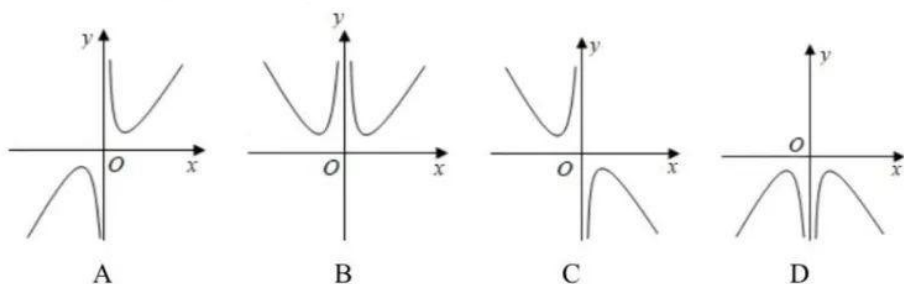


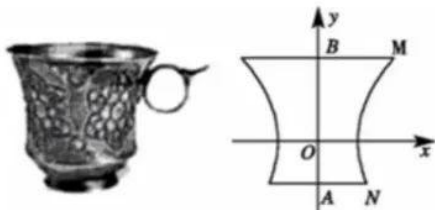
高三数学练习卷

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 已知 U 为全集,非空集合 A, B 满足 $A \cap (\complement_U B) = \emptyset$, 则
 - $A \subseteq B$
 - $B \subseteq A$
 - $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \emptyset$
 - $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = U$
- 设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, 4)$, 则 $P(\xi < 3)$ 的值为
(参考数据: $P(u - \sigma < \xi < u + \sigma) = 0.6526$, $P(u - 2\sigma < \xi < u + 2\sigma) = 0.9544$)
 - 0.1737
 - 0.3474
 - 0.6837
 - 0.8263
- 欧拉公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ (其中 i 为虚数单位)是把复指数函数与三角函数联系起来的一个公式,其中 e 是自然对数的底, i 是虚数单位. 它将指数函数的定义域扩大到复数,建立了三角函数和指数函数的关系,它不仅出现在数学分析里,而且在复变函数论里也占有非常重要的地位,更被誉为“数学中的天桥”. 当 $\theta = \pi$ 时,恒等式 $e^{i\pi} + 1 = 0$ 更是被数学家们称为“上帝创造的公式”. 根据上述材料可知 $|e^{i\theta} - e^{i\pi}|$ 的最大值为
 - 1
 - 2
 - $\sqrt{2}$
 - 4
- 为了更好地管理班级,班主任决定选若干名学生担任班主任助理,于是征求语、数、英三科任课教师的意见. 语文老师:如果不选小李,那么不选小宋;数学老师:如果不选小宋,那么选小李;英语老师:小宋和小李两人中至少选一个并且至多选一个. 若班主任同时采纳了三人的建议,则作出的选择是
 - 选小宋,不选小李
 - 选小李,不选小宋
 - 两人都选
 - 两人都不选
- 已知 $(x+1)^6 = a_0 + a_1(x-1) + \dots + a_6(x-1)^6$, 则 $a_3 =$
 - 15
 - 20
 - 60
 - 160
- 函数 $f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{\ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)}$ 的图象大致为



- 如图为陕西博物馆收藏的国宝——唐·金筐宝钿团花纹金杯,杯身曲线内收,玲珑娇美,巧夺天工,是唐代金银细作的典范之作. 该杯的主体部分可以近似看作是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右支与 y 轴及平行于 x 轴的两条直线围成的曲边四边形 $ABMN$ 绕 y 轴旋转一周得到的几何体,若该金杯主体部分的上口外直径



为 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$, 下底座外直径为 $\frac{2\sqrt{39}}{3}$, 且杯身最细之处到上杯口的距离是到下底座距离的 2 倍, 则杯身最细之处的周长为

- A. $2\sqrt{2}\pi$ B. 3π C. $2\sqrt{3}\pi$ D. 4π

8. 若函数 $g(x)$ 在区间 D 上, 对 $\forall a, b, c \in D, g(a), g(b), g(c)$ 为一个三角形的三边长, 则称函数 $g(x)$ 为“稳定函数”. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x} + m$ 在区间 $[\frac{1}{e^2}, e^2]$ 上是“稳定函数”, 则实数 m 的取值范围为

- A. $(2e + \frac{1}{e}, +\infty)$ B. $(2e^2 + \frac{1}{e}, +\infty)$ C. $(4e + \frac{1}{e}, +\infty)$ D. $(4e^2 + \frac{1}{e}, +\infty)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形, 该三角形重心为点 G , 点 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内任一点, 则

- A. $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2$ B. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2$
C. $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = 3\vec{PG}$ D. $|\vec{AB} + \vec{BC}| = |\vec{AB} + \vec{CB}|$

10. 若实数 x, y 满足 $x > y > 0$, 则

- A. $\frac{1}{y} > \frac{1}{x}$ B. $\ln(x-y) > \ln y$
C. $x+y < \sqrt{2(x^2+y^2)}$ D. $x-y < e^x - e^y$

11. 定义: 若存在非零常数 k, T , 使得函数 $f(x)$ 满足 $f(x+T) = f(x) + k$ 对定义域内的任意实数 x 恒成立, 则称函数 $f(x)$ 为“ k 距周期函数”, 其中 T 称为函数的“类周期”. 则

- A. 一次函数均为“ k 距周期函数”
B. 存在某些二次函数为“ k 距周期函数”
C. 若“1 距周期函数” $f(x)$ 的“类周期”为 1, 且 $f(1) = 1$, 则 $f(x) = x$
D. 若 $g(x)$ 是周期为 2 函数, 且函数 $f(x) = x + g(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的值域为 $[0, 1]$, 则函数 $f(x) = x + g(x)$ 在区间 $[2n, 2n+2]$ 上的值域为 $[2n, 2n+1]$

12. 斐波那契, 公元 13 世纪意大利数学家. 他在自己的著作《算盘书》中记载着这样一个数列: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ..., 其中从第三个数起, 每一个数都等于它前面两个数的和, 这就是著名的斐波那契数列. 斐波那契数列与代数和几何都有着不可分割的联系. 现有一段长为 a 米的铁丝, 需要截成 $n(n > 2)$ 段, 每段的长度不小于 1m, 且其中任意三段都不能构成三角形, 若 n 的最大值为 10, 则 a 的值可能是

- A. 100 B. 143 C. 200 D. 256

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

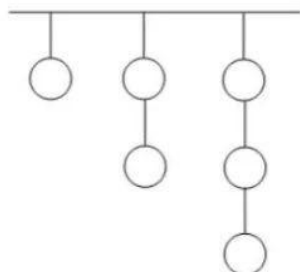
13. 写出一个长轴长等于离心率 8 倍的椭圆标准方程为_____.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\{S_n\}$, 公差为 d , 若 $S_{2n} = 2S_n + n^2$, 则 $d =$ _____.

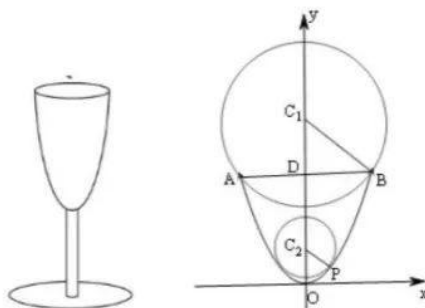
15. 如图, 三根绳子上共挂有 6 只气球, 绳子上的球数依次为 1, 2, 3, 每枪只能打破一只气球, 而且规定只有打破下面的气球才能打上面的气球, 则将这些气球都打破的不同打法数是_____.

16. 如图, 一个酒杯的内壁的轴截面是抛物线的一部分, 杯口宽 $4\sqrt{2}$ cm, 杯深 8cm, 称为抛

物线酒杯. ①在杯口放一个表面积为 $36\pi\text{cm}^2$ 的玻璃球, 则球面上的点到杯底的最小距离为 _____ cm ; ②在杯内放入一个小的玻璃球, 要使球触及酒杯底部, 则玻璃球的半径的取值范围为 _____ (单位: cm). (本小题第一空 2 分, 第二空 3 分)



第 15 题图



第 16 题图

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{k}{c} (k > 0)$.

(1) 若 $k = 2\sqrt{2}$, $C = \frac{\pi}{2}$, 求 A 的值;

(2) 若 $k = 2$, 求当 C 最大时 $\triangle ABC$ 的形状.

18. (本小题满分 12 分)

在 ① $S_{n+1} = 2S_n + 2$, ② $a_{n+1} - a_n = 2^n$, ③ $S_n = a_{n+1} - 2$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中, 并解答.

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 首项为 2, 且满足 _____.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 在 a_n 与 a_{n+1} 之间插入 n 个数, 使这 $n+2$ 个数组成一个公差为 d_n 的等差数列,

求证: $d_n > \frac{n}{2}$.

19. (本小题满分12分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 其图象经过点 $(\sqrt{3}, 1)$, 渐近线方程为 $y = \pm x$.

(1) 求双曲线 C 的方程;

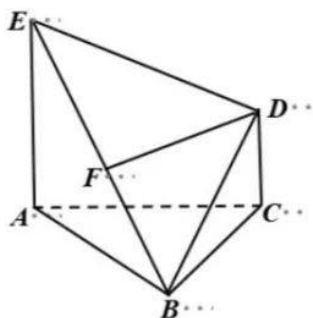
(2) 设点 E, F 是双曲线 C 上位于第一象限的任意两点, 求证: $\angle EAF = \angle EBF$.

20. (本小题满分12分)

如图, 在多面体 $ABCDE$ 中, 平面 $ACDE \perp$ 平面 ABC , 四边形 $ACDE$ 为直角梯形, $CD \parallel AE$, $AC \perp AE$, $\angle ABC = 60^\circ$, $CD = 1$, $AE = AC = 2$, F 为 BE 的中点.

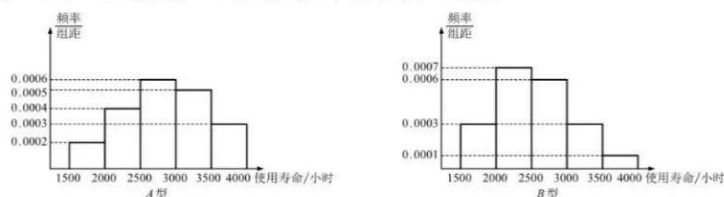
(1) 当 BC 的长为多少时, $DF \perp$ 平面 ABE .

(2) 求平面 ABE 与平面 BCD 所成的锐二面角的大小.



21. (本小题满分 12 分)

为落实节能减排的国家政策,某职能部门对市场上两种设备的使用寿命进行调查统计,随机抽取 A 型和 B 型设备各 100 台,得到如下频率分布直方图:



(1)将使用寿命超过 2500 小时和不超过 2500 小时的台数填入下面的列联表:

	超过 2500 小时	不超过 2500 小时	总计
A 型			
B 型			
总计			

根据上面的列联表,能否有 99% 的把握认为使用寿命是否超过 2500 小时与型号有关?

(2)用分层抽样的方法从不超过 2500 小时 A 型和 B 型设备中抽取 8 台,再从这 8 台设备中随机抽取 3 台,其中 A 型设备为 X 台,求 X 的分布列和数学期望;

(3)已知用频率估计概率,现有一项工作需要 10 台同型号设备同时工作 2500 小时才能完成,工作期间设备损坏立即更换同型号设备(更换设备时间忽略不计),A 型和 B 型设备每台的价格分别为 1 万元和 0.6 万元,A 型和 B 型设备每台每小时耗电分别为 2 度和 6 度,电价为 0.75 元/度.只考虑设备的成本和电费,你认为应选择哪种型号的设备,请说明理由.

$$\text{参考公式: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

参考数据:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x \sin x - kx (k \in \mathbb{R})$ (其中 e 为自然对数的底数).

(1)若对任意 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $f(x) \geq 0$ 成立,求实数 k 的取值范围;

(2)设 $x_1, x_2 \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $x_1 + x_2 = 1$, 求证: $\frac{\sin x_1}{x_2} + \frac{\sin x_2}{x_1} > \frac{2}{\sqrt{e}}$.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于2014年，历史可追溯至2008年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超1亿量级。用户群体涵盖全国31省市，全国超95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线