黄山市2023届高中毕业班第二次质量检测

数学试题

（考试时间：120 分钟　　满分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上.
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 写在试卷上无效.
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带. 不按以上要求作答的答案无效.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in N\mid x<3\}$，$B=\{x|(\frac{1}{2})^x<2\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid -1<x<3\}$　　B. $\{x\mid x<-1\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 复数 z 满足方程 $z(i-1)=4$，则 $|z|=$

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. 8

3. “$a=4$”是“直线 $ax+y+a=0$ 和直线 $4x+(a-3)y+a+5=0$ 平行”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 《莱茵德纸草书》（*Rhind Papyrus*）是世界上最古老的数学著作之一. 书中有这样一道题目：把93个面包分给5个人，使每个人所得面包个数成等比数列，且使较小的两份面包个数之和等于中间一份面包个数的四分之三，则中间一份面包的个数为

A. 8　　B. 12　　C. 16　　D. 20

5. 先后掷两次骰子(骰子的六个面上分别标有1,2,3,4,5,6个点)，落在水平桌面后，记正面朝上的点数分别为 x,y，设事件 $A=$“$x+y$ 为奇数”，事件 $B=$“x,y 满足 $x+y<6$”，则概率 $P(B|A)=$

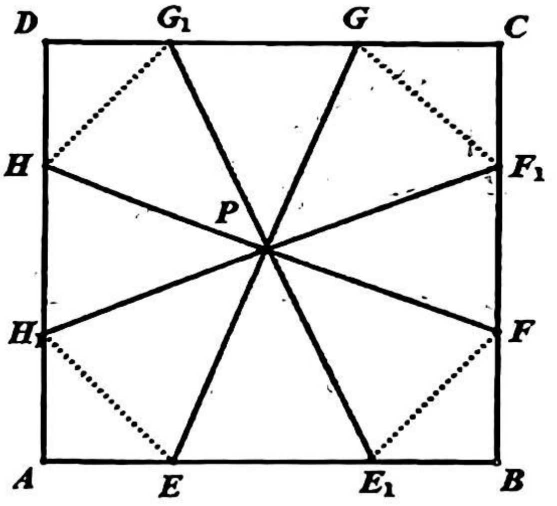
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

6. 已知函数 $f(x)=\lg(|x|-1)+2023^x+2023^{-x}$，则使不等式 $f(3x)<f(x+1)$ 成立的 x 的取值范围是

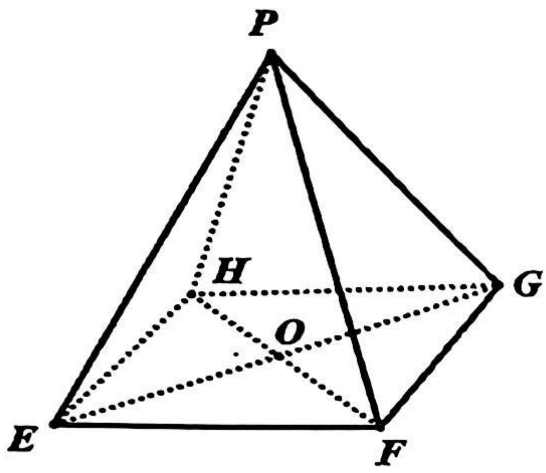
A. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　B. $\left(-\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{3},-\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$

7. 如图 1，将一块边长为 20 的正方形纸片 $ABCD$ 剪去四个全等的等腰三角形 ΔPEE_1，ΔPFF_1，ΔPGG_1，ΔPHH_1，再将剩下的部分沿虚线折成一个正四棱锥 $P-EFGH$，使 E 与 E_1 重合，F 与 F_1 重合，G 与 G_1 重合，H 与 H_1 重合，点 A,B,C,D 重合于点 O，如图 2. 则正四棱锥 $P-EFGH$ 体积的最大值为

A. $\dfrac{32\sqrt{10}}{3}$　　B. $\dfrac{64\sqrt{10}}{3}$　　C. $\dfrac{128\sqrt{10}}{3}$　　D. $\dfrac{256\sqrt{10}}{3}$



第 7 题 图 1



第 7 题 图 2

8. 已知 a,b,c 满足 $a=\sin\dfrac{1}{3}$，$b=e^{-\frac{1}{3}}$，$c=\log_3 e$，则（　　）

A. $a<b<c$　　B. $c<a<b$　　C. $b<c<a$　　D. $a<c<b$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

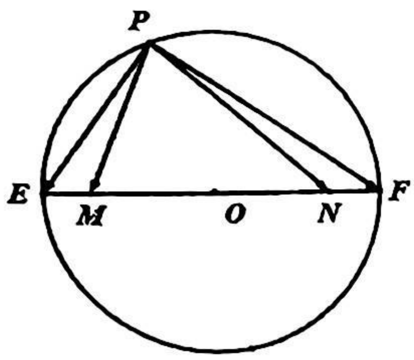
9. 如图，EF 为圆 O 的一条直径，点 P 是圆周上的动点，M，N 是直径 EF 上关于圆心 O 对称的两点，且 $EF=8,MN=6$，则

A. $\overrightarrow{PM}=\dfrac{1}{8}\overrightarrow{PE}+\dfrac{7}{8}\overrightarrow{PF}$

B. $\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{PF}=\overrightarrow{PM}+\overrightarrow{PN}$

C. $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}>\overrightarrow{PE}\cdot\overrightarrow{PF}$

D. $|\overrightarrow{PF}-\overrightarrow{PE}|>|\overrightarrow{PN}-\overrightarrow{PM}|$



第 9 题图

10. 若 $\dfrac{\sin\theta\cdot\cos 2\theta}{\sin\theta+\cos\theta}=-\dfrac{3}{5}$，则 $\tan(\dfrac{k\pi}{2}+\theta)$ $(k\in Z)$ 的值可能是

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. 2　　D. 3

11. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$，F_1，F_2分别为椭圆的左，右焦点，A，B分别是椭圆的左，右顶点，点P是椭圆上的一个动点，则下列选项正确的是

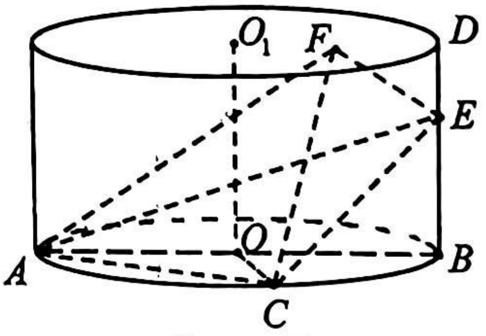
A. 存在点P，使得$\cos\angle F_1PF_2=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

B. 若ΔPF_1F_2为直角三角形，则这样的点P有4个

C. 直线PA与直线PB的斜率乘积为定值$-\dfrac{1}{3}$

D. 椭圆C内接矩形的周长取值范围是$(4，8]$

12. 如图，圆柱OO_1的底面半径和母线长均为3，AB是底面直径，点C在圆O上且$OC\perp AB$，点E在母线BD上，$BE=2$，点F是上底面的一个动点，则



第12题图

A. 存在唯一的点F，使得$AF+FE=2\sqrt{13}$

B. 若$AE\perp CF$，则点F的轨迹长为4

C. 若$AF\perp FE$，则四面体$ACEF$的外接球的表面积为40π

D. 若$AF\perp FE$，则点F的轨迹长为$2\sqrt{6}\pi$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $(3x-y+2z)^5$的展开式中所有不含字母z的项的系数之和为__________.

14. 如图给出的三角形数阵，图中虚线上的数1，3，6，10，…依次构成数列$\{a_n\}$，则$\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_{10}}=$__________.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
…… ……

第14题图

15. 设双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，其右焦点为$F$，过$F$作双曲线一条渐近线的垂线，垂足为点$H$，且与另一条渐近线交于点$Q$，若$\overrightarrow{FH}=\overrightarrow{HQ}$，则双曲线的离心率为________.

16. 黎曼函数是一个特殊的函数，由德国数学家波恩哈德·黎曼发现并提出，在高等数学中有着广泛的应用、黎曼函数定义在$[0,1]$上，其解析式如下：

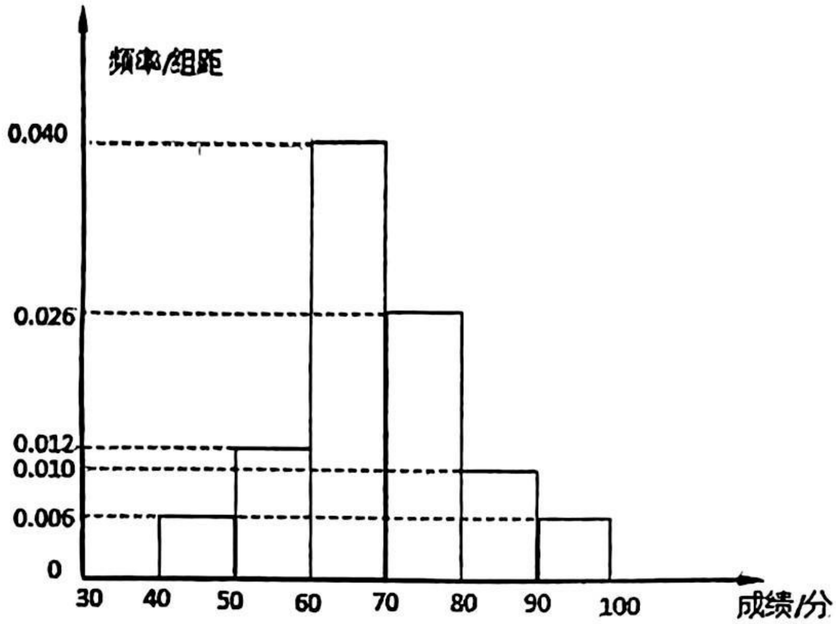
$$R(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{p},\ x=\dfrac{q}{p}\left(p,q\text{互质},p>q\right)\\ 0,\ x=0\text{、}1\text{或}[0,1]\text{上的无理数}\end{cases}，$$

定义在实数集上的函数$f(x)$，$g(x)$满足$f(-x)=5-g(2+x)$，$g(x)=9+f(x-4)$，且函数$g(x)$的图象关于直线$x=2$对称，$g(2)=2$，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=R(x)$，则$f(2022)+f\left(-\dfrac{2023}{6}\right)=$____________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分 10 分）

为了深入学习领会党的二十大精神，某高级中学全体学生参加了《二十大知识竞赛》．试卷满分为100分，所有学生成绩均在区间[40,100]分内．已知该校高一、高二、高三年级的学生人数分别为800、1000、1200、现用分层抽样的方法抽取了300名学生的答题成绩，绘制了如下样本频率分布直方图．



（1）根据样本频率分布直方图估计该校全体学生成绩的众数、平均数、第71百分位数；

（2）已知所抽取各年级答题成绩的平均数、方差的数据如下表，且根据频率分布直方图估计出总成绩的方差为140，求高三年级学生成绩的平均数 $\overline{x_3}$ 和高二年级学生成绩的方差 s_2^2．

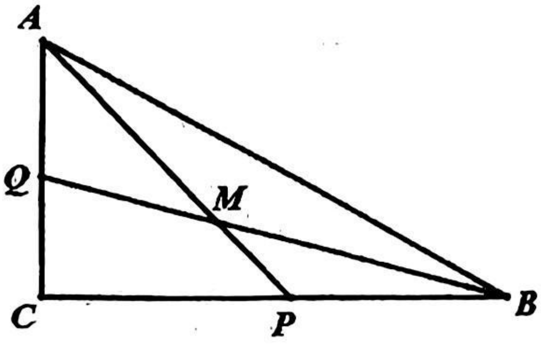
年级	样本平均数	样本方差
高一	60	75
高二	63	s_2^2
高三	$\overline{x_3}$	55

18.（本小题满分 12 分）

ΔABC 的三内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且满足 $b^2+c^2-a^2=\frac{2\sqrt{3}}{3}ab\sin C$. 点 P 为边 BC 上动点，点 Q 为边 AC 中点，记 AP 交 BQ 于点 M，若已知 $b=3,c=6$.

（1）当 $PC=PB$ 时，求 $\cos\angle AMB$.

（2）当 PC 长为何值时，从点 P 处看线段 AQ 的视角（即 $\angle APQ$）最大？



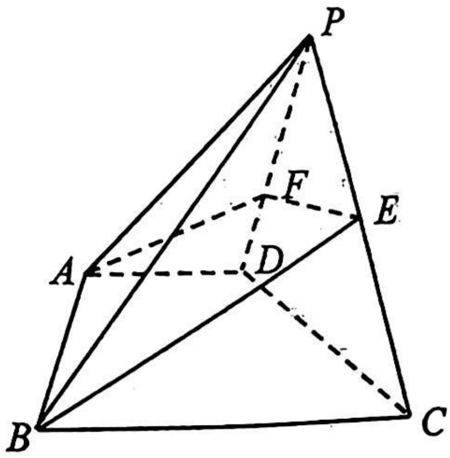
第 18 题图

19.（本小题满分 12 分）

如图四棱锥 $P-ABCD$，$\angle ABC=90°$，$AD\parallel BC$，且 $AD=AB=\frac{1}{2}BC=2$，平面 $PCD\perp$ 平面 $ABCD$，且 ΔPDC 是以 $\angle DPC$ 为直角的等腰直角三角形，其中 E 为棱 PC 的中点，点 F 在棱 PD 上，且 $PF=2FD$.

（1）求证：A, B, E, F 四点共面；

（2）求平面 PAB 与平面 PBC 夹角的余弦值.



第 19 题图

20.（本小题满分 12 分）

数学的发展推动着科技的进步，正是基于线性代数、群论等数学知识的极化码原理的应用，华为的 5G 技术领先世界. 目前某区域市场中 5G 智能终端产品的制造由 A 公司及 B 公司提供技术支持. 据市场调研预测，5G 商用初期，该区域市场中采用 A 公司与 B 公司技术的智能终端产品分别占比 $a_0=55\%$ 及 $b_0=45\%$. 假设两家公司的技术更新周期一致，且随着技术优势的体现每次技术更新后，上一周期采用 B 公司技术的产品中有 20% 转而采用 A 公司技术，采用 A 公司技术的仅有 5% 转而采用 B 公司技术. 设第 n 次技术更新后，该区域市场中采用 A 公司与 B 公司技术的智能终端产品占比分别为 a_n 及 b_n.（不考虑其它因素的影响.）

（1）用 b_n 表示 b_{n+1}，并求实数 λ，使数列 $\{b_n-\lambda\}$ 是等比数列；

（2）经过若干次技术更新后，该区域市场采用 A 公司技术的智能终端产品占比能否达到 75% 以上？若能，至少需要经过几次技术更新？若不能，说明理由.

（参考数据：$\lg 2\approx 0.301,\lg 3\approx 0.477$）

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^2-a\ln(1-x),a\in R$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$，求证：$2f(x_1)-ax_2>\left(2\ln 2-\dfrac{3}{2}\right)a$.

22.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C: $y^2=2px\,(p>0)$，若圆 E: $(x-1)^2+y^2=16$ 与抛物线 C 交于 A，B 两点，且 $|AB|=4\sqrt{3}$.

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）若点 P 为圆 E 上任意一点，且过点 P 可以作抛物线 C 的两条切线 PM,PN，切点分别为 M,N. 求证：$|MF|\cdot|NF|$ 恒为定值.