

黄山市 2023 届高中毕业班第一次质量检测

数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 写在试卷上无效.
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 不按以上要求作答的答案无效.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | 3x \leq 25\}$, $B = \{x | \sqrt[3]{x} > 2\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\left[4, \frac{25}{3}\right]$ B. $\left(4, \frac{25}{3}\right]$ C. $\left[8, \frac{25}{3}\right]$ D. $\left(8, \frac{25}{3}\right]$
2. 若 $(i+1)(z-1)=2$, 则 $|\bar{z}| =$
 A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{10}$ D. 4
3. 已知点 $P(-2, \sqrt{3})$ 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线上, 则双曲线的离心率为
 A. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$
4. 南宋数学家在《详解九章算法》和《算法通变本末》中提出了一些新的垛积公式, 所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同, 高阶等差数列中前后两项之差并不相等, 但是逐项差数之差或者高次差成等差数列. 现有一个高阶等差数列, 其前 7 项分别为 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, 则该数列的第 30 项为
 A. 379 B. 407 C. 436 D. 466
5. 两批同种规格的产品, 第一批占 40%、合格品率为 95%, 第二批占 60%、合格品率为 96%. 将两批产品混合, 从混合产品中任取一件. 则这件产品是次品的概率为
 A. 95.6% B. 42.4% C. 59.6% D. 4.4%
6. 2022 年 11 月 30 日, 神舟十四号宇航员陈冬、刘洋、蔡旭哲和神舟十五号宇航员费俊龙、邓清明、张陆顺利“会师太空”, 为记录这一历史时刻, 他们准备在天河核心舱合影留念. 假设 6 人站成一排, 要求神舟十四号三名航天员互不相邻, 且神舟十五号三名航天员也互不相邻, 则他们的不同站法共有 () 种
 A. 72 B. 144 C. 36 D. 108

高三数学试题 · 第 1 页 (共 6 页)

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{2}$, $\angle ACB = 45^\circ$, O 是 $\triangle ABC$ 的外心, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

8. 下列不等式不正确的是

- A. $\sqrt{7} - \sqrt{5} < \sqrt{6} - 2$ B. $\pi^{3.1} < 3.1^\pi$
C. $5 \sin \frac{1}{5} > \cos \frac{1}{10}$ D. $\log_4 3 < \log_6 5$

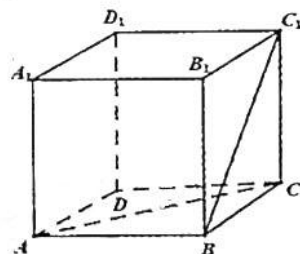
二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = 2\cos^2(x - \frac{\varphi}{2}) - \frac{1}{2}(|\varphi| < \frac{\pi}{2})$, 现将函数 $f(x)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 单位后, 得到一个偶函数的图象, 则

- A. 函数 $f(x)$ 的周期为 π
B. 函数 $f(x)$ 图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{3}, 0)$
C. 当 $x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 时, 函数 $f(x)$ 的最小值为 $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$
D. 函数 $f(x)$ 的极值点为 $-\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PC} (\lambda > 0)$, 则

- A. 对于任意的正实数 λ , 三棱锥 A_1-BPC_1 的体积始终不变
B. 对于任意的正实数 λ , 都有 $D_1P \parallel$ 平面 A_1BC_1
C. 存在正实数 λ , 使得异面直线 D_1P 与 BC_1 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$
D. 存在正实数 λ , 使得直线 BP 与平面 AB_1C 所成的角为 $\frac{\pi}{6}$



11. 数学美的表现形式不同于自然美或艺术美那样直观, 它蕴藏于特有的抽象概念、公式符号、推理论证、思维方法等之中, 揭示了规律性, 是一种科学的真实美. 在平面直角坐标系中, 曲线 $C: x^2 + y^2 = 2|x| + 2|y|$ 就是一条形状优美的曲线, 则

- A. 曲线 C 围成的图形的周长是 $4\sqrt{2}\pi$
B. 曲线 C 上的任意两点间的距离不超过 4
C. 曲线 C 围成的图形的面积是 $4(\pi + 2)$
D. 若 $P(m, n)$ 是曲线 C 上任意一点, 则 $|4m - 3n - 17|$ 的最小值是 $10 - 5\sqrt{2}$

12. 对于函数 $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b (a, b \in \mathbb{R})$, 则

- A. $f(x)$ 是单调函数的充要条件是 $a > \frac{4}{3}$
- B. $f(x)$ 图象一定是中心对称图形
- C. 若 $a = 0$, 且 $f(x)$ 恰有一个零点, 则 $b < 0$ 或 $b > \frac{32}{27}$
- D. 若 $f(x)$ 的三个零点 x_1, x_2, x_3 恰为某三角形的三边长, 则 $a + b > 1$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $(x + \frac{a}{x^2})^6$ 的展开式中, 常数项为 15, 则实数 a 的值为_____.

14. 已知 $x > 0, y > 0$, 若 a, x, y, b 成等差数列, c, x, y, d 成等比数列, 则 $\frac{(a+b)^2}{2cd}$ 的最小值是_____.

15. 圆锥 SO 的轴截面是边长为 6 的等边三角形, 在该圆锥内放置一个棱长为 m 的正四面体, 并且正四面体可以在该圆锥内任意转动, 则实数 m 的最大值为_____.

16. 设抛物线 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F , 直线 l 过 F 且与抛物线交于 A, B 两点, 若 $\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{FB}$, 则直线 l 的方程为_____.

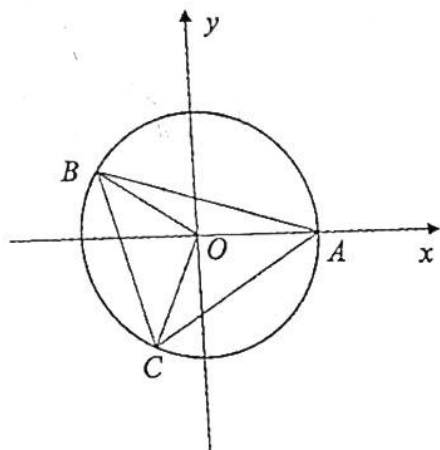
四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

如图, 已知 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心 O 为坐标原点, 且 O 在 $\triangle ABC$ 内部, $A(1, 0), \angle BOC = \frac{2\pi}{3}$.

(1) 若 $\angle AOB = \frac{7\pi}{12}$, 求 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB}$;

(2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.



18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n-1} + a_n = 2n + 3$ ($n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$), 且 $a_2 = 4$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \begin{cases} 2, & n=1 \\ \log_{(n+1)} a_n, & n \geq 2 \text{ 且 } n \in \mathbf{N}^* \end{cases}$, 若 $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdots b_k = 8$ ($k \in \mathbf{N}^*$), 求 k 的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图 1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $CD = 2AB = 2AD = 4$, 点 E 、 F 分别是边 BC 、 CD 的中点, 现将 $\triangle CEF$ 沿 EF 边折起, 使点 C 到达点 P 的位置 (如图 2 所示), 且 $BP = 2$.

(1) 求证: 平面 $APE \perp$ 平面 ABD ;

(2) 求平面 ABP 与平面 ADP 夹角的余弦值.

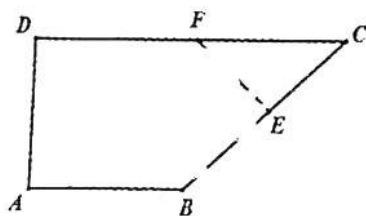


图 1

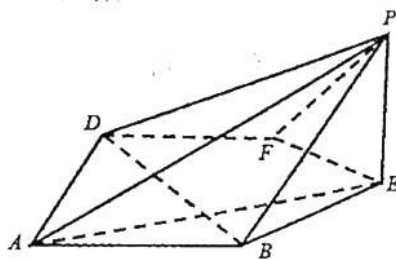


图 2

20. (本小题满分 12 分)

第 22 届卡塔尔世界杯 (FIFA World Cup Qatar 2022) 足球赛, 于当地时间 2022 年 11 月 20 日 (北京时间 11 月 21 日) 至 12 月 18 日在卡塔尔境内 5 座城市中的 8 座球场举行, 共计 64 场赛事. 除东道主卡塔尔外, 另有来自五个大洲足球联合会的 31 支球队拥有该届世界杯决赛参赛资格, 各大洲足联各自举办预选赛以决定最终出线的球队. 世界杯群星荟萃, 拨动着各国人民的心弦, 向人们传递着正能量和欢乐.

- (1) 某中学 2022 年举行了“学习世界杯, 塑造健康体魄”的主题活动, 经过一段时间后, 学生的身体素质明显增强, 现将该学校近 5 个月体重超重的人数进行了统计, 得到如下表格:

月份 x	1	2	3	4	5
体重超重人数 y	640	540	420	300	200

若该学校体重超重人数 y 与月份 x (月份 x 依次为 1, 2, 3, 4, 5...) 具有线性相关关系, 请预测从第几月份开始该学校体重超重的人数降至 50 人以下?

- (2) 在某次赛前足球训练上, 开始时球恰由 A 控制, 此后规定球仅在 A 、 B 和 C 三名队员中传递, 已知当球由 A 控制时, 传给 B 的概率为 $\frac{1}{2}$, 传给 C 的概率为 $\frac{1}{2}$; 当球由 B 控制时, 传给 A 的概率为 $\frac{2}{3}$, 传给 C 的概率为 $\frac{1}{3}$; 当球由 C 控制时, 传给 A 的概率为 $\frac{3}{5}$, 传给 B 的概率为 $\frac{2}{5}$.

①记 P_n 为经过 n 次传球后球恰由 A 队员控制的概率, 求 P_1 、 P_2 ;

②若传球次数 $n=3$, C 队员控制球的次数为 X , 求 $E(X)$.

参考公式:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$



21. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且直线 $y=1$ 截椭圆 Γ 所得的弦长为 $2\sqrt{6}$.

(1) 求椭圆 Γ 的标准方程;

(2) 若直线 $y=1$ 与 y 轴交于点 P , A, C 为椭圆 Γ 上的两个动点、且位于第一象限 (不在直线 $y=1$ 上), 直线 AP, CP 分别交椭圆于 B, D 两点, 若直线 AD, BC 分别交直线 $y=1$ 于 E, F 两点, 求证: $|PE| = |PF|$.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + x^2 - kx + 1 (k \in \mathbb{R})$, $g(x) = x^2 - 3x + xe^x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若不等式 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线