湖湘教育三新探索协作体2021年11月期中联考试卷

高三数学

班级：__________ 姓名：__________ 准考证号：______________

（本试卷共4页，22题，全卷满分：150分，考试用时：120分钟）

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号写在试题卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上相应题目的答案标号涂黑．写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

3. 非选择题的作答：用签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内，写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.

4. 考试结束后，将本试题卷和答题卷一并上交.

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x>m\}$，若 $A\cap(C_RB)=\varnothing$，则 m 的取值范围为

A．$(-\infty,1]$　B．$(-\infty,2]$　C．$[1,+\infty)$　D．$[2,+\infty)$

2．若复数 z 满足 $z(1+\sqrt{3}i)=2i$，则在复平面内 z 对应的点的坐标是

A．$(\sqrt{3},1)$　B．$(1,\sqrt{3})$　C．$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$　D．$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

3．已知向量 $a=(1,3)$，$b=(2,-4)$，则 b 在 a 方向上的投影是

A．$-\sqrt{5}$　B．$\sqrt{5}$　C．$-\sqrt{10}$　D．$\sqrt{10}$

4．设 $4^a=3^b=36$，则 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=$

A．3　B．1　C．-1　D．-3

5．已知 $f(x+2)$ 是偶函数，当 $2<x_1<x_2$ 时，$[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)>0$ 恒成立，设 $a=f(\frac{1}{2})$，$b=f(3)$，$c=f(4)$，则 a，b，c 的大小关系为

A．$b<a<c$　B．$c<b<a$　C．$b<c<a$　D．$a<b<c$

6．已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=2^n-1(n\in N^*)$，则 $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=$

A．$\frac{1}{3}(2^n-1)$　B．$\frac{1}{3}(4^n-1)$　C．$(2^n-1)^2$　D．4^n-1

7．已知 $f(x)$ 是定义在R上的函数，$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，满足：$e^xf(x)+(e^x+1)f'(x)>0$，且 $f(1)=\frac{1}{2}$，则不等式 $f(x)>\frac{e+1}{2(e^x+1)}$ 的解集为

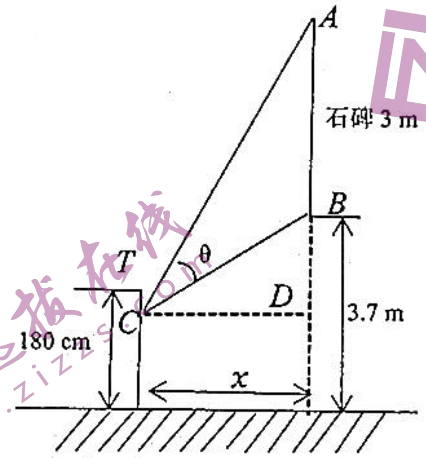
A．$(-1,1)$　B．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

C．$(-\infty,-1)$　D．$(1,+\infty)$

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

8．在湖南省湘江上游的永州市祁阳县境内的浯溪碑林，是稀有的书法石刻宝库，保留至今的有505方摩崖石刻，最引人称颂的是公元771年镌刻的《大唐中兴颂》，因元结的"文绝"，颜真卿的"字绝"，摩崖石刻的"石绝"，誉称"摩崖三绝"．该碑高3米，宽3.2米，碑身离地有3.7米（如图所示），有一身高为180 cm的游客从正面观赏它（该游客头顶T到眼睛C的距离为10 cm），设该游客离墙距离为x米，视角为θ．为使观赏视角θ最大，x应为

A．$\sqrt{10}$　　B．3　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{6}$



二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分．

9．已知直线l、m，平面α、β，$l\subset\alpha$，$m\subset\beta$，则下列说法中正确的是

A．若$l\parallel m$，则必有$\alpha\parallel\beta$　　B．若$l\perp m$，则必有$\alpha\perp\beta$

C．若$l\perp\beta$，则必有$\alpha\perp\beta$　　D．若$\alpha\parallel\beta$，则必有$l\parallel\beta$

10．下列说法中正确的是

A．"$a>b$"是"$ac^2>bc^2$"的充分不必要条件

B．在$\triangle ABC$中，"$\sin A>\sin B$"，是"$A>B$"的充要条件

C．"a,G,b成等比数列"是"$G^2=ab$"的充要条件

D．"$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$"是"存在一个实数$\lambda$，使得$\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$"的必要不充分条件

11．已知函数$f(x)=\sin x\cos 2x$，下列结论中错误的是

A．$f(x)$的最小正周期为π　　B．$f(x)$的图像关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称

C．$f(x)$在$\left[0,\dfrac{\pi}{6}\right]$上单调递增　　D．$f(x)$的最大值为$\dfrac{\sqrt{6}}{9}$

12．已知函数$f(x)=\mathrm{e}^x$，$g(x)=\ln\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{2}$下列说法正确的是

A．对于$\forall m\in\mathbf{R}$，$h(x)=f(x)-g(x)+m$都存在零点

B．若$\forall x>1$，$f(ax)-ax\geq x-g(2x)+\dfrac{1}{2}$恒成立，则正实数$a$的最小值为$\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

C．若$f(x)$，$g(x)$图像与直线$y=m$分别交于A，B两点，则$|AB|$的最小值为$2+\ln 2$

D．存在直线$y=m$与$f(x)$，$g(x)$的图像分别交于A，B两点，使得$f(x)$在A处的切线与$g(x)$在B处的切线平行

官方微信公众号：zizzsw　　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　　微信客服：zizzs2018

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．第16题第一空2分，第二空3分．

13．已知$x>0$，$y>0$且$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=1$，则$x+y$的最小值为________

14．曲线$f(x)=e^{1-x}$在点$(0,f(0))$处的切线方程为________

15．已知A，B，C是半径为2的球O的球面上的三个点，$AB=2$，$AC=1$，$BC=\sqrt{3}$，P为该球面上的动点，则三棱锥$P-ABC$体积的最大值为________

16．已知数列$\{a_n\}$为1，2，4，5，10，11，22，23，…，则它的第9项为________；写出数列$\{a_n\}$的通项公式________

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10分）

已知函数$f(x)=(\sin x+\cos x)^2+2\cos^2 x$．

（1）求$f(x)$的单调递增区间；

（2）求$f(x)$的最大值及相应x的集合．

18．（12分）

已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+1$．

（1）证明$\{a_n+1\}$是等比数列，并求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\{a_n\}$落入区间$(10,2021)$的所有项的和．

19．（12分）

已知函数$f(x)=a\ln x+\frac{1}{x}(a>0)$．

（1）求函数$f(x)$的极值；

（2）是否存在实数a，使得函数$f(x)$在区间$[1,\ e]$上的最小值为$\frac{2}{e}$？若存在，求出a的值；若不存在，请说明理由．

20．（12分）

已知$\{a_n\}$为等比数列，$a_1+a_2=4$，记数列$\{b_n\}$满足$b_n=\log_3 a_{n+1}$，且$b_{n+1}-b_n=1$

（1）求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

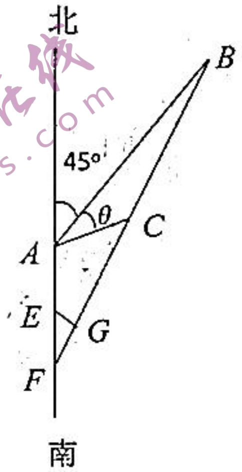
（2）对任意的正整数n，设$c_n=\begin{cases}\dfrac{(2-8b_n)a_n}{b_nb_{n+2}}, & n\text{为奇数}\\ a_nb_n, & n\text{为偶数}\end{cases}$，求$\{c_n\}$的前$2n$项的和$S_{2n}$．

21．（12 分）

如图，有一位于 A 处的台风预测站，某时刻发现其北偏东 45° 且与 A 相距 $15\sqrt{2}$ 海里的 B 处有一台风中心正以匀速直线移动，20 分钟后又测得该台风中心位于预测站 A 北偏东 $45^\circ+\theta$，且与预测站 A 相距 $6\sqrt{5}$ 海里的 C 处．已知 $\tan\theta=\frac{1}{3}$，θ 为锐角．

（1）求该台风中心移动的速度 v（海里/小时）；

（2）在离预测站 A 的正南方有半径为 5 海里的圆形小岛，其中心 E 距离 A 处 20 海里，如果台风中心移动速度和方向均不改变，则该小岛是否会受台风影响？若小岛受影响，则受影响时间是否超过 15 分钟？请说明理由。



22．（12 分）

已知函数 $f(x)=x\cos x-\frac{3}{2}$，$g(x)=2\sin x-ax-\frac{3}{2}$

（1）讨论 $f(x)$ 在 $(-\pi,\ 0)$ 内的零点个数

（2）若存在 $x\in(0,\ \pi)$，使得 $g(x)\geq f(x)$ 成立，证明：$a<\frac{\pi}{2}$