

座位号

考场号

姓名

班级

学校

封 线

2023届5月质量监测考试

文科数学

试卷满分:150分 考试时间:120分钟

注意事项:

1. 答题前,考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚,将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 全部答案在答题卡上完成,答在本试卷上无效。
3. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案用0.5mm黑色笔迹签字笔写在答题卡上。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

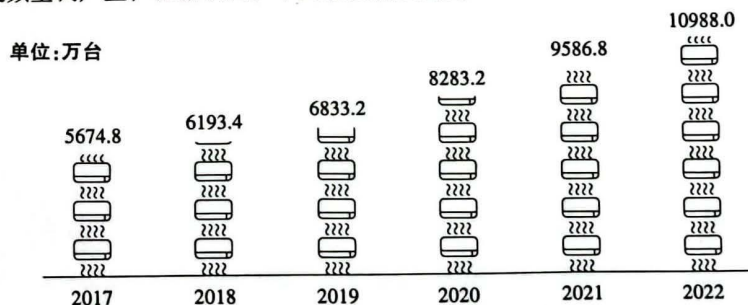
1. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 2\}$, $B = \left\{y \mid y = \left(\frac{1}{2}\right)^x\right\}$, 则 $A \cup B =$

- A. \emptyset B. \mathbb{R} C. $\{x | 0 < x < \sqrt{2}\}$ D. $\{x | x > -\sqrt{2}\}$

2. 已知 $z = 1 - i$, 则 $\frac{1+i}{z+1} =$

- A. $1 + i$ B. $1 - i$ C. $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$ D. $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}i$

3. 近年来,随着双碳目标、空调新国标的制定,节能变频空调的需求不断增多,下图为2017-2022中国节能变频空调产量,根据该图,下列说法错误的是




- A. 2017-2022中国节能变频空调年产量逐年增加
 B. 2017-2022中国节能变频空调年产量的中位数6833.2万台
 C. 2022年中国节能变频空调产量比上一年增长超过14%
 D. 2017-2022中国节能变频空调年平均产量超过7500台
4. 已知锐角 α 终边上一点 $P(2 \cos^2 80^\circ, \sin 20^\circ)$, 则 $\tan 3\alpha =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\sqrt{3}$

5. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的左焦点为 F , 过原点 O 的直线与 C 交于点 A, B , 若 $|OF| = |OA|$, 则 $|AF| \parallel |BF| =$

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

6. 若 a, b 均为单位向量, 且 $|a - kb| = \sqrt{3a \cdot b}$, 则 k 的值可能是
- A. -2 B. 2 C. 3 D. -3
7. 陀螺又称陀罗, 是中国民间最早的娱乐健身玩具之一, 在山西夏县新石器时代的遗址中就发现了石制的陀螺. 如图所示的陀螺近似看作由一个圆锥与一个圆柱组成的组合体, 其中圆柱的底面半径为 1, 圆锥与圆柱的高均为 1, 若该陀螺由一个球形材料削去多余部分制成, 则球形材料体积的最小值为
- A. $\frac{4}{3}\pi$ B. $\frac{32}{3}\pi$
C. $\frac{25}{4}\pi$ D. $\frac{125}{48}\pi$
- 
8. 已知第一象限内的动点 $P(a, b)$ 在直线 $4x + y - 1 = 0$ 的左下方, 则 $0 < k \leq 9$ 是 $a + b \geq kab$ 恒成立的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
9. 若过原点与曲线 $f(x) = x^2 e^x + ax^2 - 2x$ 相切的直线有 2 条, 且切点均与原点不重合, 则 a 的取值范围是
- A. $(e^{-2}, +\infty)$ B. $(-\infty, e^{-2})$ C. $(0, e^{-2})$ D. $(0, e^{-2}]$
10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2 \sin 2x, & x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \\ \tan x, & x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \end{cases}$, 若方程 $f(x) = \sqrt{3}$ 在 $(0, m)$ 上恰有 5 个不同实根, 则 m 的取值范围是
- A. $(\frac{7\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}]$ B. $(\frac{7\pi}{3}, \frac{19\pi}{6}]$ C. $(\frac{5\pi}{3}, \frac{13\pi}{6}]$ D. $(\frac{13\pi}{6}, \frac{7\pi}{3}]$
11. 已知 $a = \log_3 5$, $b = 2(\frac{1}{3})^{\frac{1}{4}}$, $c = 3 \log_7 2 + \log_8 7$, 则
- A. $a > b > c$ B. $c > b > a$ C. $b > a > c$ D. $c > a > b$
12. 若椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上存在一点 D , 使得函数 $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ 图象上任意一点关于点 D 的对称点仍在 $f(x)$ 的图象上, 且椭圆 C 的长轴长大于 2, 则 C 的离心率的取值范围是
- A. $(0, \frac{\sqrt{210}}{15})$ B. $(\frac{\sqrt{210}}{15}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{6}}{3})$ D. $(\frac{\sqrt{6}}{3}, 1)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = f(x)$, 且 $x \in [-1, 1]$ 时, $f(x) = \log_2(2^x + 1) + (x+a)^2$, 则 $f(2022) =$ _____.
14. 已知圆心在 x 轴正半轴上的圆 C 过原点 O , 且与直线 $y = x - 2$ 相交所得的弦长为 $\sqrt{34}$, 则圆 C 的标准方程为_____. 全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》
15. $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, BC = 5, CA = 6$, $\angle ABC$ 平分线与 AC 交于点 D , 则 $BD =$ _____.
16. 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 4$, 点 E 为 A_1B_1 中点, 点 F 为 AD 中点, 直线 B_1C 与直线 EF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{143}}{13}$, 过 E, F, C_1 做该正四棱柱的截面, 则截面周长为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分) 已知公差 $d \neq 0$ 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 + a_3 = \frac{a_4 + a_5}{2}$, $a_1, a_2, 2a_4 - 1$ 成等比数列。

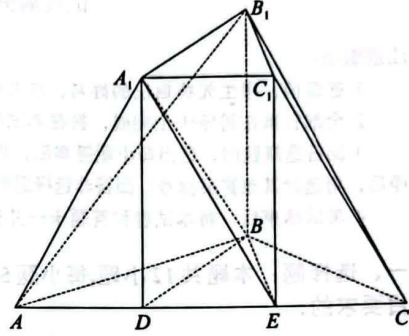
(1) 求 a_n 的通项公式；

(2) 记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 从下列两个条件中选一个, 求 S_n , 若对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, $\frac{S_{2n}}{S_n} < k$ 恒成立, 求正整数 k 的最小值。

① $b_n = a_{2n-1}a_{2n} - a_{2n}a_{2n+1}$; ② $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$.

18. (12分) 在几何体 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC = \sqrt{3}$, $AC = 3$, 点 D, E 在棱 AC 上, 且 $AD = DE = EC$, 三棱柱 $DBE - A_1B_1C_1$ 是直三棱柱.

- (1) 求证: 平面 $A_1BE \perp$ 平面 ABB_1 ;
(2) 若 $A_1D = 2$, 求点 A_1 到平面 AB_1C 的距离.



密

封

线

密 封 线

19. (12分) MCN即多频道网络,是一种新的网红经济运行模式,这种模式将不同类型和内容的PGC(专业生产内容)联合起来,在资本有力支持下,保障内容的持续输出,从而最终实现商业的稳定变现,在中国以直播电商、短视频为代表的新兴网红经济的崛起,使MCN机构的服务需求持续增长.数据显示,近年来中国MCN市场规模迅速扩大.下表为2018年—2022年中国MCN市场规模(单位:百亿元),其中2018年—2022年对应的代码依次为1-5.

年份代码 x	1	2	3	4	5
中国MCN市场规模 y	1.12	1.68	2.45	3.35	4.32

(1) 由上表数据可知,可用指数函数模型 $y = a \cdot b^x$ 拟合 y 与 x 的关系,请建立 y 关于 x 的回归方程;

(2) 从2018年—2022年中国MCN市场规模中随机抽取2个数据,求这2个数据差的绝对值不大于1的概率.

参考数据:

\bar{y}	\bar{v}	$\sum_{i=1}^5 x_i y_i$	$\sum_{i=1}^5 x_i v_i$
2.58	0.84	46.83	15.99

其中 $v_i = \ln y_i$, $\bar{v} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 v_i$.

参考公式: 对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$, 其回归直线 $\hat{v} = \hat{a} + \hat{\beta}u$ 的斜率和截

距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i v_i - n\bar{u}\bar{v}}{\sum_{i=1}^n u_i^2 - n\bar{u}^2}$, $\hat{a} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{u}$.

20. (12分) 过点 $M(t, 0)$, 斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线 l 与抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 相切于点 N , 且 $|MN| = 4\sqrt{3}$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 斜率为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的直线与 C 交于与点 N 不重合的点 P, Q , 判断是否存在直线 l' , 使得点 Q 关于 l' 的对称点 Q' 恒与 P, N 共线, 若存在, 求出 l' 的方程, 若不存在, 说明理由.

21. (12分) 已知 $f(x) = \ln x + \frac{2a^2 + 8}{a\sqrt{x}} - \frac{4}{x} - 2 (a \neq 0)$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $a \in (0, 2)$, 判断 $f(x)$ 的零点个数.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{1-t} + \sqrt{1+t} \\ y = \sqrt{1-t} - \sqrt{1+t} \end{cases}$, (t 为参数), 以坐标原

点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho \sin \theta + 1 = a$ ($a > 0$).

(1) 求 C_1 的普通方程及 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若曲线 C_1, C_2 没有公共点, 求 a 的取值范围.

$$10 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{d + \sqrt{5}}{x + y} + x \sin \theta = (x, y) \text{ 取 } (1, 1) \text{ 时} \quad (1)$$

$$\text{; 取 } (1, -1) \text{ 时} \quad (2)$$

$$\text{; 取 } (-1, 0) \text{ 时} \quad (3)$$

23. [选修4—5: 不等式选讲] (10分) 已知函数 $f(x) = x^2 - |x - 3|$.
- (1) 求不等式 $f(x) > |x|$ 的解集;
- (2) 若对 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) > x^2 - 2 - |x - a|$, 求实数 a 的取值范围.

x	$x < 0$	$0 \leq x < 3$	$x \geq 3$
$f(x)$	$x^2 + x$	$x^2 - x + 3$	$x^2 - x$

$x < 0$	$0 \leq x < 3$	$x \geq 3$
$x^2 + x > x$	$x^2 - x + 3 > x$	$x^2 - x > x$
$x^2 > 0$	$x^2 - 2x + 3 > 0$	$x^2 - 2x > 0$
$x > 0$	$x^2 - 2x + 3 > 0$	$x(x - 2) > 0$
$x > 0$	$x < 3$	$x > 2$
$x > 0$	$0 < x < 3$	$x > 2$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

