2023年4月玉林市高三年级教学质量检测

数学（文科）参考答案

一．选择题

1．D.

解：设复数z对应的点为(x,y)，则$x=|z|\cos120°=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$，

$y=|z|\sin120°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，$\therefore$复数$z$对应的点为$(-1,\sqrt{3})$，则$z=-1+\sqrt{3}\mathrm{i}$.

2．B.

解：集合$A=\{0,1,2\}$，$A\cup B=\{0,1,2,3\}$，

对于A，由并集定义得0不一定是B中元素，故A错误；

对于B，$3\in B$，$\therefore 3\notin C_R B$，故B正确；

对于C，由并集定义得B中一定有元素3，不一定有元素0，1，2，故C错误；

对于D，当$B=\{3\}$时，$A\subseteq B$不成立，故D错误.

3．D．解：取$x=4$，$y=1$，则$x+y=5$，故$x\neq3$且$y\neq2$不能推出$x+y\neq5$，

取$x=3$，$y=4$，可得$x+y\neq5$，但$x=3$，所以由$x+y\neq5$不能推出$x\neq3$且$y\neq2$，

所以p是q的既不充分也不必要条件.

4．D.

解：对于A，α内有无数条直线与β平行，则平面α与β相交或平行，故A错误；

对于B，α，β垂直于同一个平面，则平面α与β相交或平行，故B错误；

对于C，α，β平行于同一条直线，则平面α与β相交或平行，故C错误；

对于D，α，β垂直于同一条直线，则平面α与β平行，故D正确.

5．A.

解：由于$f(x)=x^3g(x)$为定义在R上的偶函数，所以$f(-x)=-x^3g(-x)=x^3g(x)$，所以

$g(-x)=-g(x)$，所以$g(x)$是奇函数．在四个选项中，A选项$g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-3^x$是奇函数，BCD选项都不是奇函数．故选：A.

6．D.

解：由题意得 $a+c=S_1+R$，$a-c=S_2+R$，

$\therefore b^2=a^2-c^2=(S_1+R)(S_2+R)$，故 $b=\sqrt{(S_1+R)(S_2+R)}$，$\therefore 2b=2\sqrt{(S_1+R)(S_2+R)}$

7. C.

解：依题意，可设 $S_n=kn(3n+2)$，$T_n=kn(2n+1)$，又当 $n\geq 2$ 时，有 $a_n=S_n-S_{n-1}=k(6n-1)$，

$b_n=T_n-T_{n-1}=k(4n-1)$，$\therefore \dfrac{a_{12}}{b_{15}}=\dfrac{k(6\times 12-1)}{k(4\times 15-1)}=\dfrac{71}{59}$，故选：C.

8. B.

解：设收集的 48 个准确数据为 x_1，x_2，$\cdots x_{48}$，所以 $\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{48}+34+38}{50}=36$，所以

$x_1+x_2+\cdots+x_{48}=1728$，所以 $\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{48}+24+48}{50}=36$，又

$48=\dfrac{1}{50}\left[(x_1-36)^2+(x_2-36)^2+\cdots+(x_{48}-36)^2+(34-36)^2+(38-36)^2\right]$

$=\dfrac{1}{50}\left[(x_1-36)^2+(x_2-36)^2+\cdots+(x_{48}-36)^2+8\right]$，

$s^2=\dfrac{1}{50}\left[(x_1-36)^2+(x_2-36)^2+\cdots+(x_{48}-36)^2+(24-36)^2+(48-36)^2\right]$

$=\dfrac{1}{50}\left[(x_1-36)^2+(x_2-36)^2+\cdots(x_{48}-36)^2+288\right]>48$．故选：B.

9. B.

解：根据题意，在区间 $[0,\pi]$ 上，P 在曲线 MD 上运动，此时设 $\angle PAM=\theta$，

$y=\dfrac{1}{2}AB\times AP\times\sin\theta=2\sin\theta$，在区间 $[\pi,\pi+2]$ 上，P 在 DC 上运动，此时 y 为定值 2，

在区间 $[\pi+2,\pi+4]$ 上，P 在 CB 上运动，此时 $y=\dfrac{1}{2}\times AB\times PB=PB=\pi+4-x$，

分析选项，其图象与 B 选项对应

10. A.

解：因为 $f(x)=2\sin x+4\cos x=2\sqrt{5}\sin(x+\theta)$，其中 $\sin\theta=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$，$\cos\theta=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，

当 $x=\varphi$ 时，$f(x)$ 取得最大值，即 $\varphi+\theta=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以 $\varphi=\dfrac{\pi}{2}-\theta+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

所以 $\cos\varphi=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta+2k\pi\right)=\sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

11. C.

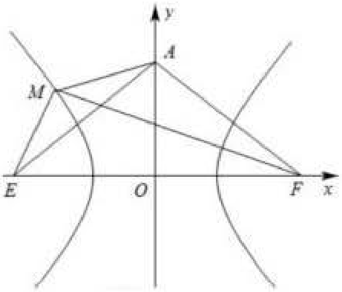
解：设 E 是双曲线的左焦点，M 在左支上，则 $|MF|-|ME|=2a$，

$|MF|=|ME|+2a$，$|MA|+|MF|=|MA|+|ME|+2a\ge|EA|+2a$，

当且仅当 E，A，M 三点共线时等号成立，

则 $|EA|+2a=\sqrt{(-5)^2+(\sqrt{11})^2}+2a\ge10$，$a\ge2$，

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{a}\le\frac{5}{2}$，所以离心率的最大值为 $\frac{5}{2}$，故选：C.



12．C．

解：取 $x=0$，$y=0$，则 $f(0)=f(0)+f(0)$，解得 $f(0)=0$，$y=-x$，

则 $f(0)=f(x)+f(-x)$．即 $-f(x)=f(-x)$，函数 $f(x)$ 是奇函数，所以选项 A 错误；

令 x_1，$x_2\in\mathbf{R}$，且 $x_1<x_2$，则 $x_1-x_2<0$，因为当 $x<0$ 时，$f(x)<0$，所以 $f(x_1-x_2)<0$．

则 $f(x_1)-f(x_2)=f(x_1)+f(-x_2)=f(x_1-x_2)<0$．即 $f(x_1)<f(x_2)$，函数 $f(x)$ 是 R 上的增函数，所以选项 B 错误；因为函数 $f(x)$ 是 R 上的增函数，所以函数 $f(x)$ 在 $[-6,6]$ 上的最小值为 $f(-6)$，$f(-6)=f(-3)+f(-3)=2f(-3)$，$f(-3)=-f(3)$，$f(3)=f(2)+f(1)=3f(1)=1$．故 $f(-6)=-2$，$f(x)$ 在 $[-6,6]$ 的最小值为-2，所以选项 C 正确；$f(x)+f(x-3)\ge-1$，即 $f(2x-3)\ge f(-3)$，因为函数 $f(x)$ 是 R 上的增函数，所以 $2x-3\ge-3$，所以 $x\ge0$，所以实数 x 的取值范围为 $[0,+\infty)$，所以选项 D 不正确．故选：C．

二、填空题

13．答案为：3．

解：由题得 $f(m)=am^3-bm-\tan m+2=1$，$\therefore am^3-bm-\tan m=-1$

所以 $f(-m)=-am^3+bm+\tan m+2=-(am^3-bm-\tan m)+2=1+2=3$．

14．答案为：$a_n=\begin{cases}2,n=1\\ \left(\frac{3}{2}\right)^{n-2},n\ge2\end{cases}$．

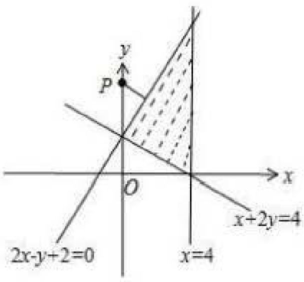
解：∵ $\vec{m}//\vec{n}$，∴ $S_n=2a_{n+1}$，当 $n=1$ 时，$S_1=a_1$，$a_2=\frac{S_1}{2}=1$，

当 $n\geq 2$ 时，$2a_{n+1}=S_n$，$2a_n=S_{n-1}$，两式作差得：$a_{n+1}=\frac{3}{2}a_n$，$a_n=a_2\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{n-2}$，$a_n=\left(\frac{3}{2}\right)^{n-2}(n\geq 2)$

$a_1=2$ 不符合上式，所以 $a_n=\begin{cases}2,n=1\\ \left(\frac{3}{2}\right)^{n-2},n>2\end{cases}$

15．答案为：$\frac{4}{5}$．

解：由约束条件作出可行域如图



$z=x^2+(y-4)^2$ 的几何意义为可行域内动点到定点 $P(0,4)$ 距离的平方，则 $z=x^2+(y-4)^2$ 的最小值为

$\left(\frac{-4+2}{\sqrt{4+1}}\right)^2=\frac{4}{5}$．

16．答案为：$\sqrt{5}+\sqrt{2}$．

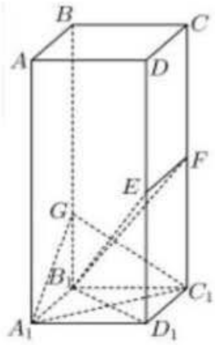
解：如图，连接 B_1D_1，A_1C_1，又 $A_1C_1\perp B_1D_1$，$ED_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，

因 $A_1C_1\subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，则 $ED_1\perp A_1C_1$，

又 $B_1D_1\subset$ 平面 EB_1D_1，$ED_1\subset$ 平面 EB_1D_1，$ED_1\cap B_1D_1=D_1$，则 $A_1C_1\perp$ 平面 EB_1D_1．

又 $B_1E\subset$ 平面 EB_1D_1，则 $C_1A_1\perp B_1E$，

如图，过 E 做 D_1C_1 平行线，交 CC_1 于 F，则 F 为 CC_1 中点．



连接 EF，B_1F，过 C_1 作 B_1F 垂线，交 BB_1 于 G.

由题可得，$D_1C_1\perp$ 平面 BCC_1B_1，又 $EF\parallel D_1C_1$，则 $EF\perp$ 平面 BCC_1B_1，

因 $C_1G\subset$ 平面 BCC_1B_1，则 $C_1G\perp EF$，

又 $B_1F\subset$ 平面 B_1FE，$FE\subset$ 平面 B_1FE，$FE\cap B_1F=F$，

则 $C_1G\perp$ 平面 B_1FE，因为 $B_1E\subset$ 平面 B_1FE，则 $C_1G\perp B_1E$，

因为 $C_1G\subset$ 平面 C_1GA_1，$C_1A_1\subset$ 平面 C_1GA_1，$C_1A_1\cap C_1G=C_1$，

则 $B_1E\perp$ 平面 C_1GA_1，连接 A_1G，则点 P 轨迹为平面 C_1GA_1 与四棱柱的交线，即 $\triangle A_1C_1G$，

注意到 $\angle B_1C_1G+\angle GC_1F=\angle GC_1F+\angle B_1FC_1$，故 $\angle B_1C_1G=\angle B_1FC_1$，$\angle C_1B_1G=\angle FC_1B_1$，

则 $\triangle C_1B_1F\backsim\triangle FC_1B_1$，故 $\dfrac{C_1B_1}{B_1G}=\dfrac{FC_1}{C_1B_1}=2$，$B_1G=\dfrac{1}{2}$，

则点 P 的轨迹的长为 $A_1G+C_1G+A_1C_1=2\sqrt{1+\dfrac{1}{4}}+\sqrt{2}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

三．解答题

17．解：(1) 由已知及正弦定理得 $\sin A\cos B+\sin B\sin A=\sin C$（1 分）

$\because \sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$（2 分）

$\because \sin B\sin A=\cos A\sin B$（3 分）

$\because \sin B\neq 0\ \therefore \tan A=1$（4 分）

$\because A\in(0,\pi)\ \therefore A=\dfrac{\pi}{4}$.（6 分）（不写角 A 范围扣一分）

(2) $\because S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{4}bc=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$（7 分）

$\therefore bc=2-\sqrt{2}$（8 分）

又∵ $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$（9分）

∴ $2=(b+c)^2-(2+\sqrt{2})bc$（10分）

所以 $(b+c)^2=4$，$b+c=2$．（12分）

18．解：（1）∵该校的男女比例为1：2，总人数为3000人，

∴该校男生数为 $3000\times\frac{1}{3}=1000$，该校女生数为 $3000\times\frac{2}{3}=2000$，

其中测试评价满意的男生数为 $1000\times0.7=700$，不满意的男生数为300，

其中测试评价满意的女生数为 $2000\times0.4=800$，不满意的女生数为 $2000-800=1200$，

2×2 列联表如下：（填写表中数据完全正确给3分，部分正确给1分）

	男	女	合计
满意	700	800	1500
不满意	300	1200	1500
合计	1000	2000	3000

∵ $K^2=\frac{3000\times(700\times1200-800\times300)^2}{1500\times1500\times1000\times2000}=240>10.828$，（5分）

∴由独立性检验定义知，有99.9%的把握认为学生对学校食堂的“满意度”与性别有关．（6分）

（2）按性别用分层抽样的方法从测试评价不满意的学生中抽取5人，

由分层抽样的定义可知，抽取的男生人数为 $\frac{300}{1500}\times5=1$，抽取的女生人数为 $5-1=4$，（7分）

设男生为A，女生为 a，b，c，d，基本事件总数为10个（8分），如下（9分）：

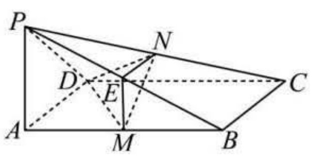
(A,a,b)，(A,a,c)，(A,a,d)，(A,b,c)，(A,b,d)，(A,c,d)，(a,b,c)，(a,b,d)，(a,c,d)，(b,c,d)

恰好没有男生的基本事件个数为4个（10分），如下（11分）：(a,b,c)，(a,b,d)，(a,c,d)，(b,c,d)，

所以这5人中随机选出3人，恰好没有男生的概率为：$P=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$．（12分）

19．证明：（1）方法一：

如图，取 PB 中点 E，连接 ME，NE．



∵ M，N 分别是线段 AB，PC 的中点，∴ $ME\parallel PA$．

又∵ $ME\not\subset$ 平面 PAD，$PA\subset$ 平面 PAD，

∴ $ME\parallel$ 平面 PAD，同理得 $NE\parallel$ 平面 PAD．（2分）

又∵$ME \cap NE = E$，∴平面PAD // 平面MNE.（3 分）

∵$MN \subset$平面MNE，∴MN // 平面PAD.（4 分）

（直接由线线平行得面面平行只给 2 分）

方法二：取PB中点F，连接AF，NF.

∵M，N分别是线段AB，PC的中点，∴NF // DC，（1 分）

AM // DC 且 $NF=\frac{1}{2}DC$，$AM=\frac{1}{2}DC$，∴NF // AM 且 $NF=AM$，（2 分）

故四边形$AMNF$为平行四边形，∴MN // AF（3 分）

又∵$MN \not\subset$平面PAD，$AM \subset$平面PAD，∴MN // 平面PAD（4 分）

（2）方法一：解：

假设存在，设点N到面DMQ距离为d_N，设点Q到面DMN距离为d_Q，

在直角△PDC中，$PC=\sqrt{PD^2+DC^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+4^2}=2\sqrt{6}$，$DN=\frac{1}{2}PC=\sqrt{6}$，

取PD中点S，可证平行四边形$ASMN$，$MN=AS=\sqrt{2}$，

$DM=\sqrt{AD^2+AM^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，（6 分）

∵$DM^2=NM^2+DN^2$，∴△DNM为直角三角形，设$DQ=t$，$t\in(0,4)$，

$S_{\triangle DMQ}=\frac{1}{2}\cdot t\cdot 2=t$，（7 分），$S_{\triangle DMN}=\frac{1}{2}\sqrt{6}\sqrt{2}=3$，（8 分）

∵$V_{N-DMQ}=V_{Q-DMN}$，∴有$\frac{1}{3}S_{\triangle DMQ}\cdot d_N=\frac{1}{3}S_{\triangle DMN}\cdot d_Q$，$d_Q=\frac{S_{\triangle DMQ}\cdot d_N}{S_{\triangle DMN}}=\frac{t}{\sqrt{3}}$；（9 分）

在△NDQ中，由余弦定理：

$$NQ=\sqrt{DN^2+DQ^2-2DN\cdot DQ\cdot\cos\angle NDC}=\sqrt{6+t^2-2\times\sqrt{6}\times t\times\frac{2}{\sqrt{6}}}=\sqrt{t^2-4t+6}$$；（10 分）

设NQ与面DMN所成角为θ，$\sin\theta=\frac{1}{3}=\frac{d_Q}{NQ}=\frac{\frac{t}{\sqrt{3}}}{\sqrt{t^2-4t+6}}$，解得$t=1$，（11 分）

故存在$DQ=1$，则$CQ=3$，即$\frac{CQ}{CD}=\frac{3}{4}$符合题意.（12 分）

（2）方法二：∵$ABCD$为矩形，∴$AB\perp AD$．$PA\perp$平面$ABCD$，∴AP、AB、AD两两垂直.

依次以AB、AD、AP为x、y、z轴建立如图的空间直角坐标系，（5 分）

则$C(4,2,0)$，$D(0,2,0)$，$P(0,0,2)$，$M(2,0,0)$，PC中点$N(2,1,1)$，（6 分）

∴$\overrightarrow{DM}=(2,-2,0)$，$\overrightarrow{DN}=(2,-1,1)$.（7 分）

设平面 DMN 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{DM}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{DM}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x-2y=0\\ 2x-y+z=0\end{cases}$，

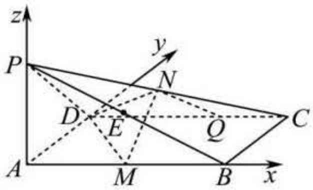
取 $x=1$，得 $y=1$，$z=-1$，$\vec{n}=(1,1,-1)$.（8 分）

若满足条件的 CD 上的点 Q 存在，设 $Q(t,2,0)$，$0\le t\le 4$，则 $\overrightarrow{NQ}=(t-2,1,-1)$.（9 分）

设直线 NQ 与平面 DMN 所成的角为 θ，

则 $\sin\theta=\left|\dfrac{\overrightarrow{NQ}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{NQ}|\cdot|\vec{n}|}\right|=\dfrac{|t-2+1+1|}{\sqrt{(t-2)^2+1+1}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$，（10 分）

解得 $t=1$ 或 $t=-3$．已知 $0\le t\le 4$，则 $t=1$，（11 分）



$\therefore Q(1,2,0)$．$DQ=1$，$CD=4$，$CQ=CD-DQ=4-1=3$，$\dfrac{CQ}{CD}=\dfrac{3}{4}$.

故 CD 上存在点 Q，使直线 NQ 与平面 DMN 所成角的正弦值为 $\dfrac{1}{3}$，且 $\dfrac{CQ}{CD}=\dfrac{3}{4}$.（12 分）

20（1）$\because |PM|=|PF|=|FM|$，$\therefore \triangle PFM$ 为等边三角形，（1 分）$\therefore \angle FMP=\angle PFM=60°$，

又 $\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FP}=|FM|\cdot|FP|\cos\angle PFM=|FM|^2\cos 60°=32$，$\therefore |FM|=8$，（3 分）

设直线 l 交 x 轴于 N 点，则在 $Rt\triangle MNF$ 中 $\angle NMF=30°$，$|NF|=4=p$，（4 分）

$\therefore C$ 的方程为 $y^2=8x$．（5 分）

（2）设 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，由（1）可得焦点 $F(2,0)$（6 分）

由重心坐标公式得 $\begin{cases}2=\dfrac{x_1+x_2+2}{3}\\ 0=\dfrac{y_1+y_2+4}{3}\end{cases}$（7 分）$\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2=4\\ y_1+y_2=-4\end{cases}$，（8 分）

$\therefore CD$ 中点坐标为 $(2,-2)$，（9 分）

将 C，D 的坐标代入抛物线的方程可得：$\begin{cases}y_1^2=8x_1\\ y_2^2=8x_2\end{cases}$，

作差整理可得$\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{8}{y_1+y_2}=\dfrac{8}{-4}=-2$，即直线$CD$的斜率$k=-2$，（11分）

所以直线CD的方程为$y+2=-2(x-2)$，即$2x+y-2=0$．（12分）

21．解：（1）因为$f'(x)=\ln x+\dfrac{x+a}{x}$，（1分），所以$f'(1)=1+a=-1$，所以$a=-2$，（2分）

又点$(1,f(1))$在切线$x+y-2=0$上，所以$1+b-2=0$，所以$b=1$，（3分）

所以$y=f(x)$的解析式为$f(x)=(x-2)\ln x+1$．（4分）

（2）令$g(x)=x-e^x$，$(x>0)$，因为$g'(x)=1-e^x$所以当$x>0$时，$g'(x)<0$

所以$g(x)$在区间$(0,+\infty)$内单调递减，所以$g(x)<g(0)=-1<0$，（5分）

所以$\dfrac{f(x)-1}{g(x)}<1$等价于$f(x)-1>g(x)$．（6分）

我们如果能够证明$f(x)-1>-1$，即$f(x)>0$即可证明目标成立．

下面证明：对任意$x\in(0,+\infty)$，$f(x)>0$．

由（1）知$f'(x)=\ln x+\dfrac{x-2}{x}$，令$h(x)=\ln x+\dfrac{x-2}{x}(x>0)$

则$h'(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}>0$，所以$h(x)$在$(0,+\infty)$内单调递增，

又$h(1)=-1<0$，$h(2)=\ln 2>0$，所以存在$x_0\in(1,2)$使得$h(x_0)=0$．（7分）

当$0<x<x_0$时，$h(x)<0$即$f'(x)<0$，此时$f(x)$单调递减；

当$x>x_0$时，$h(x)>0$即$f'(x)>0$，此时$f(x)$单调递增；（8分）

由$f'(x_0)=0$得$\ln x_0=\dfrac{2}{x_0}-1$（9分）

所以$f(x)\geq f(x_0)=(x_0-2)\ln x_0+1=(x_0-2)\left(\dfrac{2}{x_0}-1\right)+1=5-\left(x_0+\dfrac{4}{x_0}\right)$．（10分）

令$r(x)=x+\dfrac{4}{x}(1<x<2)$，所以$r(x)$在区间$(1,2)$内单调递减，所以$r(x)<r(1)=5$，（11分）

所以$f(x)>5-\left(x+\dfrac{4}{x}\right)>5-5=0$．综上，对任意$x\in(0,+\infty)$，$\dfrac{f(x)-1}{g(x)}<1$．（12分）

22．（1）由于直线l过原点，且倾斜角为$\dfrac{\pi}{3}$，故其极坐标方程为$\theta=\dfrac{\pi}{3}(\rho\in\mathbf{R})$．（2分）

由曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\cos\alpha \\ y=2+\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），

得曲线 C 的普通方程为 $(x-2)^2+(y-2)^2=1$，即 $x^2+y^2-4x-4y+7=0$，（3 分）

由 $\begin{cases} x=\rho\cos\alpha \\ y=\rho\sin\alpha \end{cases}$，（4 分）得 C 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+7=0$．（5 分）

（2）由 $\begin{cases} \rho^2-4\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+7=0 \\ \theta=\dfrac{\pi}{3} \end{cases}$，得 $\rho^2-\left(2\sqrt{3}+2\right)\rho+7=0$,（6 分）

设点 A，B 对应的极径分别为 ρ_1，ρ_2，则 $\rho_1+\rho_2=2\sqrt{3}+2$，$\rho_1\rho_2=7$．（8 分）

$\therefore \dfrac{1}{|OA|}+\dfrac{1}{|OB|}=\dfrac{|OA|+|OB|}{|OA|\cdot|OB|}=\dfrac{\rho_1+\rho_2}{\rho_1\rho_2}=\dfrac{2\sqrt{3}+2}{7}$．（10 分）

23．解：（1）解：$f(x)=\begin{cases} -2x, x<-2 \\ 4, -2\le x\le 2 \\ 2x, x>2 \end{cases}$，（1 分）

①当 $x<-2$ 时，不等式即为 $-2x\ge 2x+4$，解得 $x\le -1$，$\therefore x<-2$；（2 分）
②当 $-2\le x\le 2$ 时，不等式即为 $4\ge 2x+4$，$x\le 0$ $\therefore -2\le x\le 0$；（3 分）
③当 $x>2$ 时，不等式即为 $2x\ge 2x+4$，$x\in\varnothing$，（4 分）

综上，不等式 $f(x)\ge 2x+4$ 的解集为 $(-\infty,0]$．（5 分）

（2）证明：由绝对值不等式的性质可得：$|x-2|+|x+2|\ge|(x-2)-(x+2)|=4$，

$\therefore$ 当 $-2\le x\le 2$ 时，$f(x)$ 取最小值 4，即 $k=4$，

$\therefore a(b+c)=4$，即 $ab+ac=4$，（7 分）

$\therefore 2a^2+b^2+c^2=\left(a^2+b^2\right)+\left(a^2+c^2\right)\ge 2ab+2ac=8$，

当且仅当 $a=b=c=\pm\sqrt{2}$ 时等号成立．（10 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。