

线 封 密

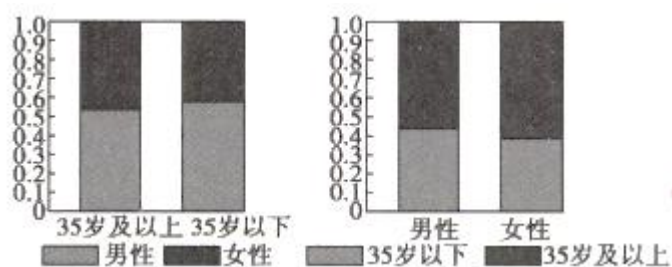
太原五中 2022—2023 学年度第二学期月考 高二 数 学

命题、校对：李廷秀、符权有 时间：2023.05.11

一、选择题（共 12 题，其中 1-8 小题为单选题，每小题 3 分，共 24 分；9-12 小题为多选题，每小题 4 分，共 16 分，全部选对得 4 分，部分选对得 2 分，错选得 0 分）

1. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $N = \{x \in \mathbf{N} | |x| \leq 3\}$, $P = M \cap N$, 则 P 中所有元素的和为()
A.2 B.3 C.5 D.6
2. 函数 $f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{1-x}} + \lg(3x+1)$ 的定义域是()
A. $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{3}, 1)$ C. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ D. $(-\infty, -\frac{1}{3})$
3. 若 $x^2 - x - 2 < 0$ 是 $-2 < x < a$ 的充分不必要条件, 则实数 a 的值可以是()
A.-1 B.0 C.1 D.2
4. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a, b \in \mathbf{R}$) 的值域为 $[0, +\infty)$, 若关于 x 的不等式 $f(x) < c$ 的解集为 $(m, m+6)$, 则实数 c 的值为()
A. 9 B. 8 C. 0 D. 6
5. 已知关于 x 的不等式 $mx^2 - 6x + 3m < 0$ 在 $(0, 2]$ 上有解, 则实数 m 的取值范围()
A. $(\sqrt{3}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{12}{7})$ C. $(-\infty, \sqrt{3})$ D. $(\frac{12}{7}, +\infty)$
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \leq 0 \\ -x^2 - 2x + 1, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(a-1) \geq f(-a)$, 则实数 a 的取值范围是()
A. $(-\infty, \frac{1}{2}]$ B. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $(0, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

7. 已知函数 $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$, $g(x) = 2x + a$, 若存在 $x_1, x_2 \in [\frac{1}{2}, 2]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是()
A. $(-\infty, -5) \cup (0, +\infty)$ B. $[0, 5]$ C. $(-5, 0)$ D. $[-5, 0]$
8. 已知函数 $f(x) = |2x^2 - ax - 1| + ax$, 若 $f(x) \geq -\frac{1}{2}$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为()
A. $[-1, 1]$ B. $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ C. $[-\sqrt{2}, 1] \cup [1, -\sqrt{2}]$ D. $(-\infty, 0] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$
9. (多选) 某产品的质量指标值服从正态分布 $(50, \sigma^2)$, 则下列结论正确的是()
A. σ 越大, 则产品的质量指标值落在 $(49.9, 50.1)$ 内的概率越大
B. 该产品的质量指标值大于 50 的概率为 0.5
C. 该产品的质量指标值大于 50.01 的概率与小于 49.99 的概率相等
D. 该产品的质量指标值落在 $(49.9, 50.2)$ 内的概率与落在 $(50, 50.3)$ 内的概率相等
10. (多选) 下列命题中是真命题的是()
A. $x > 1$ 是 $x^2 > 1$ 的充分不必要条件
B. 命题 $\forall x > 0$, 都有 $\sin x \leq 1$ 的否定是 $\exists x > 0$, 使得 $\sin x > 1$
C. 数据 x_1, x_2, \dots, x_8 的平均数为 6, 则数据 $2x_1 - 5, 2x_2 - 5, \dots, 2x_8 - 5$ 的平均数是 6
D. 当 $a = -3$ 时, 方程组 $\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ a^2x - 6y = a \end{cases}$ 有无穷多解
11. (多选) 2020 年 12 月 26 日太原地铁 2 号线开通, 在一定程度上缓解了市内交通的拥堵状况. 为了了解市民对地铁 2 号线开通的关注情况, 某调查机构在地铁开通后两天抽取了部分乘坐地铁的市民作为样本, 分析其年龄和性别结构. 并制作出如下等高堆积条形图:



根据图中信息, 下列结论正确的是()

- A. 样本中男性比女性更关注地铁 2 号线开通
- B. 样本中多数女性是 35 岁及以上
- C. 样本中 35 岁以下的男性人数比 35 岁及以上的女性人数多
- D. 样本中 35 岁及以上的人对地铁 2 号线的开通关注度更高

12. (多选) 若 $a < b < -1, c > 0$, 则下列不等式中一定成立的是()

- A. $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$
- B. $a - \frac{1}{b} < b - \frac{1}{a}$
- C. $\ln(b-a) > 0$
- D. $\left(\frac{a}{b}\right)^c > \left(\frac{b}{a}\right)^c$

二、填空题 (共 4 题, 每题 4 分, 共 16 分)

13. 函数 $y = \sqrt{3-2x-x^2}$ 的值域为_____.

14. 若 $3f(x-1) + 2f(1-x) = 2x$, 则 $f(x) =$ _____.

15. 已知 $x > 1, y > 1, x + y = 4$, 则 $\frac{x}{x-1} + \frac{2y}{y-1}$ 的最小值为_____.

16. 设 $f(x) = x^2 + ax$, $\{x | f(x) = 0, x \in \mathbb{R}\} = \{x | f(f(x)) = 0, x \in \mathbb{R}\} \neq \emptyset$, 则满足条件的所有实数 a 的取值范围为_____.

二、解答题 (共 4 题, 共 44 分)

17. (10 分) 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $N = \{x | a+1 \leq x \leq 2a+1\}$

(1) 若 $a = 2$, 求 $M \cap (C_{\mathbb{R}} N)$;

(2) 若 $M \cup N = M$, 求实数 a 的取值范围.

18. (10 分) 已知函数 $f(x) = \frac{3x}{1+x^2}$.

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的单调性, 并用单调性的定义证明你的结论;

(2) 若 $|f(x)| \leq 3 - 2m$ 对于 $x \in [-1, 1]$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

19. (12 分) 某市对高三年级学生进行数学学能检测 (简称检测), 现随机抽取了 1600 名学生的检测结果等级 (“良好以下” 或 “良好及以上”) 进行分析, 并制成下图所示的列联表.

	良好以下	良好及以上	合计
男	800		1100
女		100	
合计	1200		1600

(1) 将列联表补充完整; 计算并判断是否有 95% 的把握认为本次检测结果等级与性别有关;

(2) 将频率视为概率, 用样本估计总体, 若从全市高三所有学生中, 采取随机抽样的方法抽取 1 名学生成绩进行具体指标分析, 连续抽取 4 次, 且每次抽取的结果相互独立, 记被抽取的 4 名学生的检测等级为 “良好及以上” 的人数为 ξ , 求 ξ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$.

线

题

答

得

不

内

线

封

密

密

附表及公式:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

其中 $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$.

20. (12分) 忽如一夜春风来, 翘首以盼的 5G 时代, 已然在全球“多点开花”, 一个万物互联的新时代, 呈现在我们的面前. 为更好的满足消费者对流量的需求, 中国电信在某地区推出六款不同价位的流量套餐, 每款套餐的月资费 x (单位: 元) 与购买人数 y (单位: 万人) 的数据如表:

套餐	A	B	C	D	E	F
月资费 x (元)	38	48	58	68	78	88
购买人数 y (万人)	16.8	18.8	20.7	22.4	24.0	25.5

对数据作初步的处理, 相关统计量的值如下表:

$\sum_{i=1}^6 v_i w_i$	$\sum_{i=1}^6 v_i$	$\sum_{i=1}^6 w_i$	$\sum_{i=1}^6 v_i^2$
75.3	24.6	18.3	101.4

其中 $v_i = \ln x_i$, $w_i = \ln y_i$ 且绘图发现, 散点 $(v_i, w_i) (1 \leq i \leq 6)$ 集中在一条直线附近.

(1) 根据所给数据, 求 y 关于 x 的回归方程;

(2) 按照某项指标测定, 当购买人数 y 与月资费 x 的比在区间 $(\frac{e}{9}, \frac{e}{7})$ 内, 该流量套餐受大众的欢迎程度更高, 被指定为“主打套餐”. 现有一家三口从这六款套餐

中, 购买不同的三款各自使用. 记三人中使用“主打套餐”的人数为 X , 求随机变量 X 的分布列和期望.

附: 对于一组数据 $(v_1, w_1), (v_2, w_2), \dots, (v_n, w_n)$, 其回归直线 $w = bv + a$ 的斜率和

截距的最小二乘估计值分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i w_i - n\bar{v}\bar{w}}{\sum_{i=1}^n v_i^2 - n\bar{v}^2}$, $\hat{a} = \bar{w} - \hat{b}\bar{v}$.