

高三数学考试参考答案(理科)

1. C 【解析】本题考查集合的交集、补集运算,考查运算求解能力.

因为 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x | -1 < x < 4\}$, 所以 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) = \{x | -1 < x < 2\}$.

2. B 【解析】本题考查复数的四则运算,考查运算求解能力.

因为 $a=3, b=1$, 所以 $(3-i)^2 = 8-6i$.

3. D 【解析】本题考查三角恒等变形的知识,考查运算求解能力.

由 $\alpha \in (-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$, 知 $\sin \alpha < \cos \alpha$, 所以 $\sin 2\alpha - 1 = -(1 - \sin 2\alpha) = -(\cos \alpha - \sin \alpha)^2$. 又 $2\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) =$

$\sqrt{2} \sin \alpha - \sqrt{2} \cos \alpha$, 所以 $\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2}$, 即 $\sqrt{2} \cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$, 所以 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 1$.

4. C 【解析】本题考查线性规划问题,考查数形结合的数学思想以及运算求解能力.

画出可行域(图略),由图可知,直线 $z=2x-y$ 过点 $A(1,1)$ 时, z 取得最大值 1.

5. D 【解析】本题考查正弦定理和余弦定理的运用,考查运算求解能力.

由 $a \cos B + b \cos A = 4c \cos C$, 得 $\sin A \cos B + \sin B \cos A = 4 \sin C \cos C$, $\sin A \cos B + \sin B \cos A = \sin(A+B)$
 $= \sin C = 4 \sin C \cos C$, 所以 $\cos C = \frac{1}{4}$. 根据余弦定理得 $c^2 = 1 + 16 - 2 \times 1 \times 4 \times \frac{1}{4} = 15$, 所以 $c = \sqrt{15}$.

6. B 【解析】本题考查函数的图象与性质,考查数形结合的数学思想以及推理论证能力.

因为 $f(x) = \frac{2(e^x - 1)}{x(e^x + 1)}$ 是偶函数,所以排除 A, C, 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立,所以排除 D, 故选 B.

7. C 【解析】本题考查三角函数的图象变换和三角函数性质,考查运算求解能力.

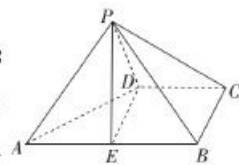
函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin x$ 的图象上所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变, 得到 $y = \sqrt{2} \sin 2x$ 的图象, 再向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到 $g(x) = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象. 由 $2x - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$, 得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$, 所以选 C.

8. C 【解析】本题考查系统抽样的知识,考查数据处理能力和应用意识.

由系统抽样的定义可知,在区间 $[201, 319]$ 内抽取的编号数构成以 205 为首项,公差为 20 的等差数列,并且项数为 6, 所以 $6 \times 205 + \frac{6 \times (6-1)}{2} \times 20 = 1530$.

9. A 【解析】本题考查三视图以及几何体的表面积,考查空间想象能力和运算求解能力.

该几何体的直观图如图所示. 易知 $PB \perp BC, PD \perp DC, PD = PA = 5, AD = 4\sqrt{2}, AB = 8, PE = 3$, 所以 $S_{\triangle PBC} = S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10, S_{\triangle PAD} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times \sqrt{17} = 2\sqrt{34}, S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12, S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 4 = 24$, 所以该几何体的表面积 $S = 56 + 2\sqrt{34}$.

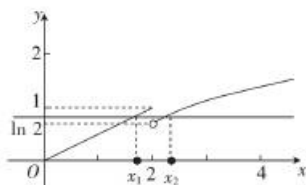


10. B 【解析】本题考查数学文化与圆的运用,考查化归与转化的数学思想.

由题意不妨设甲、乙两地坐标为 $(-2, 0), (2, 0)$, 丙地坐标为 (x, y) , 则 $\sqrt{(x+2)^2 + y^2} = \sqrt{3} \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$, 整理得 $(x-4)^2 + y^2 = 12$, 半径 $r = 2\sqrt{3}$, 所以最大面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

11. A 【解析】本题考查导数的综合应用,考查学生数形结合、转化与化归的数学思想.

作出 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & 0 \leq x \leq 2, \\ \ln x, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$ 的图象如图所示.



因为 $\frac{1}{2}x_1 = \ln x_2$, 所以 $x_1 = 2\ln x_2$, 易知 $x_2 \in (2, e]$, 则 $x_2 - x_1 = x_2 - 2\ln x_2$.

令 $g(x) = x - 2\ln x, x_2 \in (2, e]$, 则 $g'(x) = 1 - \frac{2}{x} = \frac{x-2}{x}$,

易知函数 $g(x) = x - 2\ln x$ 在 $(2, e]$ 上单调递增, 所以 $g(x)_{\max} = g(e) = e - 2$.

12. A 【解析】本题考查折叠问题以及点、线、面的位置关系, 考查空间想象能力和运算求解能力.

如图, 连接 CE 交 AD 于 F , 设 $CD = t$.

因为 $AC = BC = 2$, 则 $BD = 2 - t, C_1D = t, BE = 2\sqrt{2} - x, AC_1 = 2, C_1E = \sqrt{4 - x^2}$.

在 $\triangle BDE$ 中, $DE^2 = BD^2 + BE^2 - 2BD \cdot BE \cdot \cos B = (2-t)^2 + (2\sqrt{2}-x)^2 - 2(2-t)(2\sqrt{2}-x) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

在 $\triangle C_1DE$ 中, $C_1E^2 + DE^2 = C_1D^2$, 所以 $4 - x^2 + (2-t)^2 + (2\sqrt{2}-x)^2 - \sqrt{2}(2-t)(2\sqrt{2}-x) = t^2$, 整理得 $x = \frac{4\sqrt{2}}{t+2}$, 因为 $0 < t < 2$, 所以 $\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2}$. ①

由折叠过程知 $CE \perp AD, CF = C_1F = \frac{AC \cdot CD}{AD} = \frac{2t}{\sqrt{t^2+4}}, EF = \sqrt{C_1F^2 - C_1E^2} = \sqrt{\frac{4t^2}{t^2+4} - 4 + x^2}$, 显然,

$C_1F > EF$, 所以 $\frac{4t^2}{t^2+4} > \frac{4t^2}{t^2+4} - 4 + x^2$, 解得 $0 < x < 2$. ②

由①②知 $\sqrt{2} < x < 2$.

13. 3 【解析】本题考查平面向量坐标运算和平面向量共线的知识, 考查运算求解能力.

由已知得 $a + \lambda b = (2 - \lambda, -7 + 2\lambda)$, 又 $(a + \lambda b) \parallel c$, 所以 $(2 - \lambda) - (-7 + 2\lambda) = 0$, 解得 $\lambda = 3$.

14. 12; 10 【解析】本题考查排列组合知识的应用, 考查数据处理能力和应用意识.

若有 2 架飞往不同目的地的飞机要从以上不同跑道同时起飞, 有 $A_3^2 = 12$ 种不同的安排方法; 若西一跑道、西二跑道至少有一道被选取, 有 $A_3^1 - A_1^1 = 10$ 种不同的安排方法.

15. -8 【解析】本题考查函数的奇偶性, 考查运算求解能力.

由函数 $f(x-3)$ 为偶函数, 可得 $f(x-3) = f(-x-3)$, 所以 $f(x-6) = f(-x)$. 又 $f(x)$ 为奇函数, $f(-x) = -f(x)$, 得 $f(x-6) = -f(x)$, 从而 $f(x-12) = f(x)$, 故该函数是周期为 12 的周期函数. 又函数 $f(x)$ 为奇函数, 则 $f(0) = 0, f(12) = f(0) = 0, f(20) = f(8) = -f(2) = -8$.

16. (0, 2) 【解析】本题考查抛物线的知识, 考查化归与转化的数学思想与运算求解能力.

抛物线 C 的标准方程为 $x^2 = \frac{y}{2m}$, 焦点为 $(0, \frac{1}{8m})$, 所以 $\frac{1}{8m} = 1, m = \frac{1}{8}$, 所以 $x^2 = 4y$. 设 $M(x_1, \frac{x_1^2}{4}), N(x_2, \frac{x_2^2}{4})$, 则 $k_{PM} + k_{PN} = \frac{\frac{x_1^2}{4} + 2}{x_1} + \frac{\frac{x_2^2}{4} + 2}{x_2} = 0$, 整理得 $(x_1 + x_2)(x_1 x_2 + 8) = 0$, 所以恒有 $x_1 x_2 = -8$, 直线 MN 的方程为 $y - \frac{x_1^2}{4} = \frac{x_1 + x_2}{4}(x - x_1) = \frac{x_1 + x_2}{4}x - \frac{x_1^2}{4} + 2$, 所以过定点 $(0, 2)$.

17. 解: (1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 $2a_3 + a_1 = a_5$, 可变形为 $2a_1 q^2 + a_1 q^4 = a_1 q^4$,

化简为 $q^2 - q - 2 = 0$, 2 分

解得 $q = 2$ 或 $q = -1$ (舍去). 3 分

因为 $a_1 + a_2 = 1$, 所以 $a_1 + 2a_1 = 1$, 解得 $a_1 = \frac{1}{3}$ 5 分

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{3} \times 2^{n-1} = \frac{2^{n-1}}{3}$ 6 分

(2) 因为 $b_n = \log_2 3 + \log_2 a_n = \log_2 (3a_n) = \log_2 2^{n-1} = n - 1$, 8 分

所以 $\frac{2}{b_{n+1} b_{n+2}} = \frac{2}{n(n+1)} = 2(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})$, 10 分

所以 $S_n = 2(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = \frac{2n}{n+1}$ 12 分

18. 解: (1) 由列联表可知

$$K^2 = \frac{200 \times (70 \times 40 - 60 \times 30)^2}{130 \times 70 \times 100 \times 100} \approx 2.198. \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

因为 $2.198 < 2.706$, 所以没有 90% 的把握认为 A 市使用免费 WiFi 的情况与年龄有关. $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

(2) 由题意可知, $X \sim B(3, \frac{2}{5})$, X 的所有可能取值为 0, 1, 2, 3. $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

$$P(X=0) = C_3^0 (\frac{3}{5})^3 = \frac{27}{125}, P(X=1) = C_3^1 (\frac{2}{5}) \times (\frac{3}{5})^2 = \frac{54}{125}; \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$P(X=2) = C_3^2 (\frac{2}{5})^2 \times \frac{3}{5} = \frac{36}{125}; P(X=3) = C_3^3 (\frac{2}{5})^3 = \frac{8}{125}. \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

所以 X 的分布列为

| | | | | |
|---|------------------|------------------|------------------|-----------------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{27}{125}$ | $\frac{54}{125}$ | $\frac{36}{125}$ | $\frac{8}{125}$ |

$\dots\dots\dots 10 \text{分}$

$$E(X) = 3 \times \frac{2}{5} = \frac{6}{5}, D(X) = 3 \times \frac{2}{5} \times (1 - \frac{2}{5}) = \frac{18}{25}. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

19. (1) 证明: 连接 PF, 因为 PA=PB, F 为 AB 的中点,

所以 $PF \perp AB$. $\dots\dots\dots 1 \text{分}$

又平面 PAB \perp 平面 ABC, 平面 PAB \cap 平面 ABC = AB,

所以 $PF \perp$ 平面 ABC, 从而 $PF \perp BC$. $\dots\dots\dots 2 \text{分}$

设 BC 的中点 H, 因为 $BD = \frac{1}{4} BC$, DF 是 $\triangle ABH$ 的中位线,

所以 $DF \parallel AH$.

同理可知 $AH \perp BC$, 所以 $DF \perp BC$. $\dots\dots\dots 3 \text{分}$

所以 $BC \perp$ 平面 PDF. $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

因为 $FG \subset$ 平面 PDF, 所以 $BC \perp FG$. $\dots\dots\dots 5 \text{分}$

(2) 解: 连接 GH, 因为 FH 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 所以 $FH \parallel AC$.

因为 $AC \subset$ 平面 PAC, $FH \not\subset$ 平面 PAC, 所以 $FH \parallel$ 平面 PAC. $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

又因为 $FG \parallel$ 平面 PAC, $FG \cap FH = F$, 所以平面 FGH \parallel 平面 PAC. $\dots\dots\dots 7 \text{分}$

因为平面 PBC 分别与平面 FGH 与 PAC 相交于 GH, PC,

所以 $GH \parallel PC$, 且 $\frac{GH}{PC} = \frac{DH}{DC} = \frac{1}{3}$. $\dots\dots\dots 8 \text{分}$

易知 FH, FA, FP 两两垂直, 以 F 为坐标原点, 以 FH, FA, FP 所在直线为坐标轴建立空间直角坐标系 F-xyz, 如图所示, 则 $F(0, 0, 0), A(0, 1, 0), C(2, 1, 0), P(0, 0, 1), H(1, 0, 0), E(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

$$\vec{FG} = \vec{FH} + \vec{HG} = (1, 0, 0) + \frac{1}{3} \vec{CP} = (\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}), \vec{FE} = (1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}). \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

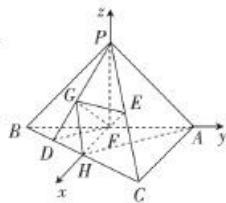
设平面 EFG 的法向量为 $\mathbf{n} = (a, b, c)$,

$$\text{由 } \begin{cases} \vec{FG} \cdot \mathbf{n} = 0, \\ \vec{FE} \cdot \mathbf{n} = 0, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} \frac{a}{3} - \frac{b}{3} + \frac{c}{3} = 0, \\ a + \frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 0, \end{cases} \text{ 取 } a=2, \text{ 得 } \mathbf{n} = (2, -1, -3). \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

又 $\vec{PA} = (0, 1, -1)$, 设 PA 与平面 EFG 所成角为 θ ,

$$\text{则 } \sin \theta = \frac{|\vec{PA} \cdot \mathbf{n}|}{|\vec{PA}| |\mathbf{n}|} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{7}}{7}. \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

20. 解: (1) 依题意, 得 $b=1$. $\dots\dots\dots 1 \text{分}$



将 $x=2-\sqrt{2}y$ 代入椭圆的方程, 得 $(a^2+2)y^2-4\sqrt{2}y+4-a^2=0$, 2分
 由 $\Delta=32-4(a^2+2)(4-a^2)=0$, 解得 $a^2=2$, 3分
 所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 4分
 (2)由(1)可得左焦点 $F(-1,0)$ 5分
 由题意设直线 l 的方程为 $x=my-1(m\neq 0)$,
 代入椭圆方程, 得 $(m^2+2)y^2-2my-1=0$ 6分
 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $y_1+y_2=\frac{2m}{m^2+2}, y_1y_2=\frac{-1}{m^2+2}$, 7分
 所以 $x_1+x_2=m(y_1+y_2)-2=\frac{-4}{m^2+2}$, AB 的中点为 $Q(\frac{-2}{m^2+2}, \frac{m}{m^2+2})$ 8分
 设点 $P(x_0, 0)$, 则 $k_{PQ}=\frac{-m}{2+(m^2+2)x_0}=-m$, 解得 $x_0=\frac{-1}{m^2+2}$, 9分
 故 $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}|PF|\cdot|y_1-y_2|=\frac{|x_0+1|}{2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{\sqrt{2}(m^2+1)\sqrt{m^2+1}}{(m^2+2)^2}$ 10分
 令 $t=\sqrt{m^2+1}(t>1)$, 且 $m^2=t^2-1$, 且 $S_{\triangle ABP}=\frac{\sqrt{2}t^3}{(t^2+1)^2}=\frac{\sqrt{2}}{t+\frac{2}{t}+\frac{1}{t^3}}$ 11分
 设 $f(t)=t+\frac{2}{t}+\frac{1}{t^3}(t>1)$, 则 $f'(t)=1-\frac{2}{t^2}-\frac{3}{t^4}=\frac{(t-\sqrt{3})(t+\sqrt{3})(t^2+1)}{t^4}$.
 易知, $f(t)$ 在 $(1, \sqrt{3})$ 上单调递减, 在 $(\sqrt{3}, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $f(t)_{\min}=f(\sqrt{3})=\frac{16\sqrt{3}}{9}$,
 所以 $S_{\triangle ABP}\leq\frac{\sqrt{2}}{\frac{16\sqrt{3}}{9}}=\frac{3\sqrt{6}}{16}$, 即 $\triangle ABP$ 的面积的最大值为 $\frac{3\sqrt{6}}{16}$ 12分

21. 解: 法一: (1) 因为 $f(x)=x-ae^x+b$, 所以 $f'(x)=1-ae^x$ 1分
 ① 当 $a\leq 0$ 时, $f'(x)=1-ae^x>0$, 此时 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是增函数. 2分
 ② 当 $a>0$ 时, 由 $f'(x)>0$, 得 $x<-\ln a$; 由 $f'(x)<0$, 得 $x>-\ln a$ 3分
 所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -\ln a)$ 上单调递增, 在 $(-\ln a, +\infty)$ 上单调递减. 4分
 (2) 由条件可得 $f(x)\geq(k-x)e^x-1$, 即 $k\leq e^{-x}[(x-1)e^x+x+b+1]$ 5分
 记 $g(x)=e^{-x}[(x-1)e^x+x+b+1]=x-1+e^{-x}(x+b+1)$,
 所以 $g'(x)=-e^{-x}(e^{-x}-x-b)=-e^{-x}f(x)$, 其中 $f(x)=-e^x+x+b$ 6分
 由(1)知 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数, 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, $f(0)=b-1$.
 ① 当 $0\leq b\leq 1$ 时, $f(0)=b-1\leq 0$, 所以 $f(x)\leq 0$, 可得 $g'(x)\geq 0$, 从而 $g(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数, 只要 $k\leq g(0)=b$, 此时存在 $b\in[0, 1], k\leq g(0)=b\leq 1$ 7分
 ② 若 $f(1)\geq 0$, 即 $f(1)=-e+1+b\geq 0, b\geq e-1$, 可得 $g'(x)\leq 0$, 从而 $g(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是减函数, 只要 $k\leq g(1)=\frac{1}{e}(2+b)$, 此时存在 $b\in[e-1, 2]$ 成立, 所以 $k\leq \frac{4}{e}$ 8分
 ③ 若 $1<b<e-1$, 因为 $f(0)\cdot f(1)=(b-1)(b+1-e)<0$, 又 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是减函数, 所以 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上有唯一的零点记为 t , 从而 $g(x)$ 在 $[0, t]$ 上是减函数, 在 $[t, 1]$ 上是增函数, 那么 $k\leq g(t)=t-1+e^{-t}(t+b+1)$, 由于 $b=e^{-t}-t, k\leq g(t)=t-1+e^{-t}(t+e^{-t}-t+1)=t+e^{-t}$ 10分
 令 $h(t)=t+e^{-t}, t\in[0, 1], h'(t)=1-e^{-t}\geq 0, k\leq 1+\frac{1}{e}$ 11分
 综上, k 的最大值为 $\frac{4}{e}$ 12分
 法二: (1) 同法一第(1)问解答.
 (2) 当 $a=1$ 时, $f(x)=x-e^x+b$, 若存在 $b\in[0, 2]$, 使得 $x-e^x+b\geq(k-x)e^x-1$ 成立, 则有 $x-e^x+2\geq$

$(k-x)e^x - 1$ 成立, 6分
 整理得 $k \leq x - 1 + \frac{x+3}{e^x}$, 即对于任意的实数 $x \in [0, 1]$, $k \leq x - 1 + \frac{x+3}{e^x}$ 恒成立. 7分
 令 $F(x) = x - 1 + \frac{x+3}{e^x}$ ($0 \leq x \leq 1$), 则 $F'(x) = \frac{e^x - (x+2)}{e^x}$, 8分
 取 $p(x) = e^x - (x+2)$, 则 $p'(x) = e^x - 1 \geq 0$, 9分
 所以 $p(x) = e^x - (x+2)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, $p(x) \leq p(1) = e - 3 < 0$, 10分
 所以 $F'(x) = \frac{e^x - (x+2)}{e^x} < 0$, $F(x) = x - 1 + \frac{x+3}{e^x}$ 在 $[0, 1]$ 上单调递减, $F(x)_{\min} = F(1) = \frac{4}{e}$, 所以 $k \leq \frac{4}{e}$,
 即 k 的最大值为 $\frac{4}{e}$ 12分

22. 解: (1) 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 6 - \frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y = \sqrt{3} + \frac{1}{2}t, \end{cases}$ 消去参数, 得 $x + \sqrt{3}y - 9 = 0$,

转化为极坐标方程为 $\rho = \frac{9}{\cos \theta + \sqrt{3} \sin \theta}$ 2分

曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2\cos \varphi, \\ y = 2\sin \varphi, \end{cases}$ 消去参数, 得 $(x-2)^2 + y^2 = 4$,

转化为极坐标方程为 $\rho = 4\cos \theta$ 4分

(2) 因为射线 $l: \theta = \alpha (\alpha \geq 0)$ 分别交 C_1, C_2 于 A, B 两点,

所以 $|OA| = \rho_A = \frac{9}{\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha}$, $|OB| = \rho_B = 4\cos \alpha$, 6分

所以 $\frac{|OB|}{|OA|} = 4\cos \alpha \cdot \frac{\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha}{9} = \frac{2}{9} [1 + 2\sin(2\alpha + \frac{\pi}{6})]$, 8分

当 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ 时, $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的最大值为 $\frac{2}{3}$ 10分

23. 解: (1) 因为 $|\frac{1}{2}x - a| \leq 1$, 所以 $-1 \leq \frac{1}{2}x - a \leq 1$, 1分

所以 $2a - 2 \leq x \leq 2a + 2$, 即 $f(x) \leq 1$ 的解集为 $\{x | 2a - 2 \leq x \leq 2a + 2\}$ 3分

又不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集为 $\{x | 2 \leq x \leq 6\}$,

所以 $\begin{cases} 2a - 2 = 2, \\ 2a + 2 = 6, \end{cases}$ 解得 $a = 2$ 5分

(2) 因为 $f(2x) + 2f(x) = |x-2| + |x-4| = \begin{cases} 6-2x, & x < 2, \\ 2, & 2 \leq x < 4, \\ 2x-6, & x \geq 4, \end{cases}$ 7分

易知 $f(2x) + 2f(x)$ 的最小值是 2. 8分

因为 $f(2x) + 2f(x) \geq m^2 - 4m - 3$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立,

所以 $m^2 - 4m - 3 \leq 2$, 即 $m^2 - 4m - 5 \leq 0$, 9分

解得 $-1 \leq m \leq 5$, 即 m 的取值范围为 $[-1, 5]$ 10分



专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

温馨提示：

全国重点中学 2020 届高三上学期期中考试试题及答案汇总 (更新下载中)，点击链接获得
<http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>