铜川市2023年高三第二次质量检测

理科数学

注意事项：

1. 本试题分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，第Ⅰ卷为选择题，用2B铅笔将答案涂在答题卡上。第Ⅱ卷为非选择题，用0.5mm黑色签字笔将答案答在答题卡上，考试结束后，只收答题卡。
2. 答第Ⅰ卷、第Ⅱ卷时，先将答题卡首有关项目填写清楚。
3. 全卷满分150分，考试时间120分钟。

第Ⅰ卷（选择题 共60分）

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

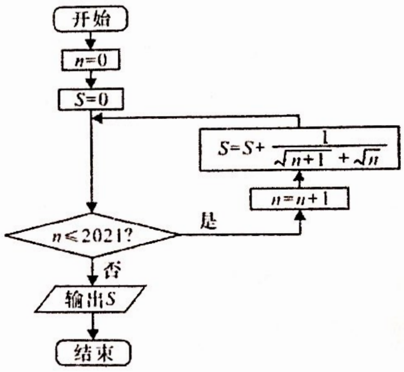
1．若全集 $U=\{x|0<x<5,\ x\in Z\}$，$A=\{1,2\}$，$B=\{2,3\}$，则 $(\complement_U A)\cap B=$

A．$\{2\}$　　B．$\{3\}$　　C．$\{4\}$　　D．$\{2,3,4\}$

2．已知复数 z_1，z_2 满足 $|z_1|=3$，$z_2=2+i$，则 $|z_1\cdot z_2|=$

A．$3\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{6}$　　C．$3\sqrt{5}$　　D．6

3．执行下面的程序框图，则输出 S 的值为



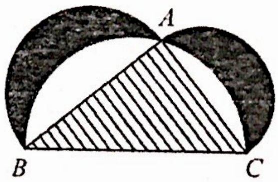
A．$\sqrt{2020}-1$

B．$\sqrt{2021}-1$

C．$\sqrt{2022}-1$

D．$\sqrt{2023}-1$

4．如图是来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形．此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形 ABC 的斜边 BC，直角边 AB、AC．$\triangle ABC$ 的三边所围成的区域记为Ⅰ，黑色部分记为Ⅱ，其余部分记为Ⅲ．在整个图形中随机取一点，此点取自Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ的概率分别记为 p_1，p_2，p_3，则



A．$p_1=p_2$　　B．$p_1=p_3$

C．$p_2=p_3$　　D．$p_1=p_2+p_3$

5．命题："$\forall x>0$，$x^2-x+1\leqslant 0$"的否定是

A．$\exists x>0$，$x^2-x+1\leqslant 0$　　B．$\exists x>0$，$x^2-x+1>0$

C．$\forall x>0$，$x^2-x+1>0$　　D．$\forall x\leqslant 0$，$x^2-x+1>0$

6．已知 $\log_2 a=0.5^a=0.2^b$，则

A．$a<1<b$　　B．$1<a<b$　　C．$b<1<a$　　D．$1<b<a$

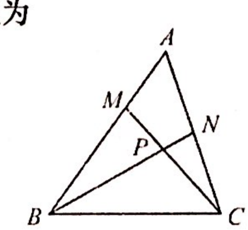
7．现有甲、乙两组数据，每组数据均由六个数组成，其中甲组数据的平均数为3，方差为5，乙组数据的平均数为5，方差为3．若将这两组数据混合成一组，则新的一组数据的方差为

A．3.5　　B．4　　C．4.5　　D．5

8．等比数列$\{a_n\}$满足$a_2+8a_5=0$，设数列$\{\frac{1}{a_n}\}$的前n项和为S_n，则$\frac{S_5}{S_2}=$

A．-11　　B．-8　　C．5　　D．11

9．如图，在△ABC的边AB、AC上分别取点M、N，使$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，$BN$与$CM$交于点$P$，若$\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{PN}$，$\overrightarrow{PM}=\mu\overrightarrow{CP}$，则$\frac{\lambda}{\mu}$的值为



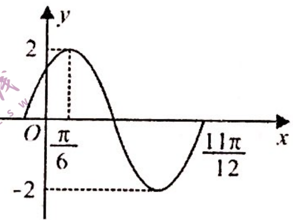
A．$\frac{8}{3}$　　B．$\frac{3}{8}$

C．$\frac{1}{6}$　　D．6

10．已知F_1，F_2分别是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$的左、右焦点，直线$l$经过$F_1$且与$C$左支交于$P$，$Q$两点，点$P$在以$F_1F_2$为直径的圆上，$|PQ|:|PF_2|=3:4$，则$C$的离心率是

A．$\frac{\sqrt{17}}{3}$　　B．$\frac{2\sqrt{17}}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{15}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{3}$

11．已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$在一个周期内的图象如图所示．若方程$f(x)=m$在区间$[0,\pi]$上有两个不同的实数解$x_1$，$x_2$，则$x_1+x_2$的值为



A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{2}{3}\pi$

C．$\frac{4}{3}\pi$　　D．$\frac{\pi}{3}$或$\frac{4}{3}\pi$

12．在四棱锥P-$ABCD$中，底面$ABCD$为菱形，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，$PA\perp$平面$ABCD$，$PA=AB=2$，E为线段PB的中点，F为线段BC上的动点，则下列结论错误的是

A．平面$AEF\perp$平面PBC　　B．三棱锥C-PED的体积为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

C．EF与平面$ABCD$所成角的最小值为$\frac{\pi}{6}$　　D．AE与PC所成角的余弦值为$\frac{1}{4}$

第II卷（非选择题　共90分）

二、填空题(本大题共4小题，每小题5分，共20分)

13．将四大名著各分一本给甲、乙、丙、丁四人就读，A、B、C、D四位旁观者预测分配结果，A说：“甲读《西游记》，乙读《红楼梦》”；B说：“甲读《水浒传》，丙读《三国演义》”；C说：“乙读《水浒传》，丙读《西游记》”；D说：“乙读《西游记》，丁读《三国演

义》”.若已知四位旁观者每人预测的两句话中，都是有且只有一句是真的，则可推断丁读的名著是______.

14．已知函数 $f(x)=\cos(x+\dfrac{\pi}{2})\cos(x+\dfrac{\pi}{4})$，若 $x\in[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}]$，则函数 $f(x)$ 的值域为__________.

15．已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且点(a_n, S_n)总在直线 $y=2x-1$ 上，则数列$\{n\cdot a_n\}$的前 n 项和 T_n=________.

16．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，直线 $y=t(t\in(0,2))$与椭圆 C 交于 A,B 两点(其中点 A 在点 B 的左侧)，记$\triangle ABF_1$面积为 S，则下列四个结论正确的是________.

①$|F_1A|+|F_1B|=4\sqrt{2}$　　②$AF_1\perp BF_1$ 时，$t=\sqrt{3}$

③S 的最大值为 $2\sqrt{2}$　　④当 $\angle F_1AF_2=\dfrac{\pi}{3}$ 时，点 A 的横坐标为 $-\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤）

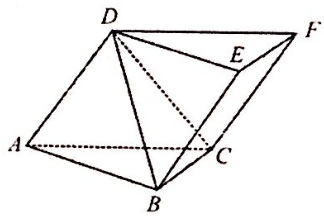
（一）必考题（共 60 分）

17.(本小题 12 分)在$\triangle ABC$中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$\dfrac{1}{\tan A}+\dfrac{1}{\tan C}=\dfrac{1}{\sin B}$.

(1)证明：$b^2=ac$；

(2)若 $b=2$，当角 B 取得最大值时，求$\triangle ABC$的面积.

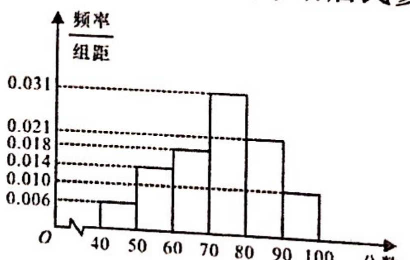
18．(本小题 12 分)如图，在斜三棱柱 ABC-DEF 中，底面 ABC 是边长为 2 的正三角形，$BD=CD=\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$，侧棱 AD 与底面 ABC 所成角为 60°.



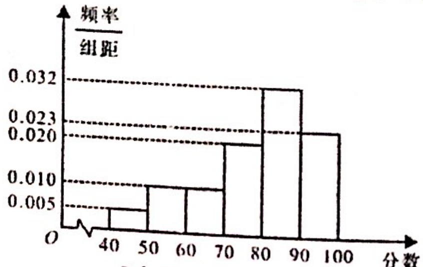
(1)求证：四边形 $BCFE$ 为矩形；

(2)求平面 DBC 与平面 $BCFE$ 夹角的余弦值.

19．(本小题 12 分)为进一步巩固提升全国文明城市，加速推行垃圾分类制度，铜川市推出了两套方案，并分别在 A，B 两个大型居民小区内试行.方案一：进行广泛的宣传活动，向小区居民和社会各界宣传垃圾分类的意义，讲解分类垃圾桶的使用方式，垃圾投放时间等，定期召开垃圾分类会议和知识宣传教育活动；方案二：在小区内设立智能化分类垃圾桶，智能垃圾桶操作简单，居民可以通过手机进行自动登录、称重、积分等一系列操作.并建立激励机制，比如，垃圾分类换积分兑换礼品等，以激发带动居民参与垃圾分类的热情.经过一段时间试行之后，在这两个小区内各随机抽取了 100 名居民进行问卷调查，记录他们对试行方案的满意度得分(满分 100 分)，将数据分成 6 组：[40, 50)，[50, 60)，[60, 70)，



A小区 方案一



B小区 方案二

$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100)$，并整理得到如图所示的频率分布直方图：

(1)请通过频率分布直方图分别估计两种方案满意度的平均得分，判断哪种方案的垃圾分类推广措施更受居民欢迎(同一组中的数据用该组中间的中点值作代表)；

(2)以样本频率估计概率，若满意度得分不低于70分认为居民赞成推行此方案，低于70分认为居民不赞成推行此方案，规定小区居民赞成率不低于70%才可在该小区继续推行该方案，判断两小区哪个小区可继续推行方案?

(3)根据(2)中结果，从可继续推行方案的小区内随机抽取5个人，用X表示赞成该小区推行方案的人数，求X的分布列及数学期望.

20．(本小题12分)已知点F为抛物线$E: y^2=2px(p>0)$的焦点，点$P(-3,2)$，$|PF|=2\sqrt{5}$，若过点P作直线与抛物线E顺次交于A，B两点，过点A作斜率为1的直线与抛物线的另一个交点为点C.

(1)求抛物线E的标准方程；

(2)求证：直线BC过定点；

(3)若直线BC所过定点为点Q，$\triangle QAB$，$\triangle PBC$的面积分别为S_1，S_2，求$\dfrac{S_1}{S_2}$的取值范围.

21．(本小题12分)已知函数$f(x)=ae^x-\ln(x+2)+\ln a-2$.

(1)若函数$f(x)$在$x=2023$处取得极值，求a的值及函数的单调区间；

(2)若函数$f(x)$有两个零点，求a的取值范围.

（二）选考题（共10分，请考生在22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分）

22．在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=4-\sqrt{2}t\\y=4+\sqrt{2}t\end{cases}$($t$为参数).以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho=8\sin\theta$，$A$为曲线$C$上一点.

(1)求A到直线l距离的最大值；

(2)若B为直线l与曲线C第一象限的交点，且$\angle AOB=\dfrac{7\pi}{12}$，求$\triangle AOB$的面积.

23．设函数$f(x)=|2x-2|+|x+2|$.

(1)解不等式$f(x)\leqslant 6-x$；

(2)令$f(x)$的最小值为T，正数a，b，c满足$a+b+c=T$，证明：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{c}\geqslant\dfrac{16}{3}$.