知红心初级中学的张华与刘中两名同学一组,张华与刘中每道题答对的概率分别是$p_1(0<p_1<1)$和$p_2(0<p_2<1)$,且每道题答对与否互不影响.

(1)若$p_1=\frac{2}{3}$,记张华在一轮竞赛中答对题的个数为随机变量X,求随机变量X的分布列和数学期望;

(2)若$p_1+p_2=\frac{4}{3}$,且每轮比赛互不影响,若张华与刘中组想至少获得 5 个积分,那么理论上至少要进行多少轮竞赛?

21.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,P 是椭圆 C 上异于左、右顶点的动点,$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的最小值为 2,且椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)若直线 l 过 F_2 与椭圆 C 相交于 A,B 两点,A,B 两点异于左、右顶点,直线 l_1 过 F_1 交椭圆 C 于 M,N 两点,$l\perp l_1$,求四边形 $AMBN$ 面积的最小值.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(x+1)-ax(a>0)$.

(1)若函数 $g(x)=f(x)-a$ 在 $[0,e^2-1]$ 上有且仅有 2 个零点,求 a 的取值范围;

(2)若 $f(x)\leqslant a^2e^x-a(x+1)$ 恒成立,求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。