绝密★启用前

24届高三年级TOP二十名校调研考试四

数 学

全卷满分150分，考试时间120分钟

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x|x^2+3x>4\}$，$N=\left\{x\left|\frac{4-x}{x+2}>0\right.\right\}$，则 $(\complement_U M)\cap N=$

A. $\{x|-4<x<-2\}$　　B. $\{x|x<-2$ 或 $x\geq 1\}$

C. $\{x|x\geq -4\}$　　D. $\{x|-2<x\leq 1\}$

2. "$\forall x\in\mathbf{R}$，关于 x 的不等式 $x^2-ax+a>0$ 恒成立"的一个必要不充分条件是

A. $a>-1$　　B. $0<a<1$　　C. $0<a<2$　　D. $0<a<4$

3. 函数 $f(x)=2^x-\frac{4}{x}$ 的零点所在区间是

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(2,3)$　　D. $(3,4)$

4. 德国数学家莱布尼茨是微积分的创立者之一，他从几何问题出发，引进微积分的概念. 在研究切线时，他对切线问题理解为"求一条切线意味着画一条直线连接曲线上距离无穷小的两个点"，这也正是导数定义的内涵之一. 已知曲线 $y=2ax-\ln x$ 在点 $(1,2a)$ 处的切线与直线 $y=\frac{1}{2}x-2$ 垂直，则常数 a 的值是

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

5. 碳-14是碳元素的一种同位素，具有放射性. 活体生物其体内的碳-14含量大致不变，当生物死亡后，其组织内的碳-14开始衰变并逐渐消失. 已知碳-14的半衰期为5730年，即生物死亡 t 年后，碳-14所剩质量 $C(t)=C_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}$，其中 C_0 为活体组织中碳-14的质量. 科学家一般利用碳-14这一特性测定生物死亡年代. 2023年科学家发现某生物遗体中碳-14含量约为原始质量的0.96倍. 依据计算结果并结合下表中我国历史朝代的时间段可推断该生物死亡的朝代为(参考数据：$\lg 3\approx 0.477$，$\lg 2=0.301$)

金	1115年—1234年
元代	1206年—1368年
明代	1368年—1644年
清代	1616年—1911年

A. 金　　B. 元　　C. 明　　D. 清

6. 已知 $a=\log_2 0.25$，$b=\tan\frac{7\pi}{6}$，$c=\cos(-2\ 024^{\circ})$，则 a,b,c 的大小关系是

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$　　C. $a>b>c$　　D. $a>c>b$

7. 已知函数 $f(x+2)$ 是定义在 R 上的奇函数，若对于任意两个实数 $x_1\neq x_2$，不等式 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0$ 恒成立，则不等式 $f(x+2\ 024)>0$ 的解集是

A. $(-2\ 022,+\infty)$　　B. $(2\ 022,+\infty)$　　C. $(-2\ 024,+\infty)$　　D. $(2\ 024,+\infty)$

8. 我国古代数学家僧一行应用"九服晷影算法"在《大衍历》中建立了影长 l 与太阳天顶距 $\theta(0^{\circ}\leqslant\theta<180^{\circ})$ 的对应数表，这是世界数学史上较早的正切函数表. 根据三角学知识可知，晷影长 l 等于表高 h 与太阳天顶距 θ 正切值的乘积，即 $l=h\tan\theta$. 对同一"表高"测量两次，第一次和第二次太阳天顶距分别为 α,β，若第一次的"晷影长"是"表高"的 2 倍，第二次的"晷影长"是"表高"的 4 倍，则 $\tan(2\alpha+2\beta)=$

A. $\frac{6}{7}$　　B. $-\frac{6}{7}$　　C. $\frac{84}{13}$　　D. $-\frac{84}{13}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列求导运算正确的是

A. $\left(x+\frac{1}{x}\right)'=1-\frac{1}{x^2}$　　B. $(e^{2x})'=e^{2x}$

C. $(\log_2 x)'=\frac{1}{x\ln 2}$　　D. $\left(\frac{\cos x}{x}\right)'=\frac{x\sin x+\cos x}{x^2}$

10. 下列说法正确的是

A. 命题 $\exists x>0, e^x<1$ 的否定为 $\forall x>0, e^x\geqslant 1$

B. 在锐角△ABC 中，恒有 $\sin A>\cos B$ 成立

C. 若 $\tan 2\theta=\frac{4}{3}$，则 $\tan\theta=-2$

D. 若 $x\geqslant\frac{1}{2}$，则 $x+\frac{1}{x}$ 的最小值为 2

11. 将函数 $f(x)=\sin\left(\frac{1}{2}x+\varphi\right)\left(0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $y=g(x)$ 的图象，若 $y=g(x)$ 为偶函数，则

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 4π

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称

D. 函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{8}\right]$ 上单调递增

12. 已知函数 $f(x)=e^{x-m}-(m-1)\cos x$，$f'(x)$为$f(x)$的导函数，则下列说法正确的是

A. 当 $m=1$ 时，函数 $f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增

B. 当 $m=2$ 时，函数 $f(x)$在$(2,+\infty)$上单调递增

C. 当 $m=2$ 时，$f'(x)$在$[2,+\infty)$上无零点

D. 当 $m=2$ 时，$f(x)$在$(0,\pi)$上无零点

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $2^a=32$，$\log_a 2\cdot\log_4 x=\frac{2}{5}a$，则 $\log_5 x+\log_x 5=$________.

14. 已知 $a>0$，$b>0$，$a+b=1$，则$\frac{3a+1}{a}+\frac{2b+4}{b}$的最小值是________.

15. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的最小正周期为 π，把它的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后得到函数 $g(x)$的图象，若 $g(x)$是奇函数，则函数 $f(x)$的解析式为________；函数 $f(x)+f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$的最大值为________.

16. 设函数 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，$f'(x)$为 $f(x)$的导函数，$f(x+1)-f(2-x)=2x-1$，则$\sum\limits_{i=1}^{89}f'\left(\frac{i}{30}\right)=$________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（本小题满分 10 分）

已知使不等式 $x^2-2mx+m+2>0$ 对于一切实数 x 恒成立的实数 m 取值的集合为 A，关于 x 的不等式 $x^2-2mx+m^2-1\leqslant 0$ 的解集为 B.

(1)求集合 A；

(2)若 $p:a\in A$，$q:a\in B$，且 p 是 q 的必要不充分条件，求实数 m 的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}+\sin x\cos x-\cos^2 x$，在$\triangle ABC$中，满足条件 $f\left(\frac{A}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

(1)求 $\sin A$；

(2)若 $a=8$，求$\triangle ABC$ 的面积的最大值.

19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{x+1}{x}$.

(1)求 $f(x)$的极值；

(2)令 $g(x)=f(x)-1$，若 $g(x)-g(a)>-\frac{1}{a}$对任意 $x>0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

已知 $f(x)$ 是指数函数，且其图象经过点 $(2,4)$，$g(x)=\dfrac{f(x)-b}{f(x)+1}$ 为奇函数.

(1)求函数 $f(x)$，$g(x)$ 的解析式；

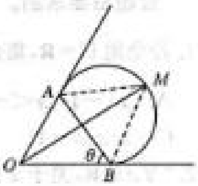
(2)函数 $h(x)$ 满足 $g(x)\cdot[h(x)+2]=2^x-2^{-x}$，若对任意 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq 0$，不等式 $h(2x)\geqslant m\cdot h(x)-18$ 恒成立，求实数 m 的最大值.

21.（本小题满分 12 分）

某公司规划修建一个含生活和娱乐功能的设施，并在设施前的小路 OA，OB 之间修建一处弓形花园（如图所示）. 已知 $\angle AOB=\dfrac{\pi}{3}$，$AB=4\sqrt{3}$，$M$ 为 $\overset{\frown}{AB}$ 上一点，$\angle MAB=\angle MBA=\dfrac{\pi}{3}$，设 $\angle OBA=\theta\left(\theta\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]\right)$.

(1)用 θ 表示 $OA+OB$，并求 $OA+OB$ 的最小值；

(2)问 θ 为何值时，点 M 与主体设施 O 之间的距离最近？



22.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+mx(m\in\mathbf{R})$.

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)若 $m=0$，对任意 $x>0$，$\dfrac{ax(e^x+1)}{x^2+1}\geqslant 2f(x)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：zizzsw。