

高三数学考试参考答案(理科)

1. C 【解析】本题考查复数,考查运算求解能力.

$$\text{由题意可得 } z = \frac{4-3i}{3+i} = \frac{5(3-i)}{10} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i.$$

2. A 【解析】本题考查集合的运算,考查逻辑推理能力.

由题意可得 $A = \{x | x > 3\}$, $B = \{x | x \geq a \text{ 或 } x \leq a-1\}$. 因为 $A \cup B = \mathbf{R}$, 所以 $a-1 \geq 3$, 即 $a \geq 4$.

3. D 【解析】本题考查双曲线的性质,考查运算求解能力.

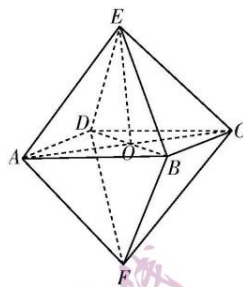
由题意可得 $\frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2} = 1 + \frac{b^2}{a^2} = (\frac{\sqrt{5}+1}{2})^2$, 解得 $b^2 = 2$, 则 $b = \sqrt{2}$, 故该黄金双曲线 C 的虚轴长为 $2b = 2\sqrt{2}$.

4. B 【解析】本题考查平面向量,考查运算求解能力.

因为 $a \perp (a-b)$, 所以 $a \cdot (a-b) = a^2 - a \cdot b = 0$, 所以 $a \cdot b = a^2$. 因为向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 所以 $a \cdot b = |a| \cdot |b| \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} |a| |b| = a^2$, 则 $|b| = 2|a|$. 因为 $a \cdot (2a-b) = |a| |2a-b| \cos \langle a, 2a-b \rangle$, 所以 $\cos \langle a, 2a-b \rangle = \frac{a \cdot (2a-b)}{|a| |2a-b|} = \frac{2a^2 - a \cdot b}{|a| \sqrt{(2a-b)^2}} = \frac{a^2}{|a| \sqrt{4a^2 - 4a \cdot b + b^2}} = \frac{a^2}{|a| |b|} = \frac{1}{2}$, 故 $\langle a, 2a-b \rangle = \frac{\pi}{3}$.

5. B 【解析】本题考查化学分子结构与正八面体的体积,考查空间想象能力与阅读理解能力.

如图,连接 $AC, BD, AC \cap BD = O$, 连接 OE . 因为 $AE = CE, BE = DE$, 所以 $OE \perp AC$, $OE \perp BD$, 所以 $OE \perp$ 平面 $ABCD$. 因为 $AB = BC = AE = 2a$, 所以 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{2}a$. 因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $AO = \frac{1}{2} AC = \sqrt{2}a$, 则 $OE = \sqrt{AE^2 - AO^2} = \sqrt{2}a$, 故该正八面体的体积为 $\frac{1}{3} \times (2a)^2 \times \sqrt{2}a \times 2 = \frac{8\sqrt{2}}{3} a^3$.



6. A 【解析】本题考查函数的奇偶性,考查化归与转化的数学思想.

由题意可得 $f(x) = \log_2 [2(x+1) + \sqrt{4(x+1)^2 + 4}] = \log_2 [(x+1) + \sqrt{(x+1)^2 + 1}] + 1$, 则 $f(x-1) - 1 = \log_2 (x + \sqrt{x^2 + 1})$, 故 $f(x-1) - 1$ 是奇函数.

7. C 【解析】本题考查二项式定理,考查逻辑推理能力与运算求解能力.

$(x^3 - \frac{2}{x})^7$ 展开式中, 通项 $T_{r+1} = C_7^r (x^3)^{7-r} (-\frac{2}{x})^r = (-2)^r C_7^r x^{21-4r}$. 令 $21-4r = -5$, 得 $r = 4$, 则 $T_5 = (-2)^4 C_7^4 x^5 = 560x^5$, 故 x^5 项的系数是 560.

8. B 【解析】本题考查统计图表,考查数据处理能力.

设 2020 年到该地旅游的游客总人数为 a , 由题意可知游客中老年人、中年人、青年人的人数分别为 $0.2a, 0.35a, 0.45a$, 其中选择自助游的老年人、中年人、青年人的人数分别为 $0.04a, 0.0875a, 0.135a$. 因为 $0.0875a > 0.135a \times \frac{1}{2} = 0.0675a$, 所以 A 错误; 2020 年到该地旅游的游客选择自助游的青年人的人数与总游客人数的比值为 $\frac{0.135a}{a} \times 100\% = 13.5\%$, 则 B 正确; 因为 $0.04a + 0.0875a = 0.1275a < 0.135a$, 所以 C 错误; 2020 年到该地旅游的旅客选择自助游的比率为 $\frac{0.04a + 0.0875a + 0.135a}{a} \times 100\% = 26.25\%$, 则 D 错误.

9. C 【解析】本题考查数列与基本不等式,考查运算求解能力.

由题意可得 $a_n = (a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1) + a_1 = \frac{(n+2)(n-1)}{2} + 1 = \frac{n^2+n}{2}$, 当 $n=1$ 时, $a_1 = 1$ 满足上式, 则 $\frac{a_n+1}{n+1} = \frac{n^2+n+2}{2(n+1)} = \frac{1}{2} [(n+1) + \frac{2}{n+1} - 1]$. 因为 $n \in \mathbf{N}_+$, 所以 $n+1 \geq 2$, 所以 $(n+1) + \frac{2}{n+1} \geq 3$, 则 $(n+1) + \frac{2}{n+1} - 1 \geq 2$, 故 $\frac{a_n+1}{n+1} \geq \frac{1}{2} \times 2 = 1$, 当且仅当 $n=1$ 时, 等号成立.

10. D 【解析】本题考查三角函数的图象与性质,考查数形结合的数学思想.

由 $f(x) = 0$, 得 $2\cos(\omega x + \frac{\pi}{3}) - 1 = 0$, 则 $\omega x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$. 当 $\omega x_1 + \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$ 时, $\omega x_2 +$

$\frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z}), \omega x_3 + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{5\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$, 则 $|x_1 - x_2| = \frac{2\pi}{3\omega}, |x_2 - x_3| = \frac{4\pi}{3\omega}$, 故 $\lambda = \frac{1}{2}$; 当 $\omega x_1 + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$ 时, $\omega x_2 + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{5\pi}{3} (k \in \mathbf{Z}), \omega x_3 + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{7\pi}{3} (k \in \mathbf{Z})$, 则 $|x_1 - x_2| = \frac{4\pi}{3\omega}, |x_2 - x_3| = \frac{2\pi}{3\omega}$, 故 $\lambda = 2$. 综上, $\lambda = \frac{1}{2}$ 或 $\lambda = 2$.

11. B 【解析】本题考查简单几何体及其外接球, 考查空间想象能力.

设三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高为 $h, AB=AC=a$. 因为 $\angle BAC=120^\circ$, 所以 $BC=\sqrt{3}a$, 则该三棱柱的侧面积为 $(2+\sqrt{3})ah=8+4\sqrt{3}$. 故 $ah=4$. 设 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 r , 则 $r = \frac{BC}{2\sin\angle BAC} = a$. 设球 O 的半径为 R , 则 $R^2 = r^2 + (\frac{h}{2})^2 = a^2 + \frac{h^2}{4} = \frac{16}{h^2} + \frac{h^2}{4} \geq 4$ (当且仅当 $h=2\sqrt{2}$ 时, 等号成立), 故球 O 的表面积为 $4\pi R^2 \geq 16\pi$.

12. A 【解析】本题考查导数与函数的单调性, 考查运算求解能力.

因为 $0.7 < 0.8$, 所以 $e^{0.7} < e^{0.8}$, 即 $a < b$. 设 $f(x) = e^x - \frac{7}{4}x - 1$. 则 $f'(x) = e^x - \frac{7}{4}$. 由 $f'(x) > 0$, 得 $x > \ln \frac{7}{4}$; 由 $f'(x) < 0$, 得 $0 < x < \ln \frac{7}{4}$. 所以 $f(x)$ 在 $(0, \ln \frac{7}{4})$ 上单调递减, 在 $(\ln \frac{7}{4}, +\infty)$ 上单调递增. 因为 $f(0) = 0, f(1) = e - \frac{11}{4} < 0$, 所以对任意的 $x \in (0, 1)$, 都有 $f(x) < 0$, 则 $f(0.8) = e^{0.8} - \frac{7}{4} \times 0.8 - 1 < 0$, 即 $e^{0.8} - 2.4 < 0$, 故 $e^{0.8} < 2.4$, 即 $b < c$. 综上, $a < b < c$.

13. $\frac{7}{4}$ 【解析】本题考查分段函数求值, 考查运算求解能力.

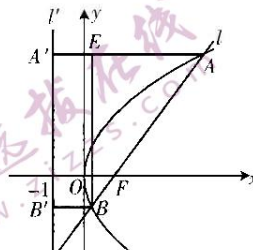
由题意可得 $f(\frac{52\pi}{3}) = \sin(\frac{52\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $f(f(\frac{52\pi}{3})) = f(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = (-\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + 1 = \frac{7}{4}$.

14. $\frac{7}{18}$ 【解析】本题考查古典概型, 考查运算求解能力.

由题意可知总的分配情况有 $C_4^3 A_3^3 = 6 \times 6 = 36$ 种, 其中满足条件的情况有 $C_2^2 C_3^3 A_3^3 + C_3^2 A_2^2 = 14$ 种, 故所求概率 $P = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$.

15. $3+2\sqrt{2}$ 【解析】本题考查抛物线的性质, 考查数形结合的数学思想与运算求解能力.

由题意可知直线 l 经过焦点 F , 设其倾斜角为 θ , 则 $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 如图, 直线 l' 是抛物线 C 的准线, 作 $AA' \perp l', BB' \perp l', BE \perp AA'$, 则 $|AA'| = |AF|, |A'E| = |BB'| = |BF|$, 故 $|AE| = |AF| - |BF|, |AB| = |AF| + |BF|$. 因为 $\cos \angle BAE = \frac{|AE|}{|AB|} = \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $\frac{|AF| - |BF|}{|AF| + |BF|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\frac{|AF|}{|BF|} = 3 + 2\sqrt{2}$.



16. ①②④ 【解析】本题考查数列, 考查逻辑推理能力.

由数列 $\{a_n\}$ 的构造过程可对数列进行分拆, 记 $b_1: 1; b_2: 1, 2; b_3: 1, 1, 3; b_4: 1, 1, 1, 4$. 从而 b_n 由 2^{n-2} 个 1 和 1 个 n 构成, 故对于数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项, 可认为由等差数列 $1, 2, \dots, n$ 与等比数列 $1, 1, 1, \dots, 1$ (共有 $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-2} = 2^{n-1} - 1$ 个 1) 构成, 故 $a_{2^n-1} = 1 + n, S_{2^n-1} = 2^n - 1 + \frac{n(n+1)}{2}$, 所以 $a_{20} = a_{2^4+4} = 5, S_{20} = 2^4 - 1 + 15 = 30$, 故①②正确. 而 $a_{1034} = a_{2^{10}+10} = 11$, 则③错误. 因为 $2^{10} + 10 = 1034 < 2021 < 2059 = 2^{11} + 11$, 所以 $S_{2021} = S_{1034} + 2021 \cdot 1034 = 2^{11} - 1 + \frac{11 \times 12}{2} + 987 = 2076$. 故④正确.

17. 解: (1) 因为 $(2b-c)\cos A - a\cos C = 0$, 所以 $2\sin B\cos A - \sin C\cos A - \cos C\sin A = 0, \dots\dots\dots 1$ 分
所以 $2\sin B\cos A - \sin(A+C) = 0$, 即 $2\sin B\cos A - \sin B = 0, \dots\dots\dots 3$ 分
因为 $0 < B < \pi$, 所以 $\sin B \neq 0$, 所以 $\cos A = \frac{1}{2}, \dots\dots\dots 4$ 分
因为 $0 < A < \pi$, 所以 $A = \frac{\pi}{3}, \dots\dots\dots 5$ 分

(2)由(1)可知 $A = \frac{\pi}{3}$, 则 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 6分

因为 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, 所以 $\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}bc = 3\sqrt{3}$, 所以 $bc = 12$ 7分

由余弦定理可得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = b^2 + c^2 - bc \geq bc = 12$, 则 $a \geq 2\sqrt{3}$ 8分

设 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为 r , 则 $2r - \frac{a}{\sin A} \geq \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} - 4$, 即 $r \geq 2$, 10分

故 $\triangle ABC$ 外接圆的面积 $S = \pi r^2 \geq 4\pi$, 当且仅当 $b = c = 2\sqrt{3}$ 时, 等号成立. 11分

即当 $b = c = 2\sqrt{3}$ 时, $\triangle ABC$ 外接圆面积的最小值为 4π 12分

评分细则:

(1)在第一问中, 也可以通过把角化为边, 得到 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$, 再由余弦定理得到 $\cos A = \frac{1}{2}$, 从而求出角 A ;

(2)在第二问中, 没有写出取等条件, 只要计算正确, 不予扣分;

(3)若用其他解法, 参照评分标准按步骤给分.

18. (1)证明: 因为 $DE \perp$ 平面 $ABCD$, $BF \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $DE \parallel BF$ 1分

因为 $DE \subset$ 平面 CDE , $BF \not\subset$ 平面 CDE , 所以 $BF \parallel$ 平面 CDE 2分

因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $AB \parallel CD$ 3分

因为 $CD \subset$ 平面 CDE , $AB \not\subset$ 平面 CDE , 所以 $AB \parallel$ 平面 CDE 4分

因为 $AB \subset$ 平面 ABF , $BF \subset$ 平面 ABF , 且 $AB \cap BF = B$, 所以平面 $ABF \parallel$ 平面 CDE 5分

(2)解: 由题意可知 DA, DC, DE 两两垂直, 则以 D 为原点, 分别以 $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}$ 的方向为 x, y, z 轴的正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$.

设 $AB = 1$, 则 $A(1, 0, 0), C(0, 1, 0), E(0, 0, 2), F(1, 1, 1)$, 从而 $\overrightarrow{EF} = (1, 1, -1), \overrightarrow{CF} = (1, 0, 1)$ 7分

设平面 CEF 的法向量为 $m = (x, y, z)$,

则 $\begin{cases} m \cdot \overrightarrow{CF} = x + z = 0, \\ m \cdot \overrightarrow{EF} = x + y - z = 0, \end{cases}$ 令 $x = 1$, 得 $m = (1, -2, -1)$ 9分

平面 ABF 的一个法向量为 $n = (1, 0, 0)$ 10分

故 $\cos \langle n, m \rangle = \frac{n \cdot m}{|n| |m|} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$, 即平面 ABF 与平面 CEF 所成锐二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$ 12分

评分细则:

(1)在第一问中, 也可以建立空间直角坐标系, 分别求出平面 ABF 和平面 CDE 的法向量, 通过证明平面 ABF 和平面 CDE 的法向量平行, 从而得到平面 $ABF \parallel$ 平面 CDE ;

(2)在第二问中, 也可以先找出平面 ABF 和平面 CEF 所成的锐二面角 θ , 再通过余弦定理求出 $\cos \theta$;

(3)若用其他解法, 参照评分标准按步骤给分.

19. 解: (1)由女志愿者考核成绩的频率分布表可知被抽取的女志愿者的人数为 $2 \div 0.05 = 40$ 1分

因为 $0.050 + 0.325 + 0.450 + m + 0.075 = 1$, 所以 $m = 0.100$ 2分

所以这次培训考核等级为优秀的女志愿者人数为 $40 \times (0.100 + 0.075) = 7$ 3分

因为被抽取的志愿者人数是 80, 所以被抽取的男志愿者人数是 $80 - 40 = 40$ 4分

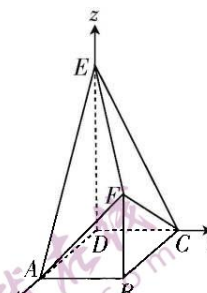
由男志愿者考核成绩频率分布直方图可知男志愿者这次培训考核等级为优秀的频率为 $(0.010 + 0.015) \times 5 = 0.125$ 5分

则这次培训考核等级为优秀的男志愿者人数为 $40 \times 0.125 = 5$ 6分

(2)由题意可知 X 的可能取值为 $0, 1, 2, 3$ 7分

$P(X=0) = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}, P(X=1) = \frac{C_5^2 C_7^1}{C_{12}^3} = \frac{70}{220} = \frac{7}{22}$, 8分

$P(X=2) = \frac{C_5^1 C_7^2}{C_{12}^3} = \frac{105}{220} = \frac{21}{44}, P(X=3) = \frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{35}{220} = \frac{7}{44}$ 9分



X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{22}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{21}{44}$	$\frac{7}{44}$

..... 10 分
故 $EX = 0 \times \frac{1}{22} + 1 \times \frac{7}{22} + 2 \times \frac{21}{44} + 3 \times \frac{7}{44} = \frac{7}{4}$ 12 分

评分细则:

- (1) 在第一问中,也可以先求出被抽取的女志愿者的人数,再求出 $a+b$ 的值,即考核等级为优秀的女志愿者的人数;
- (2) 在第二问中,没有分别求出 X 对应取值的概率,直接写出 X 的分布列,扣 1 分;
- (3) 若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

20. 解:(1) 设椭圆的半焦距为 c ,

由题意可得
$$\begin{cases} 2c=2, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1, \\ a^2 = b^2 + c^2, \end{cases}$$
 1 分

解得 $a^2=4, b^2=3$ 3 分

故椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 4 分

(2) ① 当点 P 在 x 轴上时,由对称性不妨设点 $P(-2, 0)$,此时, A, B 两点重合,

$|PF_1| = |F_2B| = 1, |PF_2| = |F_1A| = 3$, 故 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|} + \frac{|PF_2|}{|BF_2|} = \frac{10}{3}$ 6 分

② 当点 P 不在 x 轴上时,由对称性不妨设 $P(x_1, y_1) (y_1 > 0), A(x_2, y_2), B(x_3, y_3)$,

此时直线 PF_1 的方程为 $x = \frac{x_1+1}{y_1}y - 1$,

联立
$$\begin{cases} x = \frac{x_1+1}{y_1}y - 1, \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$$
 整理得 $[3(\frac{x_1+1}{y_1})^2 + 4]y^2 - \frac{6(x_1+1)}{y_1}y - 9 = 0$ 7 分

则 $y_1y_2 = \frac{9}{3(\frac{x_1+1}{y_1})^2 + 4} = \frac{-9y_1^2}{3x_1^2 + 6x_1 + 3 + 4y_1^2} = \frac{-3y_1^2}{2x_1 + 5}$, 故 $y_2 = \frac{-3y_1}{2x_1 + 5}$ 9 分

同理可得 $y_3 = \frac{-3y_1}{-2x_1 + 5}$ 10 分

故 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|} + \frac{|PF_2|}{|BF_2|} = \frac{y_1}{-y_2} + \frac{y_1}{-y_3} = \frac{2x_1 + 5}{3} + \frac{-2x_1 + 5}{3} = \frac{10}{3}$ 11 分

综上, $\frac{|PF_1|}{|AF_1|} + \frac{|PF_2|}{|BF_2|}$ 为定值,且定值为 $\frac{10}{3}$ 12 分

评分细则:

- (1) 在第一问中,可以先根据 $|F_1F_2| = 2$, 求出 c 的值,从而求出 $a^2 - b^2$ 的值,再把点 M 的坐标代入椭圆 C 的方程,从而求出 a, b 的值,最后得到椭圆 C 的标准方程;
- (2) 在第二问中,没有考虑点 P 在 x 轴上的情况,扣 2 分;
- (3) 若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

21. (1) 解: 因为 $f(x) = xe^x - 2\ln x - x^2 + x - 2$, 所以 $f'(x) = (x+1)e^x - \frac{2}{x} - 2x + 1$, 1 分

则 $f'(1) = (1+1)e - 2 - 2 + 1 = 2e - 3$ 2 分

因为 $f(1) = e - 1 + 1 - 2 - e - 2$, 3 分

所以所求切线方程为 $y - (e - 2) = (2e - 3)(x - 1)$, 即 $y = (2e - 3)x - e + 1$ 4 分

(2) 证明: 设 $g(x) = e^x - x - 1$, 则 $g'(x) = e^x - 1$ 5 分

由 $g'(x) > 0$, 得 $x > 0$; 由 $g'(x) < 0$, 得 $x < 0$.

$g(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减,在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 6分
故 $g(x) \geq g(0) = 0$, 即 $e^x \geq x + 1$, 当且仅当 $x = 0$ 时取等号. 7分
因为 $e^x \geq x + 1$, 所以 $e^{\ln x} \geq \ln x + 1$, 所以 $x \geq \ln x + 1$, 所以 $2x \geq 2\ln x + 2$ 9分
当 $x > 0$ 时, $xe^x > x^2 + x$, 10分
所以 $xe^x + 2x > x^2 + x + 2\ln x + 2$, 11分
则 $xe^x - 2\ln x - x^2 + x - 2 > 0$, 即 $f(x) > 0$ 12分

评分细则:
(1)在第一问中,所求切线方程写成 $(2e-3)x-y-e+1=0$,不予扣分;
(2)在第二问中,也可以将 $f(x) > 0$ 转化为 $\frac{e^x}{x} > \frac{2\ln x + 2 - x}{x^2} + 1$, 然后构造函数 $g(x) = \frac{e^x}{x}$ 和 $h(x) = \frac{2\ln x + 2 - x}{x^2} + 1$, 得到 $g(x)_{\min} > h(x)_{\max}$, 从而得到 $f(x) > 0$;
(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

22. 解:(1)因为 $2\rho\cos\theta - \rho\sin\theta + 5 = 0$, 所以 $2x - y + 5 = 0$,
所以直线 l 的普通方程为 $2x - y + 5 = 0$ (或 $y = 2x + 5$). 2分

因为曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + 2\cos\alpha, \\ y = 1 + 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数),
所以曲线 C 的普通方程为 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 4$ 4分

(2)由题意可知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{5}}{5}t, \\ y = 1 + \frac{2\sqrt{5}}{5}t \end{cases}$ (t 为参数). 6分

将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的方程得 $(\frac{\sqrt{5}}{5}t - 1)^2 + (\frac{2\sqrt{5}}{5}t)^2 = 4$, 即 $t^2 - \frac{2\sqrt{5}}{5}t - 3 = 0$ 8分

设 A, B 的参数分别是 t_1, t_2 , 则 $t_1 + t_2 = \frac{2\sqrt{5}}{5}, t_1 t_2 = -3$.
故 $|PA| + |PB| = |t_1| + |t_2| = |t_1 - t_2| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2} = \sqrt{\frac{4}{5} + 12} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ 10分

评分细则:
(1)在第一问中,曲线 C 的普通方程写出 $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$, 不予扣分;
(2)在第二问中,可以先通过判断,得到点 P 在曲线 C 内,从而将求 $|PA| + |PB|$ 的值转化为求弦长 $|AB|$, 然后求出曲线 C 的圆心 C 到直线 l 的距离 d , 最后由 $|AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2}$ 求出弦长 $|AB|$, 即 $|PA| + |PB|$ 的值;
(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

23. 解:(1) $f(x) \geq 2x - 1$ 等价于 $\begin{cases} x < 2, \\ -x + 2 \geq 2x - 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x \geq 2, \\ x - 2 \geq 2x - 1 \end{cases}$ 1分

解得 $x \leq 1$ 3分
故不等式 $f(x) \geq 2x - 1$ 的解集为 $(-\infty, 1]$ 4分

(2) $f(x) \leq |x+a| + 1$, 即 $|x-2| \leq |x+a| + 1$, 即 $|x-2| - |x+a| \leq 1$ 5分
因为 $|x-2| - |x+a| \leq |a+2|$, 所以 $f(x) \leq |x+a| + 1$ 等价于 $|a+2| \leq 1$, 7分
解得 $-3 \leq a \leq -1$ 9分
故 a 的取值范围为 $[-3, -1]$ 10分

评分细则:
(1)在第一问中,也可以按 $x \leq \frac{1}{2}$ 和 $x > \frac{1}{2}$ 两种情况分别求出 x 的取值范围,再求它们的并集,即不等式的解集,只要计算正确,不予扣分,最后结果没有写成集合或区间的形式,扣1分;
(2)在第二问中,最后结果没有写成集合或区间的形式,扣1分;
(3)若用其他解法,参照评分标准按步骤给分.

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线