



丰台区 2017 年高三年级第二学期综合练习（一）

数 学（文科）

2017.03

（本试卷满分共 150 分，考试时间 120 分钟）

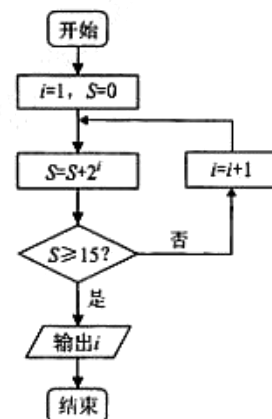
注意事项：

1. 答题前，考生务必先将答题卡上的学校、年级、班级、姓名、准考证号用黑色字迹签字笔填写清楚，并认真核对条形码上的准考证号、姓名，在答题卡的“条形码粘贴区”贴好条形码。
2. 本次考试所有答题均在答题卡上完成。选择题必须使用 2B 铅笔以正确填涂方式将各小题对应选项涂黑，如需改动，用橡皮擦除干净后再选涂其它选项。非选择题必须使用标准黑色字迹签字笔书写，要求字体工整，字迹清楚。
3. 请严格按照答题卡上题号在相应答题区内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试卷、草稿纸上答题无效。
4. 请保持答题卡卡面清洁，不要装订、不要折叠、不要破损。

第一部分 （选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

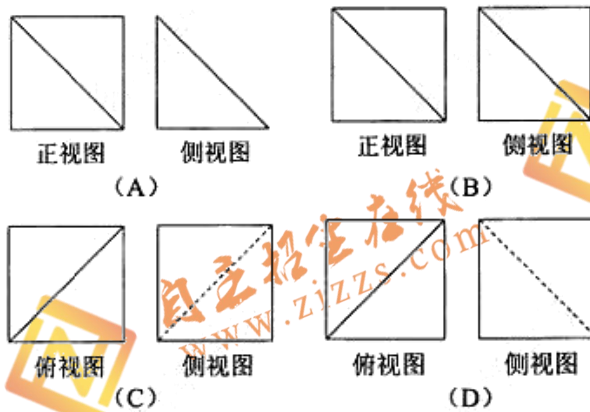
1. 如果集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x < 1\}$ ， $B = \{-1, 0, 1\}$ ，那么 $A \cap B =$
 (A) $\{-2, -1, 0, 1\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$ (C) $\{0, 1\}$ (D) $\{-1, 0\}$
2. 在平面直角坐标系 xOy 中，与原点位于直线 $3x + 2y + 5 = 0$ 同一侧的点是
 (A) $(-3, 4)$ (B) $(-3, -2)$ (C) $(-3, -4)$ (D) $(0, -3)$
3. 执行如图所示的程序框图，则输出的 i 值是
 (A) 3 (B) 4
 (C) 5 (D) 6
4. 设命题 $p: \forall x \in [0, +\infty)$ ， $e^x \geq 1$ ，则 $\neg p$ 是
 (A) $\exists x_0 \notin [0, +\infty)$ ， $e^{x_0} < 1$
 (B) $\forall x \in [0, +\infty)$ ， $e^x < 1$
 (C) $\exists x_0 \in [0, +\infty)$ ， $e^{x_0} < 1$
 (D) $\forall x \in [0, +\infty)$ ， $e^x < 1$



5. 如果 $a = 2^{12}$, $b = (\frac{1}{2})^{0.3}$, $c = 2 \log_2 \sqrt{3}$, 那么

- (A) $c > b > a$ (B) $c > a > b$
(C) $a > b > c$ (D) $a > c > b$

6. 由一个正方体截去一个三棱锥所得的几何体的直观图如图所示, 则该几何体的三视图正确的是



7. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{3})$, 点 $A(m, n)$, $B(m + \pi, n)$ ($|n| \neq 1$) 都在曲线 $y = f(x)$ 上,

且线段 AB 与曲线 $y = f(x)$ 有五个公共点, 则 ω 的值是

- (A) 4 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

8. 某校举行了以“重温时代经典, 唱响回声嘹亮”为主题的“红歌”歌咏比赛. 该校高一年级有 1, 2, 3, 4 四个班参加了比赛, 其中有两个班获奖. 比赛结果揭晓之前, 甲同学说:“两个获奖班级在 2 班、3 班、4 班中”, 乙同学说:“2 班没有获奖, 3 班获奖了”, 丙同学说:“1 班、4 班中有且只有一个班获奖”, 丁同学说:“乙说得对”. 已知这四人中有且只有两人的说法是正确的, 则这两人是

- (A) 乙, 丁 (B) 甲, 丙 (C) 甲, 丁 (D) 乙, 丙



第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

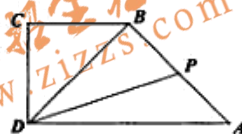
9. 在复平面内，复数 $z=1-2i$ 对应的点到原点的距离是_____。

10. 抛物线 $y^2=2x$ 的准线方程是_____。

11. 设 $a+b=M(a>0, b>0)$ ， M 为常数，且 ab 的最大值为 2，
则 M 等于_____。

12. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ，

$AD=2$ ， $BC=CD=1$ ， P 是 AB 的中点，则 $\overrightarrow{DP} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____。



13. 已知点 $A(1,0)$ ， $B(3,0)$ ，若直线 $y=kx+1$ 上存在点 P ，满足 $PA \perp PB$ ，则 k 的取值范围是_____。

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-2a)(a-x), & x \leq 1, \\ \sqrt{x+a}-1, & x > 1. \end{cases}$

(1) 若 $a=0$ ， $x \in [0,4]$ ，则 $f(x)$ 的值域是_____；

(2) 若 $f(x)$ 恰有三个零点，则实数 a 的取值范围是_____。

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (本小题共 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 对应的边长分别是 a, b, c ，且 $C = \frac{\pi}{3}$ ， $c=4$ 。

(I) 若 $\sin A = \frac{3}{4}$ ，求 a ；

(II) 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 $4\sqrt{3}$ ，求 a, b 。



16. (本小题共 13 分)

已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, $a_{11} = 8$, 设 $b_n = \log_2 a_n$, 且 $b_4 = 17$.

(I) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是以 -2 为公差的等差数列;

(II) 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_n 的最大值.

17. (本小题共 14 分)

如图 1, 平行四边形 $ABCD$ 中, $AC \perp BC$, $BC = AC = 1$, 现将 $\triangle DAC$ 沿 AC 折起, 得到三棱锥 $D-ABC$ (如图 2), 且 $DA \perp BC$, 点 E 为侧棱 DC 的中点.

(I) 求证: 平面 ABE 上平面 DBC ;

(II) 求三棱锥 $E-ABC$ 的体积;

(III) 在 $\angle ACB$ 的角平分线上是否存在点 F , 使得 $DF \parallel$ 平面 ABE ? 若存在, 求 DF 的长; 若不存在, 请说明理由.

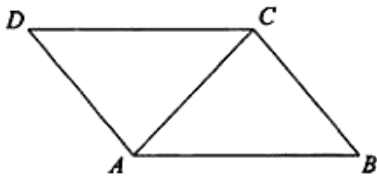


图 1

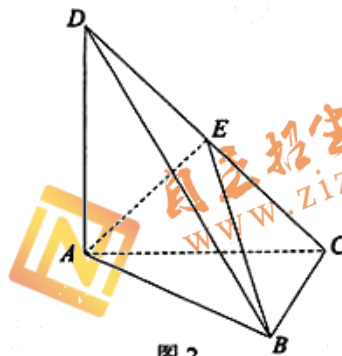
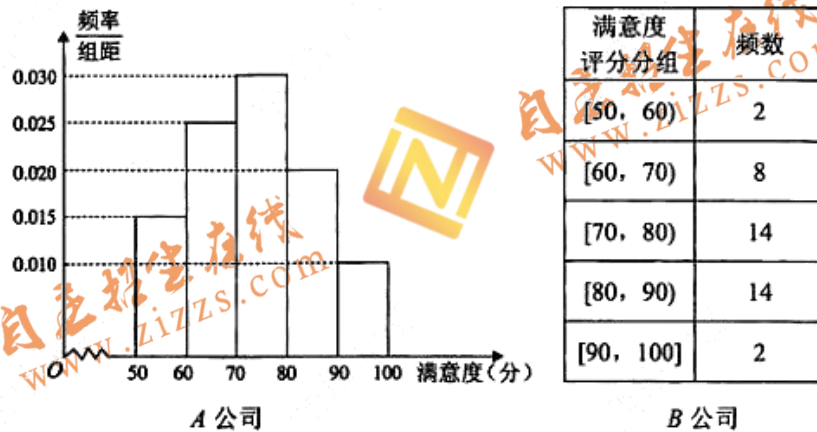


图 2



18. (本小题共 13 分)

某校学生营养餐由 A 和 B 两家配餐公司配送. 学校为了解学生对这两家配餐公司的满意度, 采用问卷的形式, 随机抽取了 40 名学生对两家公司分别评分. 根据收集的 80 份问卷的评分, 得到 A 公司满意度评分的频率分布直方图和 B 公司满意度评分的频数分布表:



- (I) 根据 A 公司的频率分布直方图, 估计该公司满意度评分的中位数;
- (II) 从满意度高于 90 分的问卷中随机抽取两份, 求这两份问卷都是给 A 公司评分的概率;
- (III) 请从统计角度, 对 A 、 B 两家公司做出评价.



19. (本小题共 14 分)

已知 $P(0,1)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上一点, 点 P 到椭圆 C 的两个焦点的距离之和为 $2\sqrt{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设 A, B 是椭圆 C 上异于点 P 的两点, 直线 PA 与直线 $x=4$ 交于点 M , 是否存在点 A , 使得 $S_{\triangle MBP} = \frac{1}{2} S_{\triangle MBM}$? 若存在, 求出点 A 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

20. (本小题共 13 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$, $A(x_1, m)$, $B(x_2, m)$ 是曲线 $y = f(x)$ 上两个不同的点.

(I) 求 $f(x)$ 的单调区间, 并写出实数 m 的取值范围;

(II) 证明: $x_1 + x_2 > 0$.

(考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效)



丰台区 2016~2017 学年度第二学期一模练习

高三数学（文科）参考答案及评分参考

2017. 03

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	A	B	C	D	D	A	B

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. $\sqrt{5}$

10. $x = -\frac{1}{2}$

11. $2\sqrt{2}$

12. -1

13. $[-\frac{4}{3}, 0]$

14. $[-1, 1]; (-\infty, 0)$

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (本小题共 13 分)

解：(I) 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$ 可知： $\frac{a}{3} = \frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$,

从而求得 $a = 2\sqrt{3}$

.....6 分

(II) 由 $\triangle ABC$ 的面积等于 $4\sqrt{3}$ ，可知 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{\sqrt{3}}{4} ab = 4\sqrt{3}$ ，

从而 $ab = 16$ ①，

由余弦定理 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 可得，

$16 = a^2 + b^2 - ab$ ②，

联立①②得 $a = b = 4$.

16. (本小题共 13 分)

解：(I) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，则

$b_{n+1} - b_n = \log_2 a_{n+1} - \log_2 a_n = \log_2 \frac{a_{n+1}}{a_n} = \log_2 q$ ，

因此数列 $\{b_n\}$ 是等差数列。

又 $b_1 = \log_2 a_1 = 3$ ， $b_4 = 17$ ，

又等差数列 $\{b_n\}$ 的公差 $d = \frac{b_4 - b_1}{3} = 4$ ，



即 $b_n = 25 - 2n$. 即数列 $\{b_n\}$ 是以 -2 为公差的等差数列.6 分

(II) 设等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则

$$S_n = \frac{(b_1 + b_n)n}{2} = \frac{(23 + 25 - 2n)n}{2}$$

$$= (24 - n)n = -(n - 12)^2 + 144.$$

于是当 $n = 12$ 时, S_n 有最大值, 最大值为 144.13 分

17. (本小题共 14 分)

解: (I) 证明: 在平行四边形 $ABCD$ 中, 有 $AD = BC = AC$, 又因为 E 为侧棱 DC 的中点,

所以 $AE \perp CD$;

又因为 $AC \perp BC$, $AD \perp BC$, 且 $AC \cap AD = A$, 所以 $BC \perp$ 平面 ACD .

又因为 $AE \subset$ 平面 ACD , 所以 $AE \perp BC$;

因为 $BC \cap CD = C$,

所以 $AE \perp$ 平面 BCD ,

又因为 $AE \subset$ 平面 ABE ,

所以平面 $ABE \perp$ 平面 BCD5 分

(II) 解: 因为 $V_{E-ABC} = V_{B-ACE}$, $BC \perp$ 平面 ACD , 所以 BC 是三棱锥的高,

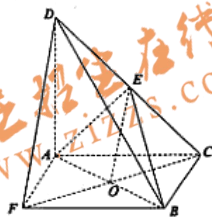
$$\text{故 } V_{B-ACE} = \frac{1}{3} \times BC \times S_{\triangle ACE},$$

$$\text{又因为 } BC=1, CD=\sqrt{2}, AE=\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 所以 } S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times AE \times \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{所以有 } V_{B-ACE} = \frac{1}{3} \times BC \times S_{\triangle ACE} = \frac{1}{12}.$$

(III) 解: 取 AB 中点 O , 连接 CO 并延长至点 F , 使 $CO = OF$, 连接 AF , DF , BF .

因为 $BC = AC$, 所以射线 CO 是角 $\angle ACB$ 的角分线.



又因为点 E 是 CD 中点, 所以 $OE \parallel DF$,

因为 $OE \subset$ 平面 ABE , $DF \not\subset$ 平面 ABE ,

所以 $DF \parallel$ 平面 ABE .

因为 AB 、 FC 互相平分,

故四边形 $ACBF$ 为平行四边形, 有 $BC \parallel AF$.



又因为 $DA \perp BC$ ，所以有 $AF \perp AD$ ，
又因为 $AF = AD = 1$ ，故 $DF = \sqrt{2}$ 。14 分

18. (本小题共 13 分)

解：(I) 设 A 公司调查的 40 份问卷的中位数为 x

$$\text{则有 } 0.015 \times 10 + 0.025 \times 10 + 0.03 \times (x - 70) = 0.5$$

$$\text{解得： } x \approx 73.3$$

所以，估计该公司满意度得分的中位数为 73.34 分

(II) 满意度高于 90 分的问卷共有 6 份，其中 4 份评价 A 公司，设为 a_1, a_2, a_3, a_4 ，2 份评价 B 公司，设为 b_1, b_2 。

从这 6 份问卷中随机取 2 份，所有可能的结果有： $(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, a_4), (a_1, b_1),$

$(a_1, b_2), (a_2, a_3), (a_2, a_4), (a_2, b_1), (a_2, b_2), (a_3, a_4), (a_3, b_1), (a_3, b_2), (a_4, b_1), (a_4, b_2),$

(b_1, b_2) ，共有 15 种。

其中 2 份问卷都评价 A 公司的有以下 6 种： $(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, a_4), (a_2, a_3), (a_2, a_4), (a_3, a_4)$ 。

$$\text{设两份问卷均是评价 A 公司为事件 } C, \text{ 则有 } P(C) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{。9 分}$$

(III) 由所给两个公司的调查满意度得分知：

A 公司得分的中位数低于 B 公司得分的中位数，A 公司得分集中在 $[70, 80)$ 这组，

而 B 公司得分集中在 $[70, 80)$ 和 $[80, 90)$ 两个组，A 公司得分的平均数低于 B 公司得分的平均数，A 公司得分比较分散，而 B 公司得分相对集中，即 A 公司得分的方差高于 B 公司得分的方差。13 分

(注：考生利用其他统计量进行分析，结论合理的同样给分。)

19. (本小题共 14 分)

解：(I) 由椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $P(0, 1)$ 可得 $b=1$ ，

又点 P 到两焦点距离和为 $2\sqrt{2}$ ，可得 $a = \sqrt{2}$ ，

$$\text{所以椭圆 } C \text{ 的方程 } \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \text{。4 分}$$

(II) 设 $A(m, n)$ ，依题意得：直线 PA 的斜率存在，

$$\text{则直线 } PA \text{ 的方程为： } y = \frac{n-1}{m}x + 1 \text{，}$$



令 $x=4$, $y = \frac{4n-4}{m} + 1$, 即 $M\left(4, \frac{4n-4}{m} + 1\right)$,

又 $S_{\triangle MBP} = \frac{1}{2}S_{\triangle MBM}$ 等价于 $\frac{|PA|}{|PM|} = \frac{1}{3}$ 且点 A 在 y 轴的右侧,

从而 $\frac{|x_A - x_P|}{|x_M - x_P|} = \frac{|m|}{4} = \frac{1}{3}$,

因为点 A 在 y 轴的右侧,

所以 $\frac{m}{4} = \frac{1}{3}$, 解得 $m = \frac{4}{3}$,

由点 A 在椭圆上, 解得: $n = \pm \frac{1}{3}$,

于是存在点 $A\left(\frac{4}{3}, \pm \frac{1}{3}\right)$, 使得 $S_{\triangle MBP} = \frac{1}{2}S_{\triangle MBM}$14分

20. (本小题共13分)

解: $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} .

(I) $f'(x) = -\frac{x}{e^x}$,

由 $f'(x) = 0$ 得, $x = 0$,

由 $f'(x) > 0$ 得, $x < 0$,

由 $f'(x) < 0$ 得, $x > 0$,

所以 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty, 0)$, 单调减区间为 $(0, +\infty)$.

m 的取值范围是 $(0, 1)$6分

(II) 由 (I) 知, $x_1 \in (-1, 0)$, 要证 $x_2 > -x_1 > 0$, 只需证 $f(x_2) < f(-x_1)$

因为 $f(x_1) = f(x_2) = m$, 所以只需证 $f(x_1) < f(-x_1)$,

只需证 $\frac{x_1+1}{e^{x_1}} < \frac{-x_1+1}{e^{-x_1}}$, 只需证 $(x_1-1)e^{2x_1} + x_1 + 1 < 0$ ($x_1 \in (-1, 0)$)

令 $h(x) = (x-1)e^{2x} + x + 1$, 则 $h'(x) = (2x-1)e^{2x} + 1$,

因为 $(h'(x))' = 4xe^{2x} < 0$,

所以 $h'(x)$ 在 $(-1, 0)$ 上单调递减, 所以 $h'(x) > h'(0) = 0$.

所以 $h(x)$ 在 $(-1, 0)$ 上单调递增, 所以 $h(x) < h(0) = 0$,

所以 $e^{2x} + \frac{x+1}{x-1} > 0$, 故 $x_1 + x_2 > 0$ 13分

(若用其他方法解题, 请酌情给分)



自主招生
ZZZS.COM



WWW.ZZZS.COM

扫描二维码，关注自主招生官方微信！

查看更多自主招生相关资讯！





自主招生在线
www.zzzs.com

咨询热线：010-5601 9830

