高三练习卷

数 学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$．若 $M\subseteq A$ 且 $M\subseteq B$，则 M 的个数为

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 6

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(\sin\theta,1)$，$\boldsymbol{b}=(2\sin\theta,-1)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $\cos2\theta=$

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. -1

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则“$q<1$”是“$|a_4|>|a_5|$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 4 位优秀党务工作者到 3 个基层单位进行百年党史宣讲，每人宣讲 1 场，每个基层单位至少安排 1 人宣讲，则不同的安排方法数为

A. 81　　B. 72　　C. 36　　D. 6

5. 我国于 2021 年 5 月成功研制出目前国际上超导量子比特数量最多的量子计算原型机“祖冲之号”，操控的超导量子比特为 62 个．已知 1 个超导量子比特共有“|0>，|1>” 2 种叠加态，2 个超导量子比特共有“|00>，|01>，|10>，|11>” 4 种叠加态，3 个超导量子比特共有“|000>，|001>，|010>，|011>，|100>，|101>，|110>，|111>” 8 种叠加态，…．只要增加 1 个超导量子比特，其叠加态的种数就呈指数级增长．设 62 个超导量子比特共有 N 种叠加态，则 N 是一个____位的数．（参考数据：$\lg2\approx0.3010$）

A. 18　　B. 19　　C. 62　　D. 63

6. 在 $(1+2x^2)\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中，常数项为

A. 210　　B. 252　　C. 462　　D. 672

7. 双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，若 C 上存在点 P 满足 $\angle F_2PO=2\angle F_1PO=\frac{\pi}{3}$，则该双曲线的离心率为

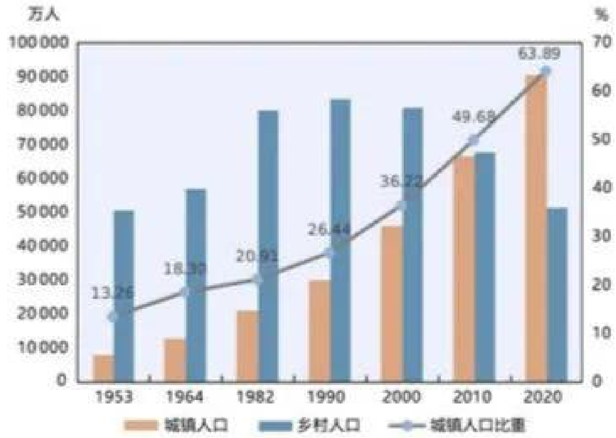
A. $\sqrt{3}+1$　　B. $\sqrt{2}+1$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

8. 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，N 为 BC 的中点．当点 M 在平面 DCC_1D_1 内运动时，有 $MN//$ 平面 A_1BD，则线段 MN 的最小值为

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 3 分，有选错的得 0 分。

9. 新中国成立以来，我国共进行了 7 次人口普查，这 7 次人口普查的城乡人口数据如下：



根据该图数据，这 7 次人口普查中

A. 城镇人口数均少于乡村人口数

B. 乡村人口数达到最高峰是第 4 次

C. 和前一次相比，城镇人口比重增量最大的是第 7 次

D. 城镇人口总数逐次增加

10. 下列结论正确的是

A. 若复数 z 满足 $z+\bar{z}=0$，则 z 为纯虚数

B. 若复数 z 满足 $\frac{1}{z}\in\mathbf{R}$，则 $z\in\mathbf{R}$

C. 若复数 z 满足 $z^2\geqslant 0$，则 $z\in\mathbf{R}$

D. 若复数 z_1，z_2 满足 $z_1^2+z_2^2=0$，则 $z_1=z_2=0$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

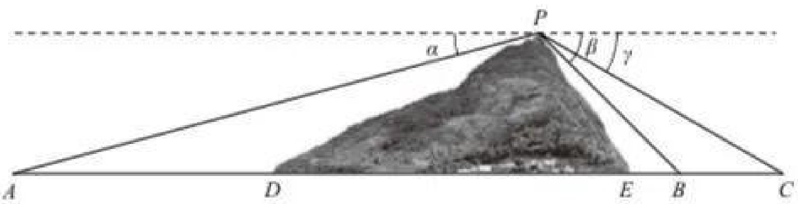
已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，且$a_6=2$，$a_4+a_5=12$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设$b_n=a_1a_3a_5\cdots a_{2n-1}$，$n\in\mathbf{N}^*$，求数列$\{b_n\}$的最大项．

18.（12 分）

如图，A，B，C为山脚两侧共线的三点，在山顶P处观测三点的俯角分别为α，β，γ．现测得$\alpha=15°$，$\beta=45°$，$\gamma=30°$，$AD=\frac{5}{2}$ km，$EB=\frac{1}{2}$ km，$BC=1$ km．计划沿直线AC开通一条穿山隧道，试求出隧道DE的长度．

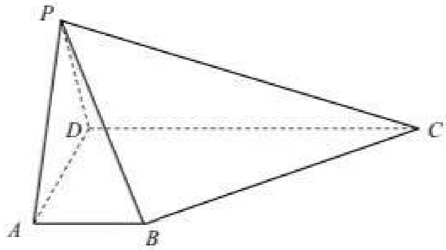


19.（12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=PD$，$AB\,//\,CD$，$AB\perp AD$，$AB=1$，$AD=2$，$CD=3$．直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45°．

（1）求证：$PB\perp BC$；

（2）求二面角 $A-PB-C$ 的正弦值．



20.（12 分）

已知 P 为抛物线 $C:y^2=4x$ 上位于第一象限的点，F 为 C 的焦点，PF 与 C 交于点 Q（异于点 P）．直线 l 与 C 相切于点 P，与 x 轴交于点 M．过点 P 作 l 的垂线交 C 于另一点 N．

（1）证明：线段 MP 的中点在定直线上；

（2）若点 P 的坐标为 $(2,2\sqrt{2})$，试判断 M,Q,N 三点是否共线．

21.（12分）

在医学上，为了加快对流行性病毒的检测速度，常采用“混检”的方法：随机的将若干人的核酸样本混在一起进行检测，若检测结果呈阴性，则认定该组每份样本均为阴性，无需再检测；若检测结果呈阳性，则还需对该组的每份样本逐个重新检测，以确定每份样本是否为阳性．设某流行性病毒的感染率为p.

（1）若$p=0.005$，混检时每组10人，求每组检测次数的期望值；

（2）混检分组的方法有两种：每组10人或30人．试问这两种分组方法的优越性与p的值是否有关？

（参考数据：$0.995^{10}\approx0.9511$，$0.995^{30}\approx0.8604$）

22.（12分）

已知函数$f(x)=(x^2+mx+1)e^x$，$m\in\mathbf{R}$．

（1）讨论函数$f(x)$的单调性；

（2）若不等式$x^2-mx+1+e^{x+2}\geqslant0$恒成立，求实数$m$的取值范围．

高三练习卷

数学（参考答案与评分建议）

一、选择题（单选）：

1. C　　2. A　　3. B　　4. C

5. B　　6. D　　7. A　　8. B

二、选择题（多选）：

9. BCD　　10. BC　　11. ABC　　12. ABD

三、填空题：

13. $\frac{4}{5}$

14. e^x+C，C为任意常数（或$\ln(x+1)+C$，ax^3+bx^2+x+d，$\sin x+C$等）

15. 1，4

16. $\sqrt{15}$

四、解答题：

17. 【解】（1）设等比数列$\{a_n\}$的公比为q．

因为$a_6=2$，$a_4+a_5=12$，

所以$a_4+a_5=\frac{a_6}{q^2}+\frac{a_6}{q}=\frac{2}{q^2}+\frac{2}{q}=12$，

所以$6q^2-q-1=(2q-1)(3q+1)=0$，

因为$a_n>0$，所以$q>0$，所以$q=\frac{1}{2}$，　　…………3分

所以$a_n=a_6q^{n-6}=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-6}=\frac{1}{2^{n-7}}$．　　…………5分

（2）法一：$b_n=a_1a_3a_5\cdots a_{2n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\times\cdots\times\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-8}$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^{-6-4-2+\cdots+2n-8}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-7n}$．　　…………8分

所以数列$\{b_n\}$的最大项为$b_3=b_4=4096$．　　…………10分

法二：因为 $a_n=\frac{1}{2^{n-7}}$，所以 $a_{2n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-8}$．

由 $a_{2n-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-8}\geqslant 1$，得 $n\leqslant 4$． …………8 分

所以数列 $\{b_n\}$ 的最大项为 $b_3=b_4=4096$． …………10 分

18．【解】在 $\triangle PBC$ 中，$\angle C=\gamma=30^\circ$，$\angle CPB=\beta-\gamma=15^\circ$，$BC=1$．

由正弦定理 $\frac{BC}{\sin\angle CPB}=\frac{PB}{\sin\angle C}$，

即 $\frac{1}{\sin 15^\circ}=\frac{PB}{\sin 30^\circ}$，所以 $PB=\frac{1}{2\sin 15^\circ}$． …………4 分

在 $\triangle PAB$ 中，因为 $\angle A=\alpha=15^\circ$，$\angle ABP=\beta=45^\circ$，

所以 $\angle APB=180^\circ-\angle A-\angle ABP=120^\circ$．

由正弦定理 $\frac{BP}{\sin\angle A}=\frac{AB}{\sin\angle APB}$，

所以 $AB=\frac{\sin 120^\circ}{2\sin^2 15^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\cos 30^\circ}=3+2\sqrt{3}$， …………8 分

所以 $DE=AB-AD-EB=3+2\sqrt{3}-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$，

所以隧道 DE 的长度为 $2\sqrt{3}$ km． …………12 分

说明：本题也可以借助山的高度，利用平面几何知识求解．

19．【解】(1) 取 AD 的中点 O，连结 OB，OC，OP．

在 $\triangle PAD$ 中，因为 $PA=PD$，O 为 AD 的中点，

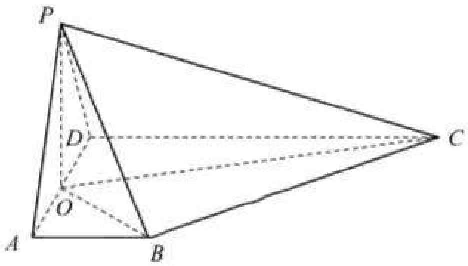
所以 $PO\perp AD$．

因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，

平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

$PO\subset$ 平面 PAD，

所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$． …………2 分



因为 $BC\subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $PO\perp BC$．

在四边形 $ABCD$ 中，$AB // CD$， $AB \perp AD$，

且 $AB = 1$， $AD = 2$， $CD = 3$，

所以 $OB = \sqrt{2}$， $OC = \sqrt{10}$， $BC = 2\sqrt{2}$，

所以在 $\triangle OBC$ 中，有 $OB^2 + BC^2 = OC^2$，

所以 $\angle OBC = 90°$， 即 $OB \perp BC$． …………4 分

因为 PO，$OB \subset$ 平面 POB， $PO \cap OB = O$，

所以 $BC \perp$ 平面 POB．

因为 $PB \subset$ 平面 POB，

所以 $PB \perp BC$． …………6 分

说明：本题也可以用空间向量的方法证明．

（2）由（1）知， $PO \perp$ 平面 $ABCD$,

所以 OB 为 PB 在平面 $ABCD$ 内的射影，

即 $\angle PBO$ 为直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角，

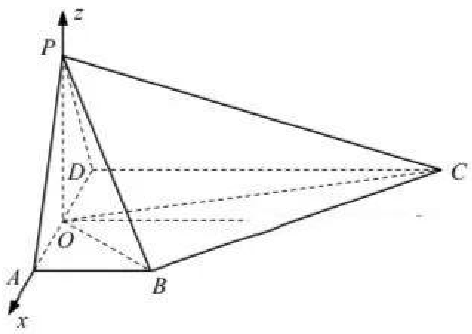
所以 $\angle PBO = 45°$．

所以在 $\triangle POB$ 中， $PO = OB = \sqrt{2}$． …………8 分

解法一：如图，分别以 OA，OP 所在直线为 x 轴和 z 轴，

以平面 $ABCD$ 内过点 O 且与 OA 垂直的直线为 y 轴，

建立空间直角坐标系，



则 $A(1, 0, 0)$，$B(1, 1, 0)$，

$C(-1, 3, 0)$，$P(0, 0, \sqrt{2})$，

所以 $\overrightarrow{PB} = (1, 1, -\sqrt{2})$，

$\overrightarrow{BC} = (-2, 2, 0)$， $\overrightarrow{AB} = (0, 1, 0)$．

设平面 PBC 的一个法向量 $\boldsymbol{n}_1 = (x_1, y_1, z_1)$，

则$\begin{cases} \boldsymbol{n}_1 \perp \overrightarrow{PB}, \\ \boldsymbol{n}_1 \perp \overrightarrow{BC}, \end{cases}$ 即$\begin{cases} \boldsymbol{n}_1 \cdot \overrightarrow{PB} = x_1 + y_1 - \sqrt{2}z_1 = 0, \\ \boldsymbol{n}_1 \cdot \overrightarrow{BC} = -2x_1 + 2y_1 = 0, \end{cases}$

取$x_1 = 1$，可得$\boldsymbol{n}_1 = (1，1，\sqrt{2})$.

设平面PAB的一个法向量$\boldsymbol{n}_2 = (x_2，y_2，z_2)$，

则$\begin{cases} \boldsymbol{n}_2 \perp \overrightarrow{PB}, \\ \boldsymbol{n}_2 \perp \overrightarrow{AB}, \end{cases}$ 即$\begin{cases} \boldsymbol{n}_2 \cdot \overrightarrow{PB} = x_2 + y_2 - \sqrt{2}z_2 = 0, \\ \boldsymbol{n}_2 \cdot \overrightarrow{AB} = y_2 = 0, \end{cases}$

取$x_2 = \sqrt{2}$，可得$\boldsymbol{n}_2 = (\sqrt{2}，0，1)$. …………10 分

设二面角$A-PB-C$的大小为θ，

则$|\cos\theta| = \dfrac{|\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1| \cdot |\boldsymbol{n}_2|} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3} \times 2} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

即二面角$A-PB-C$的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. …………12 分

解法二：作$AH \perp PB$于点H.

因为$AB = 1$，$PA = \sqrt{PO^2 + AO^2} = \sqrt{3}$，$PB = \sqrt{PO^2 + BO^2} = 2$，

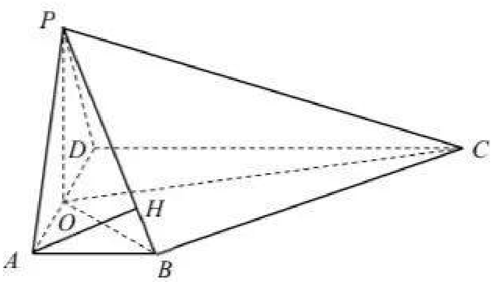
所以$PA^2 + AB^2 = PB^2$，

所以$PA \perp AB$，

所以$\mathrm{Rt}\triangle PAB \backsim \mathrm{Rt}\triangle AHB$，

所以$\dfrac{AH}{PA} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{AB}{PB}$.

所以$AH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $BH = \dfrac{1}{2}$.



因为$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BC}$，

所以$\overrightarrow{AC}^2 = \overrightarrow{AH}^2 + \overrightarrow{HB}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + 2\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HB} + 2\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{AH} \cdot BC$，

即$13 = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4} + 8 + 2\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC}$，解得$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$， …………10 分

所以 $\cos\langle\overrightarrow{AH},\overrightarrow{BC}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AH}|\cdot|\overrightarrow{BC}|}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

设二面角 $A-PB-C$ 的大小为 θ，

则 $\cos\theta=\cos(\pi-\langle\overrightarrow{AH},\overrightarrow{BC}\rangle)=-\cos\langle\overrightarrow{AH},\overrightarrow{BC}\rangle=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

即二面角 $A-PB-C$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. ············12 分

20.【解】（1）设 $P(x_0,y_0)$，则 $y_0^2=4x_0$，

因为点 P 在第一象限，所以 $y_0=2\sqrt{x_0}$，

对 $y=2\sqrt{x}$ 两边求导得：$y'=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$，所以直线 l 的斜率为 $\dfrac{1}{\sqrt{x_0}}$，

所以直线 l 的方程为 $y-2\sqrt{x_0}=\dfrac{1}{\sqrt{x_0}}(x-x_0)$， ············2 分

令 $y=0$，则 $x=-x_0$，所以 $M(-x_0,0)$， ············3 分

所以线段 MP 的中点为 $\left(0,\dfrac{y_0}{2}\right)$，

所以线段 MP 的中点在定直线 $x=0$ 上. ············5 分

（2）若 $P(2,2\sqrt{2})$，则 $M(-2,0)$.

所以 $k_{MP}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$k_{PF}=2\sqrt{2}$，

因为 $PN\perp l$，所以 $k_{PN}=-\sqrt{2}$，

所以直线 $PF:y=2\sqrt{2}(x-1)$，直线 $PN:y=-\sqrt{2}(x-4)$.

由 $\begin{cases}y^2=4x,\\ y=2\sqrt{2}(x-1),\end{cases}$ 得 $2x^2-5x+2=0$，所以 $x=\dfrac{1}{2}$ 或 2，

所以 $Q\left(\dfrac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$， ············7 分

由 $\begin{cases}y^2=4x,\\ y=-\sqrt{2}(x-4),\end{cases}$ 得 $x^2-10x+16=0$，所以 $x=2$ 或 8，

所以 $N(8,-4\sqrt{2})$.　　　　…………9 分

解法一：因为 $M(-2,0)$，$Q\left(\frac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$，$N(8,-4\sqrt{2})$，

所以 $k_{MQ}=-\frac{2\sqrt{2}}{5}$，$k_{MN}=-\frac{2\sqrt{2}}{5}$，

所以点 M，Q，N 三点共线.　　　　…………12 分

解法二：因为 $M(-2,0)$，$Q\left(\frac{1}{2},-\sqrt{2}\right)$，$N(8,-4\sqrt{2})$，

所以 $\overrightarrow{MQ}=\left(\frac{5}{2},-\sqrt{2}\right)$，$\overrightarrow{MN}=(10,-4\sqrt{2})$，

所以 $\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{MQ}$，

又向量 $\overrightarrow{MQ}$ 和向量 $\overrightarrow{MN}$ 有公共起点，

所以点 M，Q，N 三点共线.　　　　…………12 分

21.【解】（1）设每组检测的次数为 X，

则 X 的可能取值为 1，11.　　　　…………1 分

$P(X=1)=(1-p)^{10}=0.995^{10}=0.9511$，

$P(X=11)=1-P(X=1)=1-0.9511=0.0489$.

所以 X 的分布列为

X	1	11
P	0.951 1	0.048 9

…………3 分

所以 $E(X)=1\times0.9511+11\times0.0489=1.489$.

所以每组检测次数的期望值是 1.489 次.　　　　…………5 分

（2）当每组的人数为 10 人时，设每组检测的次数为 X.

则 X 的可能取值为 1，11.

$P(X=1)=(1-p)^{10}$，$P(X=11)=1-(1-p)^{10}$.

所以 X 的分布列为

X	1	11
P	$(1-p)^{10}$	$1-(1-p)^{10}$

所以 $E(X)=1\times(1-p)^{10}+11\times[1-(1-p)^{10}]=11-10(1-p)^{10}$.

当每组的人数为 30 人时，设每组检测的次数为 Y.

则 Y 的可能取值为 1，31.

$P(Y=1)=(1-p)^{30}$； $P(X=31)=1-(1-p)^{30}$.

所以 Y 的分布列为

Y	1	31
P	$(1-p)^{30}$	$1-(1-p)^{30}$

所以 $E(Y)=1\times(1-p)^{30}+31\times[1-(1-p)^{30}]=31-30(1-p)^{30}$.

所以 $3E(X)-E(Y)=3\times[11-10(1-p)^{10}]-[31-30(1-p)^{30}]$

$$=30(1-p)^{30}-30(1-p)^{10}+2.$$ …………8 分

解法一：设 $(1-p)^{10}=t$， $f(t)=30t^3-30t+2\,(0\leqslant t\leqslant 1)$，

则 $f'(t)=90t^2-30=30(3t^2-1)$，

当 $0\leqslant t<\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时， $f'(t)<0$， $f(t)$ 在 $\left[0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 上单调递减；

当 $\frac{\sqrt{3}}{3}<t\leqslant 1$ 时， $f'(t)>0$， $f(t)$ 在 $\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right]$ 上单调递增.

所以当 $t=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时， $f(t)$ 有最小值为 $\frac{6-20\sqrt{3}}{3}<0$；

当 $t=0$ 或 1 时， $f(t)$ 有最大值为 2>0， …………10 分

所以存在 p_1，p_2， 满足 $t_1=(1-p_1)^{10}$，$t_2=(1-p_2)^{10}$，

且 $t_1\in\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$， $t_2\in\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$， 使得 $f(t_1)=f(t_2)=0$.

当 $t\in(0,t_1)\cup(t_2,1)$ 时， $3E(X)-E(Y)>0$， 即 $3E(X)>E(Y)$，

此时，每组 30 人更优越；

当 $t\in(t_1,t_2)$ 时，$3E(X)-E(Y)<0$，即 $3E(X)<E(Y)$

此时，每组 10 人更优越.

所以，分组方法的优越性与 p 的值有关. …………12 分

解法二：当 $p=0.005$ 时，

$3E(X)-E(Y)=30\times0.8604-30\times0.9511+2=-0.721<0$，

即 $3E(X)<E(Y)$； …………10 分

当 $p=0.5$ 时，

$3E(X)-E(Y)=30\times0.5^{30}-30\times0.5^{10}+2>2-\dfrac{30}{2^{10}}>0$，

即 $3E(X)>E(Y)$.

所以，分组方法的优越性与 p 的值有关. …………12 分

22.【解】（1）$f'(x)=e^x(x^2+mx+1)+e^x(2x+m)=e^x(x+1)(x+m+1)$. …………1 分

① 当 $m=0$ 时，$f'(x)\geqslant0$，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增. …………2 分

② 当 $m<0$ 时，令 $f'(x)>0$，得 $x<-1$ 或 $x>-m-1$，

令 $f'(x)<0$，得 $-1<x<-m-1$.

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1]$ 和 $[-m-1,+\infty)$ 上单调递增，

在 $(-1,-m-1)$ 上单调递减. …………3 分

③ 当 $m>0$ 时，令 $f'(x)>0$，得 $x<-m-1$ 或 $x>-1$，

令 $f'(x)<0$，得 $-m-1<x<-1$.

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-m-1]$ 和 $[-1,+\infty)$ 上单调递增，

在 $(-m-1,-1)$ 上单调递减. …………4 分

（2）解法一：不等式 $x^2-mx+1+e^{x+2}\geqslant0\Leftrightarrow e^{-x}(x^2-mx+1)+e^2\geqslant0$.

令 $-x=t$，得 $e^t(t^2+mt+1)+e^2\geqslant0$， …………

即 $(t^2+mt+1)e^t\geqslant-e^2$. …………6 分

① 当 $m=0$ 时，$(t^2+mt+1)e^t=(t^2+1)e^t>0\geqslant-e^2$. …………7 分

② 当$m<0$时，当$t<-1$时，$(t^2+mt+1)e^t>0>-e^2$，

当$t\geqslant -1$时，$f(t)_{\min}=f(-m-1)=\dfrac{m+2}{e^{m+1}}\geqslant -e^2$.

设$g(m)=\dfrac{m+2}{e^{m+1}}(m<0)$，$g'(m)=-\dfrac{m+1}{e^{m+1}}$.

当$m<-1$时，$g'(m)>0$，$-1<m<0$时，$g'(m)<0$.

$g(m)$在$(-\infty,-1]$上单调递增，$g(m)$在$[-1,0]$单调递减.

因为$g(-3)=-e^2$，$g(0)=\dfrac{2}{e}$，

所以由$\dfrac{m+2}{e^{m+1}}\geqslant -e^2$，解得$m\in[-3,0)$，

综上$m\in[-3,0)$.　　…………9分

③ 当$0<m\leqslant 2$时，$t^2+mt+1=(t+\dfrac{m}{2})^2+1-\dfrac{m^2}{4}\geqslant 0$，

所以$(t^2+mt+1)e^t\geqslant 0>-e^2$.　　…………10分

④ 当$m\geqslant 2$时，$f(t)$在$(-\infty,-m-1]$和$[-1,+\infty)$上单调递增，

$f(t)$在$(-m-1,-1)$上单调递减.

当$t\leqslant -m-1$时，$t^2+mt+1=t(t+m)+1\geqslant m+2>0$，$(t^2+mt+1)e^t>0\geqslant -e^2$.

当$t\geqslant -m-1$时，$f(t)_{\min}=f(-1)=\dfrac{2-m}{e}\geqslant -e^2$，解得$m\leqslant e^3+2$.

所以，$2\leqslant m\leqslant e^3+2$.

综上，m的取值范围是$[-3,e^3+2]$.　　…………12分

解法二：不等式$x^2+e^{x+2}+1\geqslant mx$恒成立，

①当$x=0$时，$e^2+1\geqslant 0$恒成立，所以$m\in\mathbf{R}$，　　…………5分

②当$x>0$时，$m\leqslant\dfrac{x^2+e^{x+2}+1}{x}$恒成立，

令$F(x)=\dfrac{x^2+e^{x+2}+1}{x}$，$x>0$，

则$F'(x)=\dfrac{x^2+(x-1)e^{x+2}-1}{x^2}=\dfrac{(x-1)(x+e^{x+2}+1)}{x^2}$，

因为$x>0$，所以$x+e^{x+2}+1>0$，

且当 $x\in(0,1)$ 时，$F'(x)<0$，所以 $F(x)$ 单调递减，

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$F'(x)>0$，所以 $F(x)$ 单调递增，

所以 $F(x)_{\min}=F(1)=\mathrm{e}^3+2$，所以 $m\leqslant \mathrm{e}^3+2$． …………8 分

③当 $x<0$ 时，$m\geqslant \dfrac{x^2+\mathrm{e}^{x+2}+1}{x}$，

令 $F(x)=\dfrac{x^2+\mathrm{e}^{x+2}+1}{x}, x<0$，

则 $F'(x)=\dfrac{x^2+(x-1)\mathrm{e}^{x+2}-1}{x^2}=\dfrac{(x-1)(x+\mathrm{e}^{x+2}+1)}{x^2}$，

因为 $x<0$，所以 $x-1<0$，

令 $h(x)=x+\mathrm{e}^{x+2}+1, x<0$，则 $h(-2)=0$，

因为 $h'(x)=\mathrm{e}^{x+2}+1>0$，所以 $h(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递增，

所以当 $x\in(-\infty,-2)$ 时，$h(x)<0$，$F'(x)>0$，

当 $x\in(-2,0)$ 时，$h(x)>0$，$F'(x)<0$，

所以 $F(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 单调递增，在 $(-2,0)$ 单调递减，

所以 $F(x)_{\max}=F(-2)=-3$，所以 $m\geqslant -3$． …………11 分

综上，$-3\leqslant m\leqslant \mathrm{e}^3+2$，

故 m 取值范围是 $[-3,\mathrm{e}^3+2]$． …………12 分

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “ 专业、专注、有态度 ” 的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。

微信搜一搜

自主选拔在线