2023届普通高等学校招生全国统一考试
青桐鸣大联考(高三)
数学(文科)

全卷满分150分,考试时间120分钟。

考生号________ 班级________ 姓名________

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、班级、考场号、座位号、考生号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 z 满足 $z(2+\mathrm{i})=3+4\mathrm{i}$,$\bar{z}$ 为 z 的共轭复数,则 $|\bar{z}-\mathrm{i}|=$ ( )

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. 5

2. 已知集合 $M=\{x\,|\,2^x>4\}$,$N=\{x\,|\,x^2-x-30\leqslant 0\}$,则 $M\cap N=$ ( )

A. $[-5,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $(2,6]$　　D. $[-5,6]$

3. 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线为 l,且点 $A(4,4)$ 在抛物线上,则点 A 到准线 l 的距离为 ( )

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

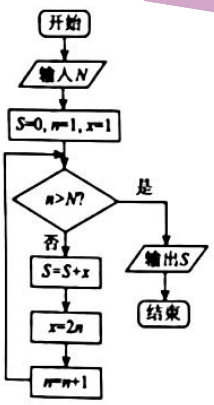
4. 在△ABC 中,$AC=2$,$AB=4$,D 为 AC 的中点,$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AC}=-2$,则 $A=$ ( )

A. 90°　　B. 60°　　C. 45°　　D. 30°

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$n\in\mathbf{N}^*$,则以下满足 $S_n<a_{n+1}$ 的数列是 ( )

A. $a_n=n$　　B. $a_n=\frac{1}{2}$　　C. $a_n=2^{n-1}$　　D. $a_n=2^{-n}$

6. 执行下面的程序框图,若输出 $S=7$,则输入的 N 的值为 ( )



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ABC=90°$，$AB=BC=2$，M 为 CC_1 的中点，$BM\perp A_1C$，则该直三棱柱的体积为 （　　）

A. $4\sqrt{2}$　　B. 4　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，$a_n>0$，$n\in N^*$，且 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\frac{1}{3}\cdot 4^n-\lambda$，则实数 $\lambda=$ （　　）

A. 3　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

9. 已知(3,4)为角 α 终边上的一点，$\tan\beta=-\frac{1}{2}$，则 $\tan(\alpha+\beta)=$ （　　）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

10. 已知 $a=\log_2 3$，$b=\log_5 3$，有以下命题：①$a+b>2ab$；②$a+b<2ab$；③$a-b<ab$；④$a-b>ab$. 其中正确命题的序号是 （　　）

A. ②③　　B. ①③　　C. ①④　　D. ②④

11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一条渐近线与圆 $M:(x-a)^2+y^2=b^2$ 交于 A，B 两点，O 为坐标原点，且 $\overrightarrow{OB}=3\overrightarrow{OA}$，则双曲线的离心率 $e=$ （　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

12. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的函数，且 $f(x)-1$ 为奇函数，$f(x+2)$ 为偶函数，当 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)=x^2+1$，若 $a=f(11)$，$b=f(\log_2 11)$，$c=f(2^{11})$，则 a，b，c 的大小关系为 （　　）

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$　　C. $a>c>b$　　D. $a>b>c$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知一组数据：1，3，4，6，7，9，其平均数为 M，方差为 s^2，则 $M+s^2=$________.

14. 已知函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0)$，周期为 T，且 $f\left(\frac{T}{2}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，则实数 $|\varphi|$ 的最小值为________.（用弧度制表示）

15. 已知四面体 $ABCD$ 的顶点都在球 O 的表面上，平面 $ABC\perp$ 平面 BCD，$BC=2$，$\triangle ABC$ 为等边三角形，且 $\angle BDC=90°$，则球 O 的表面积为________.

16. 若函数 $f(x)=e^x+x^{a+1}-ax^a\ln x-x^a(a\in R)$ 有且仅有两个零点 x_1，x_2，且 $x_2=2x_1$，则 $a=$________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$B\neq C$，$\sin B+\sin C=\cos B+\cos C$.

(1)求 A；

(2)若在 $\triangle ABC$ 内(不包括边界)有一点 M，满足 $CM=2MA=2MB$，且 $\angle AMC=90°$，求 $\tan\angle ACB$.

18.(12 分)

某公司为了让职工业余时间加强体育锻炼，修建了一个运动俱乐部，公司随机抽查了200名职工在修建运动俱乐部前后每天运动的时间，得到以下频数分布表：

表一(运动俱乐部修建前)

时间(分钟)	[0,20]	(20,40]	(40,60]	(60,80]
人数	36	58	81	25

表二(运动俱乐部修建后)

时间(分钟)	[0,20]	(20,40]	(40,60]	(60,80]
人数	18	63	83	36

(1)分别求出修建运动俱乐部前和修建运动俱乐部后职工每天运动的平均时间(同一时间段的数据取该组区间的中点值作代表)；

(2)运动俱乐部内有一套与室温调节有关的设备，内有2个完全一样的用电器A，只有这2个用电器A都正常工作时，整套设备才正常工作，且2个用电器A是否正常工作互不影响.用电器A有M,N两种品牌，M品牌的销售单价为1 000元，正常工作寿命为11个月或12个月(概率均为0.5)；N品牌的销售单价为400元，正常工作寿命为5个月或6个月(概率均为0.5).现有两种购置方案：

方案1：购置2个M品牌用电器；

方案2：购置1个M品牌用电器和2个N品牌用电器(其中1个N品牌用电器不能正常工作时则使用另一个N品牌用电器).

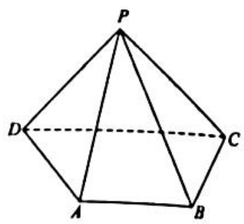
试求两种方案各自设备性价比(设备正常运行时间与购置用电器A的成本比)的分布列，并从性价比的数学期望角度考虑，选择哪种方案更实惠？

19.(12 分)

在四棱锥$P-ABCD$中，$AB//CD$，$AD=2$，$AB=\sqrt{2}$，$CD=2\sqrt{2}$，$\triangle PAD$为等边三角形，$\angle PDC=\angle ADC=45°$.

(1)证明：平面$PDC\perp$平面PBC；

(2)求点C到平面PAB的距离.



20.(12 分)

已知椭圆 $R:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为 $A(-2,0)$,$B(2,0)$,M 是椭圆 R 上异于 A,B 的一点,且直线 MA 与直线 MB 的斜率之积满足 $k_{MA}\cdot k_{MB}=-\frac{1}{4}$.

(1)求椭圆 R 的标准方程;

(2)过点(1,0)的直线交椭圆于 C,D 两点,且直线 AC,BD 交于点 Q,求点 Q 的横坐标.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x-ax^2-x-1(x\geq 0,a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $f(x)\geq 0$ 恒成立,求 a 的取值范围;

(2)$g(x)=\frac{e^x}{e}-\ln x-m$ 有两个零点 x_1,$x_2(x_1<x_2)$,证明:$x_2-x_1<\sqrt{2m-2}+1$.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4—4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系中,曲线 $C:\begin{cases}x=\frac{t+1}{t-1},\\ y=\frac{2\sqrt{t}}{t-1}\end{cases}$ (t 为参数),以直角坐标系的原点 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴,建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$.

(1)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(2)求直线 l 与曲线 C 的交点的直角坐标.

23.[选修 4—5:不等式选讲](10 分)

已知正实数 a,b,c 满足 $a^2+2b^2+3c^2=6abc$.

(1)求证:$abc\geq\frac{3}{4}$;

(2)求证:$\frac{3c}{a^2+b^2}+\frac{2b}{a^2+c^2}+\frac{a}{b^2+c^2}\leq 3$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。