重庆市高一数学考试参考答案

1. A　由 $a=2b$，得 $\sin A=2\sin B$.

2. D　四棱锥有 8 条棱，长方体和四棱台有 12 条棱，四面体有 6 条棱.

3. C　因为 $z=\frac{1+2i}{2+i}=\frac{(1+2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$，所以 $|z|=1$.

4. C　经过圆锥侧面上一点，有且仅有一条母线.

5. D　因为 $z_1=\frac{4+3i}{i}=3-4i$，$z_2=i(2-i)=1+2i$，所以 $z_1-z_2=2-6i$.

6. B　因为 P 为 $\triangle ABC$ 的垂心，所以 $PA\perp BC$，$PB\perp AC$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$. 设 $P(x,y)$，则 $\overrightarrow{AP}=(1+x,1+y)$，$\overrightarrow{BP}=(x-1,y-3)$，$\overrightarrow{BC}=(0,-6)$，$\overrightarrow{AC}=(2,-2)$，

联立 $\begin{cases}0-6(1+y)=0,\\2(x-1)-2(y-3)=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-3,\\y=-1,\end{cases}$ 故 $P(-3,-1)$.

7. C　$\because 6(a+b)=7(a\cos B+b\cos A)$，$\therefore 6(\sin A+\sin B)=7(\sin A\cos B+\sin B\cos A)$，即 $6(\sin A+\sin B)=7\sin(A+B)=7\sin C$，$\therefore 6(a+b)=7c$. $\because c=2a$，$\therefore b=\frac{4a}{3}$，故 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{11}{24}$.

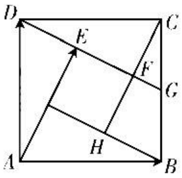
8. D　由图形可得该多面体的棱长为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$，则 6 个正方形的面积之和为 $6\times\frac{\sqrt{2}}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{3}{4}$，8 个等边三角形的面积之和为 $8\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\frac{\sqrt{2}}{4})^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$，所以该石凳的表面积为 $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ m^2.

9. AB　$AB\cdot\sin A=\frac{\sqrt{17}}{2}$，当 $\frac{\sqrt{17}}{2}<BC<\sqrt{17}$ 时，该三角形有两解，故选 AB.

10. AC　设复数 $z=a+bi$，$a,b\in\mathbf{R}$，由 $z-8=4i-|z|$，得 $a+bi-8=4i-\sqrt{a^2+b^2}$，所以 $\begin{cases}b=4,\\a-8=-\sqrt{a^2+b^2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=4,\\a=3,\end{cases}$ 所以 $z=3+4i$，则 $\bar{z}=3-4i$，$|z|=5$，$z^2=-7+24i$.

11. ABD　该圆锥的母线长为 $\sqrt{3^2+4^2}=5$，A 正确；该圆锥的体积为 $\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi$，B 正确；该圆锥的表面积为 $\pi\times3\times(3+5)=24\pi$，C 错误；当 $OB\perp AC$ 时，$\triangle ABC$ 的面积最大，此时 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times6\times3=9$，三棱锥 $S-ABC$ 体积的最大值为 $\frac{1}{3}\times9\times4=12$，D 正确.

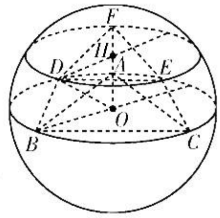
12. ABC　由题意可得，$AE=2$，大正方形的边长为 $\sqrt{5}$，所以 $\cos\angle EAD=\frac{AE}{AD}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，A 正确；$|\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}|=\sqrt{(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE})^2}=\sqrt{\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{AE}^2+2\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}}=\sqrt{17}$，B 正确；延长 EF 交 BC 于点 G，则 $FG/\!/HB$，F 为 CH 的中点，可得 G 为 BC 的中点，$FG=\frac{1}{2}HB=\frac{1}{2}DE$，所以 $DE=\frac{2}{5}DG$，$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}\overrightarrow{DG}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}\overrightarrow{DC}+\frac{2}{5}\overrightarrow{CG}=\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{CB}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$，C 正确；$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}\cdot(\frac{4}{5}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB})=\frac{4}{5}\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}^2=2$，D 错误.



13. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$　因为 $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，由正弦定理 $\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}$，得 $AC=\frac{3\sqrt{6}}{4}$.

14. $-1+2i$　$\because z\cdot(1+2i)=3-4i$，$\therefore z=\frac{3-4i}{1+2i}=\frac{(3-4i)(1-2i)}{5}=-1-2i$，故 $\bar{z}=-1+2i$.

15. (4,7)(答案不唯一)　坐标形如 $(x,2x-1)(x>3,x\in\mathbf{Z})$ 即可得分. 设 $C(x,y)$，则 $\overrightarrow{DC}=(x-2,y-3)$. 因为 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{DC}$ 同向，$|\overrightarrow{AB}|<|\overrightarrow{DC}|$，所以可设 $\overrightarrow{DC}=\lambda\overrightarrow{AB}$，其中 $\lambda>1$，则 $x-2=\lambda$，$y-3=2\lambda$，所以 $y=2x-1$，$x>3$，$x\in\mathbf{Z}$.



16. $38\sqrt{15}$　如图，由题意可得 $DE=4\sqrt{3}$，$BC=6\sqrt{3}$，所以 $DH=\frac{\sqrt{3}}{3}DE=4$，$BO=\frac{\sqrt{3}}{3}BC=6$，可得下底面 ABC 所在平面刚好经过球心 O，所以 $OH=\sqrt{OD^2-DH^2}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$. 又 $S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}BC^2=27\sqrt{3}$，$S_{\triangle DEF}=\frac{\sqrt{3}}{4}DE^2=12\sqrt{3}$，所以该三棱台的体积为 $\frac{1}{3}(S_{\triangle ABC}+\sqrt{S_{\triangle ABC}\cdot S_{\triangle DEF}}+S_{\triangle DEF})\cdot OH=38\sqrt{15}$.

17. 解：(1)因为 $z\in\mathbf{R}$，所以 $m^2-2m-3=0$，……………… 2分

解得 $m=-1$ 或 $m=3$，……………… 3分

又因为 $m+1\neq 0$，所以 $m=3$. ……………… 5分

(2)因为 z 在复平面内对应的点在第二象限，

所以 $\begin{cases}\frac{4}{m+1}<0,\\ m^2-2m-3>0,\end{cases}$ ……………… 8分

解得 $m<-1$，则 m 的取值范围为 $(-\infty,-1)$. ……………… 10分

18. 解：(1)因为该长方体的体积 $V=1\times1\times2=2$，……………… 2分

$V_{A-A_1B_1D_1}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times2\times1=\frac{1}{3}$，……………… 4分

所以剩余部分的体积为 $2-\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$. ……………… 6分

(2)由题可知球 O 为长方体的外接球，则球 O 的半径 $R=\frac{\sqrt{1^2+1^2+2^2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，……………… 9分

故球 O 的体积 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\sqrt{6}\pi$. ……………… 12分

19. 解：(1)$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AB}=-\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$. ……………… 2分

因为点 P 为 $\triangle ABC$ 的重心，所以 $\overrightarrow{BP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}(-\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b})=-\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$. ……………… 5分

(2)因为 $AB=3$，$AC=4$，$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$，

所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos\frac{\pi}{3}=6$. ……………… 7分

又因为 $\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$，所以 $\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})=-\frac{1}{6}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$，……………… 9分

$\overrightarrow{BP}\cdot\overrightarrow{ED}=(-\frac{2}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{3}\boldsymbol{b})\cdot(-\frac{1}{6}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b})=\frac{1}{9}\boldsymbol{a}^2+\frac{1}{6}\boldsymbol{b}^2-\frac{7}{18}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{4}{3}$. ……………… 12分

20. 解：(1)因为 $a\sin B=b(-1+\sqrt{3}\cos A)$，

所以 $\sin A\sin B=\sin B(-1+\sqrt{3}\cos A)$. ……………… 2分

因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B>0$，解得 $\sqrt{3}\cos A-\sin A=1$，……………… 4分

所以 $2\cos(\frac{\pi}{6}+A)=1$，$\frac{\pi}{6}+A=\frac{\pi}{3}$，解得 $A=\frac{\pi}{6}$. ……………… 6分

(2)因为 $S_{\triangle ABC}=2$，所以 $\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{bc}{4}=2$，所以 $bc=8$. ……………… 8分

又因为 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-8\sqrt{3}$，所以 $b^2+c^2=19$，……………… 9分

从而 $(b+c)^2=19+16=35$，所以 $b+c=\sqrt{35}$，……………… 10分

所以 $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{b+c}{bc}=\frac{\sqrt{35}}{8}$. ……………… 12分

21. 解：(1)设台风所走路径的所在直线为 PQ，如图，过点 A 作 $AH\perp PQ$，

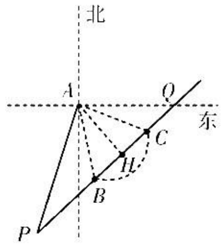
由题意易知$\angle APC=45°-15°=30°$. ……………………………………………… 1分

在$Rt\triangle APH$中,$AH=AP\cdot\sin 30°=120(km)$, ……………………………… 3分

因为$120=80\times\frac{3}{2}<80\sqrt{3}$, ……………………………………………… 4分

所以若台风移动趋势不改变,地区A将要面临由台风带来的暴雨天气. ………… 5分

(2)设以A为圆心,以$80\sqrt{3}$ km为半径的圆与PQ交于B,C两点,即地区A面临由台风带来的暴雨天气,从台风中心到点B处开始,到点C处结束, ………………… 7分



则$BC=2\sqrt{AB^2-AH^2}=AB=80\sqrt{3}(km)$. ……………………………… 8分

易知$\triangle ABC$为正三角形,所以$\angle ACP=60°$,$\angle CAP=180°-\angle APC-\angle ACP=90°$,

$\triangle APC$为直角三角形, ……………………………………………………………… 9分

所以$PC=2AC=2AB=160\sqrt{3}(km)$. ……………………………………………… 10分

因为$\frac{80\sqrt{3}}{50}\approx 2.8(h)$,$\frac{160\sqrt{3}}{50}+5\approx 10.5(h)$, ……………………………………… 11分

故地区A面临由台风带来的暴雨天气的持续时长约为2.8小时,大约晚上十点半(十点三十分)结束. …
…………………………………………………………………………………………… 12分

22.解:(1)依题意,正子体任一棱都是正方体相邻两个面中心的连线,

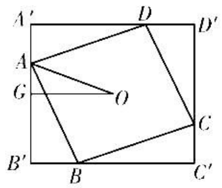
所以正子体所有棱的长均相等. ………………………………………………………… 1分

因为$AB=\sqrt{2}$,所以$S_{\triangle ABE}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}$, ………………………………… 3分

故该八面体的表面积为$\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$. ……………………………………………… 4分

(2)正子体的表面积S不是定值.

如图,设平面$ABCD$截正方体所得截面为$A'B'C'D'$,且$A'B'C'D'$的中心为O,



过点O作$OG\perp A'B'$,垂足为G.

设$AA'=x(0\leqslant x\leqslant 1)$,则$AG=1-x$. ……………………………………… 5分

$AE^2=DE^2=AO^2+OE^2=(1-x)^2+1+1=x^2-2x+3$,

$AD^2=(2-x)^2+x^2=2(x^2-2x)+4$. ……………………………………………… 7分

设AD的中点为H(图略),则$AH^2=(\frac{AD}{2})^2=\frac{1}{2}(x^2-2x)+1$,

$EH^2=AE^2-AH^2=\frac{1}{2}(x^2-2x)+2$. ……………………………………………… 9分

所以$(S_{\triangle ADE})^2=\frac{1}{4}AD^2\cdot EH^2=\frac{1}{4}[2(x^2-2x)+4][\frac{1}{2}(x^2-2x)+2]$

$=\frac{1}{4}(x^2-2x)^2+\frac{3}{2}(x^2-2x)+2$. ……………………………………………… 10分

因为$0\leqslant x\leqslant 1$,所以$-1\leqslant x^2-2x\leqslant 0$,

则$\frac{3}{4}\leqslant\frac{1}{4}(x^2-2x)^2+\frac{3}{2}(x^2-2x)+2\leqslant 2$,

故$\frac{\sqrt{3}}{2}\leqslant S_{\triangle ADE}\leqslant\sqrt{2}$, ……………………………………………… 11分

所以$4\sqrt{3}\leqslant S\leqslant 8\sqrt{2}$,

所以此正子体的表面积S的取值范围为$[4\sqrt{3},8\sqrt{2}]$. ……………………………… 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》