天一大联考
“皖豫名校联盟体”2022届高中毕业班第二次考试

文科数学·答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.

1. B	2. B	3. C	4. B	5. A	6. D
7. D	8. C	9. A	10. A	11. C	12. B

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $(0,2)$　　14. 16

15. $\frac{8}{5}$　　16. $(0,1)\cup(1,5)$

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 解析 （Ⅰ）因为$S_{n+2}+S_{n+1}=2S_n+9n+6$，所以$(S_{n+2}-S_n)+(S_{n+1}-S_n)=9n+6$，…………（1分）

所以$a_{n+2}+2a_{n+1}=9n+6$，

设$\{a_n\}$的公差为d，则$3a_1+(3n+1)d=9n+6$，…………（2分）

解得$a_1=1,d=3$，…………（3分）

故$a_n=3n-2$. …………（5分）

（Ⅱ）设$\{b_n\}$的公比为q，

由$\begin{cases}b_2+b_3=2a_4,\\ b_4=4a_6,\end{cases}$得$\begin{cases}b_1q+b_1q^2=20,\\ b_1q^3=64,\end{cases}$解得$\begin{cases}b_1=1,\\ q=4\end{cases}$或$\begin{cases}b_1=-125,\\ q=-\frac{4}{5}\end{cases}$（舍去）. …………（8分）

所以由$T_4=a_k$，得$\frac{4^4-1}{4-1}=3k-2$，解得$k=29$，

所以正整数k的值为29. …………（10分）

18. 解析 （Ⅰ）由条件及正弦定理，得$\frac{bc\sin^2A}{b^2+c^2-a^2}=\frac{3}{4}$，…………（2分）

所以$\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{2}{3}\sin^2A$，

再由余弦定理得$\cos A=\frac{2}{3}\sin^2A$，即$\cos A=\frac{2}{3}(1-\cos^2A)$，…………（4分）

即$2\cos^2A+3\cos A-2=0$，解得$\cos A=\frac{1}{2}$或$\cos A=-2$（舍去）.

因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac{\pi}{3}$. …………（6分）

（Ⅱ）根据余弦定理有$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$，…………（7分）

所以$a^2=(a-2)^2+(a+1)^2-(a-2)(a+1)$，解得$a=7$. …………（9分）

所以$b=a-2=5,c=a+1=8$，…………（10分）

因此$\triangle ABC$的面积为$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times5\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$. …………（12分）

19. **解析** （Ⅰ）在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，有 $CD\perp$ 平面 AA_1D_1D.

因为 $AE\subset$ 平面 AA_1D_1D，所以 $CD\perp AE$. ……………………………………

因为 $AB=2, AA_1=\sqrt{3}$，P 是 A_1D_1 的中点，

所以 $PA=PD=\sqrt{AA_1^2+\left(\frac{1}{2}A_1D_1\right)^2}=2$，所以 $\triangle PAD$ 是等边三角形，……

因为 E 是 PD 的中点，所以 $AE\perp PD$. ……………………………………

因为 $PD\cap CD=D$，所以 $AE\perp$ 平面 PCD. ……………………………………

（Ⅱ）连接 CE.

因为 $CD\perp$ 平面 AA_1D_1D，$PD\subset$ 平面 AA_1D_1D，所以 $CD\perp PD$，

所以 $PC=\sqrt{PD^2+CD^2}=2\sqrt{2}$，…………………………………………………… （7 分）

因为 $AC=\sqrt{2}AB=2\sqrt{2}$，$PA=2$，

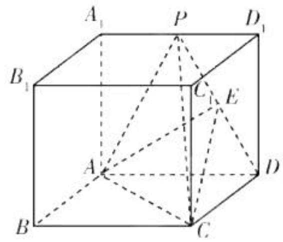
所以 $S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}PA\cdot\sqrt{AC^2-\left(\frac{1}{2}PA\right)^2}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{(2\sqrt{2})^2-\left(\frac{1}{2}\times2\right)^2}=\sqrt{7}$. …………………… （9 分）

因为 E 是 PD 的中点，

所以 $V_{E-PAC}=\frac{1}{2}V_{D-PAC}=\frac{1}{2}V_{P-ACD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AD\times CD\times AA_1=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ……………………………… （10 分）

设点 E 到平面 PAC 的距离为 d，则 $V_{E-PAC}=\frac{1}{3}S_{\triangle PAC}\cdot d=\frac{\sqrt{7}}{3}d$，

所以由 $\frac{\sqrt{7}}{3}d=\frac{\sqrt{3}}{3}$，得 $d=\frac{\sqrt{21}}{7}$. …………………………………………………………………… （12 分）



20. **解析** （Ⅰ）由 $f(x)=x+\frac{a}{e^x}$，得 $f'(x)=1-\frac{a}{e^x}=\frac{e^x-a}{e^x}$. …………………………………………… （1 分）

当 $a\leqslant0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，无极值；…………………………………………… （2 分）

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)>0$，得 $x>\ln a$，由 $f'(x)<0$，得 $x<\ln a$，

所以 $f(x)$ 在 $(\ln a,+\infty)$ 上单调递增，在 $(-\infty,\ln a)$ 上单调递减，…………………………………… （4 分）

所以当 $x=\ln a$ 时，$f(x)$ 取得极小值，即 $f(x)_{极小值}=f(\ln a)=\ln a+1$. ……………………………… （5 分）

因此，当 $a\leqslant0$ 时，$f(x)$ 没有极值；当 $a>0$ 时，$f(x)$ 的极小值为 $\ln a+1$，没有极大值. …………………… （6 分）

（Ⅱ）当 $a\leqslant0$ 时，$f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，所以 $f(x)_{min}=f(0)=a$，不满足条件；……………………… （7 分）

当 $0<a\leqslant1$ 时，有 $\ln a\leqslant0$，则 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增，

同样有 $f(x)_{min}=f(0)=a$，不满足条件；…………………………………………………………………… （8 分）

当 $1<a<e$ 时，$0<\ln a<1$，则 $f(x)_{min}=f(\ln a)=\ln a+1=\frac{4}{3}$，解得 $a=\sqrt[3]{e}\in(1,e)$；…………………… （10 分）

当 $a\geqslant e$ 时，$\ln a\geqslant1$，则 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递减，

所以$f(x)_{\min}=f(1)=1+\frac{a}{e}=\frac{4}{3}$，可得$a=\frac{e}{3}<e$，矛盾. ……………………………

综上，$a=\sqrt[3]{e}$. ……………………………………………………………………………

21. **解析** （Ⅰ）函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$.

因为$f'(1)=1$，$f(1)=0$，所以曲线$f(x)$在$x=1$处的切线方程为$y-0=x-1$，

即$y=x-1$. ……………………………………………………………………………

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，当$x\in(0,e)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，当$x\in(e,+\infty)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

所以函数$f(x)$在$x=e$时取得极大值$f(e)=\frac{1}{e}$，函数$f(x)$没有极小值，

所以函数$f(x)$的极值点只有1个. ……………………………　…… （5分）

因为$f(1)=0$，当$0<x<1$时，$f(x)<0$，当$x>1$时，$f(x)>0$，

所以$f(x)$只有一个零点. …… （7分）

（Ⅲ）$f(x)<kx-\frac{1}{x}$恒成立，即$k>\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}$恒成立. ……… …… （8分）

令$g(x)=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}$，则$g'(x)=-\frac{1+2\ln x}{x^3}$，

当$x\in\left(0,\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，当$x\in\left(\frac{1}{\sqrt{e}},+\infty\right)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减， ……… （10分）

所以$g(x)$在$x=\frac{1}{\sqrt{e}}$时取得极大值也是最大值，$g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=\frac{e}{2}$， …………………………………… （11分）

要使$k>g(x)$恒成立，则$k>\frac{e}{2}$，

即实数k的取值范围是$\left(\frac{e}{2},+\infty\right)$. …………………………………………… （12分）

22. **解析** （Ⅰ）由点$A(4,2)$为C上一点，得$\frac{16}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1$①. …………………………………… （1分）

因为$|F_1F_2|=2c$，$\triangle AF_1F_2$的面积为$4\sqrt{3}$，所以$\frac{1}{2}|F_1F_2|\cdot|y_A|=\frac{1}{2}\times2c\times2=2c=4\sqrt{3}$，

所以$c=2\sqrt{3}$，则$a^2-b^2=12$②. …………………………………………………… （3分）

由①②，联立解得$a^2=24$，$b^2=12$， ………………………………………………… （4分）

故C的标准方程为$\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{12}=1$. …………………………………………………… （5分）

（Ⅱ）由题易知直线l的斜率存在.

当直线l的斜率为0时，直线l的方程为$y=0$，此时$D(-2\sqrt{6},0)$，$E(2\sqrt{6},0)$或$D(2\sqrt{6},0)$，$E(-2\sqrt{6},0)$，

$|TD|\cdot|TE|=(5-2\sqrt{6})\times(5+2\sqrt{6})=1$. ……………………………………………… （6分）

当直线l的斜率不为0时，设l的方程为$x=my+6$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$.

由$\begin{cases}x=my+6,\\ \frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{12}=1,\end{cases}$消去$x$得$(2+m^2)y^2+12my+12=0$， …………………………… （7分）

由$\Delta=144m^2-48(2+m^2)>0$，得$m^2>1$，

且 $y_1+y_2=-\dfrac{12m}{2+m^2}$，$y_1y_2=\dfrac{12}{2+m^2}$. ……………………………………………………

当直线 AP 的斜率不存在时，可得 $P(4,-2)$，此时 $m=1$，不符合题意，同理 AQ 的斜率也存

故直线 AP 的方程为 $y-2=\dfrac{y_1-2}{x_1-4}(x-4)$，则 $D\left(\dfrac{4y_1-2x_1}{y_1-2},0\right)$，即 $D\left(\dfrac{(4-2m)y_1-12}{y_1-2},0\right)$，

同理 $E\left(\dfrac{(4-2m)y_2-12}{y_2-2},0\right)$ ……………………………………………………

则 $|TD|\cdot|TE|=\left|5-\dfrac{(4-2m)y_1-12}{y_1-2}\right|\left|5-\dfrac{(4-2m)y_2-12}{y_2-2}\right|$ …………………………………………（10 分）

$$=\left|\frac{(1+2m)^2y_1y_2+2(1+2m)(y_1+y_2)+4}{y_1y_2-2(y_1+y_2)+4}\right|$$

$$=\left|\frac{(1+2m)^2\cdot\dfrac{12}{2+m^2}-2(1+2m)\cdot\dfrac{12m}{2+m^2}+4}{\dfrac{12}{2+m^2}+2\times\dfrac{12m}{2+m^2}+4}\right|$$ …………………………………………（11 分）

$$=\left|\frac{4m^2+24m+20}{4m^2+24m+20}\right|=1,$$

故 $|TD|\cdot|TE|$ 为定值 1. ……………………………………………………………………

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜
自主选拔在线