绝密★启用前

天一大联考

2020—2021 学年高三年级上学期期末考试

文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x<0\}$，$B=\mathbf{Z}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

2. 若 $z+2\bar{z}=3-\mathrm{i}$，则 $|z|=$

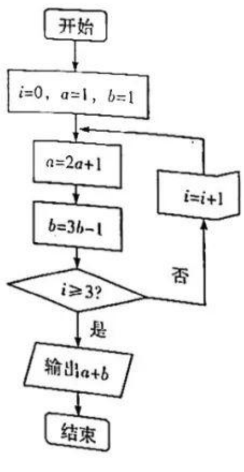
A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

3. 在一个不透明的袋子中，装有若干个大小相同颜色不同的小球，若袋中有 2 个红球，且从袋中任取一球，取到红球的概率为 $\frac{1}{5}$，则袋中球的总个数为

A. 5　　B. 8　　C. 10　　D. 12

4. 如图，位于西安大慈恩寺的大雁塔，是唐代玄奘法师为保存经卷佛像而主持修建的，是我国现存最早的四方楼阁式砖塔. 塔顶可以看成一个正四棱锥，其侧棱与底面所成的角为 45°，则该正四棱锥的一个侧面与底面的面积之比为

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$



5. 执行如图所示的程序框图，则输出的结果是

A. 15　　B. 29　　C. 72　　D. 185

6. 已知$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>0$,则下列不等式:①$\frac{b}{a}>1$;②$|a|>|b|$;③$a^3>b^3$;④$\left(\frac{1}{2}\right)^a>\left(\frac{1}{2}\right)^b$. 其中正确的是

A. ①②　　B. ③④　　C. ②③　　D. ①④

7. 已知函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$,点$A,B$是曲线$y=f(x)$相邻的两个对称中心,点$C$是$f(x)$的一个最值点,若$\triangle ABC$的面积为1,则$\omega=$

A. 1　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. 2　　D. π

8. 已知函数$f(x)=e^x+e^{-x}-x^2$,则不等式$f(2m)>f(m-2)$的解集为

A. $(-\infty,-2)\cup\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)\cup(2,+\infty)$

C. $\left(-2,\frac{2}{3}\right)$　　D. $\left(-\frac{2}{3},2\right)$

9. 在$\triangle ABC$中,内角A,B,C的对边分别为a,b,c,若A,B,C的大小成等差数列,且$b=7,a+c=13$,则$\triangle ABC$的面积为

A. $20\sqrt{3}$　　B. $40\sqrt{3}$　　C. $10\sqrt{3}$　　D. $50\sqrt{3}$

10. 已知球O的半径为5,球面上有A,B,C三点,满足$AB=AC=2\sqrt{14}$,$BC=2\sqrt{7}$,则三棱锥$O-ABC$的体积为

A. $7\sqrt{7}$　　B. $14\sqrt{2}$　　C. $7\sqrt{14}$　　D. $14\sqrt{7}$

11. 已知定义在$\mathbf{R}$上的奇函数$f(x)$满足$f(x+3)=f(x+1)$,当$0<x<1$时,$f(x)=2^{-x}$,则$f\left(\log_2\frac{1}{257}\right)=$

A. -8　　B. $-\frac{1}{256}$　　C. $\frac{256}{257}$　　D. $-\frac{256}{257}$

12. 已知点A在直线$3x+y-6=0$上运动,点B在直线$x-3y+8=0$上运动,以线段AB为直径的圆C与x轴相切,则圆C面积的最小值为

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{3\pi}{2}$　　C. $\frac{9\pi}{4}$　　D. $\frac{5\pi}{2}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 平面向量$\boldsymbol{a}=(2,2)$,$\boldsymbol{b}=(-1,3)$,若$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$,则$\lambda=$________.

14. 若实数x,y满足约束条件$\begin{cases}x-2y+3\geqslant0,\\2x-y-3\leqslant0,\\x+y-3\geqslant0,\end{cases}$则$x-y$的取值范围是________.

15. 若函数$f(x)=|e^x-a|-1$有两个零点,则实数a的取值范围是________.

16. 设双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点是$F$,左、右顶点分别是$A,B$,过$F$且与$x$轴垂直的直线与双曲线交于$P,Q$两点,若$AP\perp BQ$,则双曲线的离心率为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

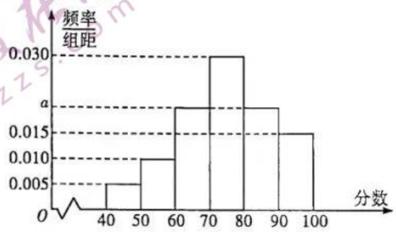
已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且$\frac{S_n}{a_n}$和$\frac{2}{a_n}$的等差中项为 1.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\log_4 a_{n+1}$，求数列$\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$的前 n 项和 T_n.

18.（12 分）

某企业招聘，一共有 200 名应聘者参加笔试，他们的笔试成绩都在$[40,100]$内，按照$[40,50)$，$[50,60)$，…，$[90,100]$分组，得到如下频率分布直方图：



（Ⅰ）求图中 a 的值；

（Ⅱ）求全体应聘者笔试成绩的平均数；（每组数据以区间中点值为代表）

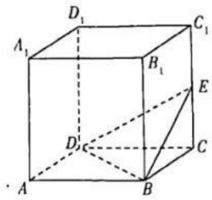
（Ⅲ）该企业根据笔试成绩从高到低进行录取，若计划录取 150 人，估计应该把录取的分数线定为多少.

19.（12 分）

如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为平行四边形，$AD=3$，$AB=5$，$\cos\angle BAD=\frac{3}{5}$，$BD=DD_1$，$E$ 是 CC_1 的中点.

（Ⅰ）求证：平面 $DBE\perp$平面 ADD_1；

（Ⅱ）求点 C_1 到平面 BDE 的距离.



20.（12分）

已知椭圆 C_1 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，一个焦点坐标为 $(0,2\sqrt{2})$，曲线 C_2 上任一点到点 $\left(\frac{9}{4},0\right)$ 和到直线 $x=-\frac{9}{4}$ 的距离相等.

（Ⅰ）求椭圆 C_1 和曲线 C_2 的标准方程；

（Ⅱ）点 P 为 C_1 和 C_2 的一个交点，过 P 作直线 l 交 C_2 于点 Q，交 C_1 于点 R，且 Q,R,P 互不重合，若 $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{RP}$，求直线 l 与 x 轴的交点坐标.

21.（12分）

已知函数 $f(x)=x\ln x+1-x-\ln x$.

（Ⅰ）设函数 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 和 $x=e$ 处的切线交直线 $y=1$ 于 M,N 两点，求 $|MN|$；

（Ⅱ）设 $f(x_0)$ 为函数 $y=f(x)$ 的最小值，求证：$-\frac{1}{2}<f(x_0)<0$.

（二）选考题：共10分. 请考生在第22,23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修4－4：坐标系与参数方程］（10分）

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=-3-\frac{4}{5}t,\\ y=3+\frac{3}{5}t\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-3-\frac{\sqrt{10}}{10}s,\\ y=3+\frac{3\sqrt{10}}{10}s\end{cases}$（$s$ 为参数）.

（Ⅰ）设 l_1 与 l_2 的夹角为 α，求 $\tan\alpha$；

（Ⅱ）设 l_1 与 x 轴的交点为 A，l_2 与 x 轴的交点为 B，以 A 为圆心，$|AB|$ 为半径作圆，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求圆 A 的极坐标方程.

23.［选修4－5：不等式选讲］（10分）

已知函数 $f(x)=|x-1|+|ax+1|$.

（Ⅰ）当 $a=2$ 时，解不等式 $f(x)\leqslant 5$；

（Ⅱ）当 $a=1$ 时，若存在实数 x，使得 $2m-1>f(x)$ 成立，求实数 m 的取值范围.

天一大联考
2020—2021 学年高三年级上学期期末考试
文科数学·答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1. 答案　B

命题意图　本题考查集合的概念与运算.

解析　由于 $A=\{x|0<x<5\}$，$B=\mathbf{Z}$，因此 $A\cap B=\{1,2,3,4\}$，所以 $A\cap B$ 中元素的个数为 4.

2. 答案　B

命题意图　本题考查复数的有关概念和复数的运算.

解析　设 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R})$，则 $\bar{z}=a-bi$，依题意知 $a+bi+2(a-bi)=3-i$，根据复数相等的意义得 $a=b=1$，于是 $z=1+i$，所以 $|z|=\sqrt{2}$.

3. 答案　C

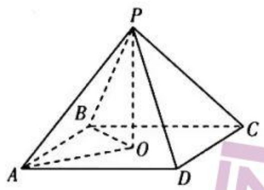
命题意图　本题考查概率的概念.

解析　设袋中共有 x 个球，根据概率的概念有 $\frac{2}{x}=\frac{1}{5}$，得 $x=10$，即袋中共有 10 个球.

4. 答案　D

命题意图　本题考查空间几何体的结构特征.

解析　如图所示，点 P 为正四棱锥的顶点，点 O 是底面中心，设 $AB=a$，则 $OA=OB=\frac{\sqrt{2}}{2}a$. 因为侧棱与底面所成的角为 $45°$，即 $\angle PAO=\angle PBO=45°$，所以 $PA=PB=a$，所以侧面 $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$，底面正方形 $ABCD$ 的面积为 a^2，因此该正四棱锥的一个侧面与底面的面积之比为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



5. 答案　C

命题意图　本题考查程序框图的基本逻辑结构.

解析　该程序的执行过程为 $a=1,b=1\to i=0,a=3,b=2\to i=1,a=7,b=5\to i=2,a=15,b=14\to i=3,a=31,b=41\to$ 输出 $a+b=72$.

6. 答案　D

命题意图　本题考查不等式的性质.

解析　$\because \frac{1}{a}>\frac{1}{b}>0$，$\therefore b>a>0$，容易判断①④正确.

7. 答案　D

命题意图　本题考查三角函数的图象与性质.

解析　根据题意知 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高为 2，$\frac{1}{2}AB\times2=1$，因此 $AB=1$，设 $f(x)$ 的最小正周期为 T，则 $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}=1$，所以 $\omega=\pi$.

8. **答案** A

命题意图 本题考查偶函数以及利用导数研究函数的单调性.

解析 由 $f(x)=f(-x)$ 可知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，$f'(x)=e^x-e^{-x}-2x$，令 $g(x)=f'(x)$，则 $g'(x)=e^x+e^{-x}-2\geqslant 0$，故 $g(x)$ 为增函数，而 $g(0)=0$，因此在 $(0,+\infty)$ 上 $g(x)>g(0)=0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$f(2m)>f(m-2)$ 等价于 $|2m|>|m-2|$，解得 $m>\frac{2}{3}$ 或 $m<-2$.

9. **答案** C

命题意图 本题考查余弦定理和三角形的面积公式.

解析 因为 A,B,C 的大小成等差数列，所以 $2B=A+C$，故 $B=\frac{\pi}{3}$，根据余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac$，因此 $ac=40$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=10\sqrt{3}$.

10. **答案** A

命题意图 本题考查三棱锥与球的相关问题.

解析 由 $AB=AC=2\sqrt{14}$，$BC=2\sqrt{7}$ 得 $\cos\angle BAC=\frac{56+56-28}{2\times 56}=\frac{3}{4}$，从而 $\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{7}}{4}$，设 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 r，则 $2r=\frac{BC}{\sin\angle BAC}=\frac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}$，所以 $r=4$，则球心 O 到平面 ABC 的距离等于 $\sqrt{5^2-4^2}=3$，而 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times 2\sqrt{14}\times 2\sqrt{14}\times\frac{\sqrt{7}}{4}=7\sqrt{7}$，故三棱锥 $O-ABC$ 的体积为 $\frac{1}{3}\times 3\times 7\sqrt{7}=7\sqrt{7}$.

11. **答案** D

命题意图 本题考查函数的奇偶性与周期性，对数的运算性质.

解析 由 $f(x+3)=f(x+1)$ 得 $f(x+2)=f(x)$，所以 $f(x)$ 的周期是 2，所以 $f\left(\log_2\frac{1}{257}\right)=f(8-\log_2 257)=f\left(\log_2\frac{256}{257}\right)=-f\left(\log_2\frac{257}{256}\right)$，而 $\log_2\frac{257}{256}\in(0,1)$，所以 $f\left(\log_2\frac{1}{257}\right)=-\frac{256}{257}$.

12. **答案** C

命题意图 本题考查直线与圆的方程，直线与圆的位置关系.

解析 因为直线 $3x+y-6=0$ 与 $x-3y+8=0$ 垂直，且交点为 $(1,3)$，所以以 AB 为直径的圆恒过点 $(1,3)$，又圆 C 与 x 轴相切，所以圆 C 的面积最小时，其直径恰好为点 $(1,3)$ 到 x 轴的距离，此时直径为 3，所以圆 C 面积的最小值为 $\frac{9\pi}{4}$.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. **答案** $\frac{3}{2}$

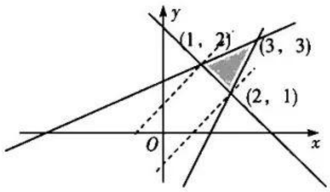
命题意图 本题考查平面向量的坐标运算.

解析 依题意 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(3,-1)$，$\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2\lambda-1,2\lambda+3)$，因为 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，所以 $3(2\lambda-1)+(-2\lambda-3)=0$，解得 $\lambda=\frac{3}{2}$.

14. **答案** $[-1,1]$

命题意图 本题考查简单的线性规划问题.

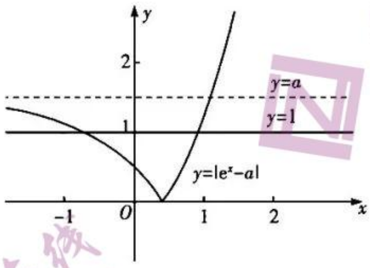
解析 不等式组表示的平面区域如图中阴影部分所示，作一组斜率为 1 的平行线，当直线过点 $(1,2)$ 时，$x-y$ 取最小值 -1，当直线过点 $(2,1)$ 时，$x-y$ 取最大值 1.



15. **答案** $(1,+\infty)$

命题意图 本题考查函数的零点及数形结合思想.

解析 $f(x)$的零点个数等价于曲线$y=|e^x-a|$与直线$y=1$的交点个数,作出图象如图所示,由题意可知$a>1$.



16. **答案** $\sqrt{2}$

命题意图 本题考查双曲线的标准方程和性质.

解析 由题意得$A(-a,0)$,$B(a,0)$,设$F(-c,0)(c>0)$,将$x=-c$代入双曲线方程,解得$y=\pm\frac{b^2}{a}$.不妨设$P\left(-c,\frac{b^2}{a}\right)$,$Q\left(-c,-\frac{b^2}{a}\right)$,根据题意有$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BQ}=(a-c)(-c-a)-\frac{b^2}{a}\times\frac{b^2}{a}=0$,整理得$\frac{c^2}{a^2}=2(a^2=c^2$舍去),所以双曲线的离心率为$\sqrt{2}$.

三、解答题:共70分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

17. **命题意图** 本题考查数列的通项和数列的求和.

解析 (Ⅰ)因为$\frac{S_n}{a_n}$和$\frac{2}{a_n}$的等差中项为1,

所以$\frac{S_n}{a_n}+\frac{2}{a_n}=2$,即$S_n=2a_n-2$, ……………………(1分)

当$n\geqslant2$时,$S_{n-1}=2a_{n-1}-2$.

两式相减得$S_n-S_{n-1}=2a_n-2a_{n-1}$,整理得$a_n=2a_{n-1}$. ……………………(3分)

在$S_n=2a_n-2$中,令$n=1$得$a_1=2$,

所以,数列$\{a_n\}$是以2为首项,2为公比的等比数列, ……………………(5分)

因此$a_n=2\times2^{n-1}=2^n$. ……………………(6分)

(Ⅱ)$b_n=\log_4 a_{n+1}=\frac{n+1}{2}$. ……………………(7分)

则$\frac{1}{b_nb_{n+1}}=\frac{4}{(n+1)(n+2)}=4\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)$. ……………………(9分)

所以$T_n=4\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)=4\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{2n}{n+2}$. ……………………(12分)

18. **命题意图** 本题考查与频率分布直方图有关的计算.

解析 (Ⅰ)由题意$(0.005+0.010+a+0.030+a+0.015)\times10=1$,

解得$a=0.020$. ……………………(3分)

(Ⅱ)这些应聘者笔试成绩的平均数为

$45\times0.05+55\times0.1+65\times0.2+75\times0.3+85\times0.2+95\times0.15=74.5$. ……………………(7分)

（Ⅲ）根据题意，录取的比例为 0.75，……（8 分）

设分数线定为 x，根据频率分布直方图可知 $x\in[60,70)$，……（9 分）

且 $(70-x)\times0.02+0.3+0.2+0.15=0.75$，……（10 分）

解得 $x=65$.

故估计应该把录取的分数线定为 65 分. ……（12 分）

19. **命题意图** 本题考查空间的垂直关系以及距离的计算.

解析 （Ⅰ）由题意可得 $BD^2=AD^2+AB^2-2AB\times AD\cos\angle BAD=16$，

所以 $AD^2+BD^2=AB^2$，因此 $AD\perp BD$. ……（2 分）

在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$DD_1\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $DD_1\perp BD$. ……（3 分）

又因为 $AD\cap DD_1=D$，所以 $BD\perp$ 平面 ADD_1，……（4 分）

因为 $BD\subset$ 平面 DBE，所以平面 $DBE\perp$ 平面 ADD_1. ……（5 分）

（Ⅱ）如图，在平面 BCC_1 内作 $C_1F\perp BE$，垂足为 F. ……（6 分）

由（Ⅰ）知 $BD\perp$ 平面 ADD_1，因为平面 ADD_1 // 平面 BCC_1，

所以 $BD\perp$ 平面 BCC_1，所以 $BD\perp C_1F$，……（7 分）

又因为 $BD\cap BE=B$，所以 $C_1F\perp$ 平面 BDE.

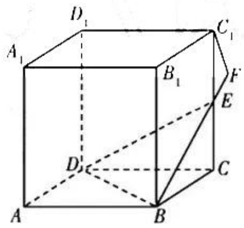
所以线段 C_1F 的长就是点 C_1 到平面 BDE 的距离. ……（8 分）

因为 $CC_1=DD_1=BD=4$，$BC=3$，所以 $CE=C_1E=2$，$BE=\sqrt{13}$. ……（9 分）

在平面 BCC_1 内，可知 $\triangle BCE\backsim\triangle C_1FE$，……（10 分）

所以 $\frac{C_1F}{C_1E}=\frac{BC}{BE}=\frac{3}{\sqrt{13}}$，得 $C_1F=\frac{6\sqrt{13}}{13}$，

所以点 C_1 到平面 BDE 的距离为 $\frac{6\sqrt{13}}{13}$. ……（12 分）



20. **命题意图** 本题考查椭圆和抛物线的标准方程和性质.

解析 （Ⅰ）设 $C_1:\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1(a>b>0)$，

根据条件可知 $\sqrt{a^2-b^2}=2\sqrt{2}$，且 $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，得 $a^2=12$，$b^2=4$，

所以 C_1 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{12}=1$. ……（3 分）

曲线 C_2 是以 $\left(\frac{9}{4},0\right)$ 为焦点，$x=-\frac{9}{4}$ 为准线的抛物线，

故 C_2 的标准方程为 $y^2=9x$. ……（5 分）

（Ⅱ）联立 $\begin{cases}3x^2+y^2=12,\\y^2=9x,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\y=\pm3,\end{cases}$ 不妨取 $P(1,3)$. ……（6 分）

若直线 l 的斜率不存在，Q 和 R 重合，不符合条件. ……（7 分）

故可设直线 $l:y=k(x-1)+3$，由题意可知 $k\neq0$.

联立 $\begin{cases}y=kx+3-k,\\y^2=9x,\end{cases}$ 可得 $y_Q=\frac{9-3k}{k}$. ……（8 分）

联立$\begin{cases}y=kx+3-k,\\3x^2+y^2=12,\end{cases}$可得 $y_R=\dfrac{9-3k^2-6k}{3+k^2}$. ……（9分）

因为$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{RP}$,所以 P 是 QR 的中点，所以$\dfrac{y_Q+y_R}{2}=3$,

即$\dfrac{9-3k}{k}+\dfrac{9-3k^2-6k}{3+k^2}=6$. ……（10分）

解得 $k=1$. ……（11分）

所以直线 l 的方程为 $y=x+2$,其与 x 轴的交点坐标为$(-2,0)$. ……（12分）

21. **命题意图** 本题考查导数的几何意义以及利用导数研究函数性质.

解析 （Ⅰ）函数$f(x)$的导函数为$f'(x)=1+\ln x-1-\dfrac{1}{x}=\ln x-\dfrac{1}{x}$. ……（1分）

所以$f'(1)=-1,f'(\mathrm{e})=1-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$. 又因为$f(1)=0,f(\mathrm{e})=0$,

因此 $y=f(x)$在 $x=1$ 和 $x=\mathrm{e}$ 处的切线方程分别为 $y=-x+1$ 和 $y=\dfrac{\mathrm{e}-1}{\mathrm{e}}(x-\mathrm{e})$. ……（4分）

令 $y=1$,可得 M 和 N 的坐标分别为$(0,1)$和$\left(\dfrac{\mathrm{e}^2}{\mathrm{e}-1},1\right)$,故$|MN|=\dfrac{\mathrm{e}^2}{\mathrm{e}-1}$. ……（6分）

（Ⅱ）因为$f'(x)=\ln x-\dfrac{1}{x}$在$(0,+\infty)$上单调递增，而$f'(1)=-1<0,f'(2)=\ln 2-\dfrac{1}{2}>0$,

所以必然存在 $x_0\in(1,2)$,满足$f'(x_0)=0$, ……（8分）

且当 $x\in(0,x_0)$时$f'(x)<0$,当 $x\in(x_0,+\infty)$时$f'(x)>0$. ……（9分）

即$f(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，在$(x_0,+\infty)$上单调递增，

当 $x=x_0$ 时$f(x)$取得最小值$f(x_0)=x_0\ln x_0+1-x_0-\ln x_0$. ……（10分）

由$f'(x_0)=0$ 可得 $\ln x_0=\dfrac{1}{x_0}$,所以$f(x_0)=2-\left(x_0+\dfrac{1}{x_0}\right)$. ……（11分）

当 $x_0\in(1,2)$时，$x_0+\dfrac{1}{x_0}\in\left(2,\dfrac{5}{2}\right)$,所以$-\dfrac{1}{2}<f(x_0)<0$. ……（12分）

22. **命题意图** 本题考查直线的参数方程的意义，以及极坐标方程的求法.

解析 （Ⅰ）设直线 l_1 和 l_2 的倾斜角分别为 β 和 γ,

由参数方程知 $\tan\beta=-\dfrac{3}{4}$,$\tan\gamma=-3$, ……（2分）

则 $\tan\alpha=\tan(\beta-\gamma)=\dfrac{\tan\beta-\tan\gamma}{1+\tan\beta\tan\gamma}=\dfrac{9}{13}$. ……（5分）

（Ⅱ）令 $3+\dfrac{3}{5}t=0$,得 $-3-\dfrac{4}{5}t=1$,所以 $A(1,0)$, ……（6分）

令 $3+\dfrac{3\sqrt{10}}{10}s=0$,得 $-3-\dfrac{\sqrt{10}}{10}s=-2$,所以 $B(-2,0)$, ……（7分）

所以圆 A 的直角坐标方程为$(x-1)^2+y^2=9$,即 $x^2+y^2-2x=8$, ……（8分）

所以圆 A 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta=8$. ……（10分）

23. **命题意图** 本题考查绝对值不等式.

解析 （Ⅰ）当 $a=2$ 时，$f(x)=|x-1|+|2x+1|=\begin{cases}3x,x\geqslant 1,\\x+2,-\dfrac{1}{2}<x<1,\\-3x,x\leqslant-\dfrac{1}{2},\end{cases}$ ……（2分）

当 $x\geqslant1$ 时，由 $3x\leqslant5$ 得 $1\leqslant x\leqslant\frac{5}{3}$；

当 $-\frac{1}{2}<x<1$ 时，由 $x+2\leqslant5$ 得 $-\frac{1}{2}<x<1$；

当 $x\leqslant-\frac{1}{2}$ 时，由 $-3x\leqslant5$ 得 $-\frac{5}{3}\leqslant x\leqslant-\frac{1}{2}$.

综上所述，不等式 $f(x)\leqslant5$ 的解集为 $\left\{x\,\middle|\,-\frac{5}{3}\leqslant x\leqslant\frac{5}{3}\right\}$ ……………………………… (5 分)

(Ⅱ) 当 $a=1$ 时，$f(x)=|x-1|+|x+1|\geqslant|x+1+1-x|=2$，

当且仅当 $-1\leqslant x\leqslant1$ 时，等号成立，即 $f(x)$ 的最小值为 2. ……………………………… (7 分)

因为存在实数 x，使得 $2m-1>f(x)$ 成立，所以 $2m-1>2$. ……………………………… (9 分)

解得 $m>\frac{3}{2}$，因此 m 的取值范围是 $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$. ……………………………… (10 分)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》