江西省五市九校协作体 2023届高三第一次联考

数学（理科）试卷

命题人：乐平中学 方文聪 齐清伟

考试时间：120分钟 分值:150分

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟.

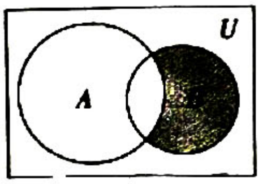
第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x\,|\,x<-1或x>4\}$，$B=\{x\,|\,-2\le x\le 3\}$，那么阴影部分表示的集合为（　）

A. $\{x\,|\,-2\le x<4\}$　　B. $\{x\,|\,x\le 3或x\ge 4\}$

C. $\{x\,|\,-2\le x\le -1\}$　　D. $\{x\,|\,-1\le x\le 3\}$



2. 已知复数z满足$|z|=1$，则$|z+2-i|$的最大值为（　）

A. $2+\sqrt{3}$　　B. $1+\sqrt{5}$　　C. $2+\sqrt{5}$　　D. 6

3. 甲、乙两人各射击一次，是否命中目标互不影响，已知甲、乙两人命中目标的概率分别为$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，则至少有一人命中目标的概率（　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{5}{6}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

4. 已知$\tan\alpha=\dfrac{2\cos\alpha}{5+\sin\alpha}$，则$\cos(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=$（　）

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $-\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

5. 当前疫情阶段，口罩成为热门商品，为了赚钱，小明决定在家制作两种口罩：$N95$口罩和$N90$口罩.已知制作一只$N95$口罩需要2张熔喷布和2张针刺棉，制作一只$N90$口罩需要3张熔喷布和1张针刺棉，现小明手上有36张熔喷布和20张针刺棉，且一只$N95$口罩有4元利润，一只$N90$口罩有3元利润，为了获得最大利润，那么小明应该制作（　）

A. 5只$N95$口罩，8只$N90$口罩　　B. 6只$N95$口罩，6只$N90$口罩

C. 7只$N95$口罩，6只$N90$口罩　　D. 6只$N95$口罩，8只$N90$口罩

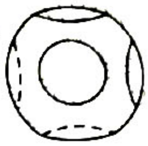
6. 古希腊亚历山大时期最后一位重要的几何学家帕普斯（Pappus，公元3世纪末）在其代表作《数学汇编》中研究了“三线轨迹”问题：即到两条已知直线距离的乘积与到第三条直线距离的平方之比等于常数的动点轨迹为圆锥曲线.今有平面内三条给定的直线l_1，l_2，l_3，且l_2，l_3均与l_1垂直.若动点M到l_2,l_3的距离的乘积与到l_1的距离的平方相等，则动点M在直线l_2,l_3之间的轨迹是（　）

A. 圆　　B. 椭圆　　C. 双曲线　　D. 抛物线

7.已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点和上顶点分别为 F,A，且焦距等于 4，AF 的延长线交椭圆于点 B，$\overrightarrow{OF}\cdot\overrightarrow{OB}=5$,则椭圆 C 的离心率为（　　）

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

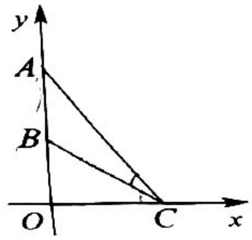
8. 某同学在参加《通用技术》实践课时，制作了一个工艺品，如图所示，该工艺品可以看成是一个球被一个棱长为 4 的正方体的六个面所截后剩余的部分（球心与正方体的中心重合），若其中一个截面圆的周长为 2π，则该球的表面积为（　　）



A. 20π　　B. 16π　　C. 12π　　D. 8π

9. 八一起义纪念碑(如图甲所示)是江西省南昌市的标志性建筑它坐落于南昌市中心的八一广场.纪念碑的碑身为长方体，正北面是叶剑英元帅题写的“八一南昌起义纪念塔”九个铜胎鎏金大字.建军节那天，李华同学去八一广场瞻仰纪念碑，把地面抽象为平面、碑身抽象为线段 AB，李华同学抽象为点 C，则李华同学站在广场上瞻仰纪念碑的情景可简化为如图乙所示的数学模型，设 A、B 两点的坐标分别为 $(0,a)$，$(0,b)$，要使 AB 看上去最长(可见角 $\angle ACB$ 最大)，李华同学(点 C)的坐标为（　　）

甲



乙

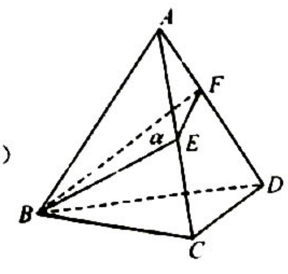
A. $(\sqrt{ab},0)$　　B. $(2\sqrt{ab},0)$　　C. $(ab,0)$　　D. $(2ab,0)$

10. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,点 P 在双曲线上，且 $\angle F_1PF_2=60^0,PF_2$ 的延长线交双曲线于点 Q，若双曲线的离心率 $e=\frac{\sqrt{7}}{2}$，则 $\frac{|PQ|}{|F_1Q|}=$（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{8}{13}$　　C. $\frac{8}{15}$　　D. $\frac{1}{2}$

11. 如图，已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1，过点 B 作截面 α 分别交侧棱 AC，AD 于 E，F 两点，且四面体 $ABEF$ 的体积为四面体 $ABCD$ 体积的 $\frac{1}{3}$，则 EF 的最小值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



12. 已知关于 x 的不等式 $e^{ax}\geq 2x+b$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，则 $\frac{b}{a}$ 的最大值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{e}{2}$　　D. $\frac{e}{4}$

第Ⅱ卷（非选择题）

本卷包括必考题和选考题两部分，第 13 题～第 21 题为必考题，每个试题考生必须做答，第 22 题第 23 题为选考题，考生根据要求做答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. $\left(1+2x^2\right)\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^8$的展开式中常数项为__________. （用数字作答）

14. 在平行四边形 $ABCD$ 中，E 是 CD 的中点，$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FD}$，且 $|\overrightarrow{AB}|=8,|\overrightarrow{AD}|=6$，$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BF}=-20$，则 $\cos\angle BAD=$__________.

15. 已知等比数列$\{a_n\}$满足：$a_2+a_4+a_6+a_8=20$，$a_2\cdot a_8=2$，则$\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_4}+\dfrac{1}{a_6}+\dfrac{1}{a_8}$的值为__________.

16. 已知a，b，c是正实数，且$b+c=\sqrt{6}$，则$\dfrac{ac^2+2a}{bc}+\dfrac{8}{a+1}$最小值为__________.

三、解答题:共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17～22 为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选做题，考生根据要求作答。

(一）必考题：共 60 分

17. (12 分)已知数列$\{a_n\}$是递增的等比数列，且$a_4+a_6=40$，$a_5=16$.

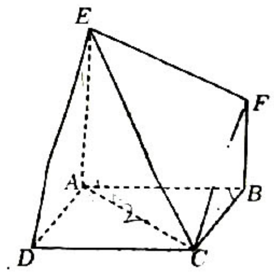
（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设S_n为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$b_n=\dfrac{a_{n+1}}{S_nS_{n+1}}$，$T_n$为数列$\{b_n\}$的前 n 项和，若$T_n<m-2021$对一切$n\in\mathbf{N}^*$成立，求最小正整数 m.

18. (12 分)如图多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=60°$，$EA\perp$平面 $ABCD$，$EA//BF$，$AB=AE=2BF=2$

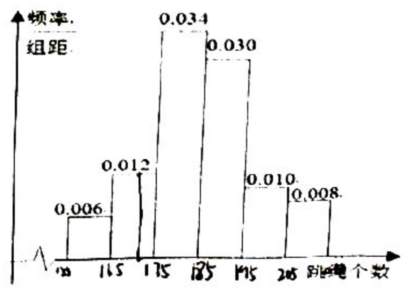
(1)证明：平面$EAC\perp$平面EFC；

(2)在棱EC上有一点M，使得平面MBD与平面$ABCD$的夹角为45°，求点M到平面BCF的距离.



19. (12 分)某地区为落实体育总局和教育部联合提出的《关于深化体教融合，促进青少年健康发展的意见》，初中毕业生升学体育考试规定，考生必须参加立定跳远、掷实心球、1 分钟跳绳三项测试，三项考试满分为 50 分，其中立定跳远 15 分，掷实心球 15 分，1 分钟跳绳 20 分.某学校在初三上学期开始时要掌握全年级学生每分钟跳绳的情况，随机抽取了 100 名学生进行测试，得到频率分布直方图(如图所示)，且规定计分规则如下表：

每分钟跳绳个数	$[155,165)$	$[165,175)$	$[175,185)$	$[185,215]$
得分	17	18	19	20



（1）现从样本的 100 名学生中，任意选取 2 人，求两人得分之和不大于 35 分的概率；

（2）若该校初三年级所有学生的跳绳个数 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，用样本数据的平均值和方差估计总体的期望和方差.已知样本方差 $s^2\approx 169$(各组数据用中点值代替).根据往年经验，该校初三年级学生经过训练，正式测试时跳绳个数都有明显进步.假设中考正式测试时每人每分钟跳绳个数比初三上学期开始时个数增加 10 个，现利用所得正态分布模型：

①全年级有 1000 名学生，预估正式测试每分钟跳 182 个以上人数；(结果四舍五入到整数)

②若在全年级所有学生中任意选取 3 人，记正式测试时每分钟跳 195 个以上的人数为 Y，求随机变量 Y 的分布列和期望.

附：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(|X-\mu|<\sigma)\approx 0.6826$，$P(|X-\mu|<2\sigma)\approx 0.9544$，$P(|X-\mu|<3\sigma)\approx 0.9974$.

20.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F_1，过原点 O 的直线与椭圆 C 交于 P，Q 两点，若 $|PF_1|=3|QF_1|$，且 $\cos\angle PF_1Q=-\dfrac{1}{3}$.

(1)求椭圆 C 的离心率；

(2)椭圆 C 的上顶点为 $D(0,2)$，不过 D 的直线 l 与椭圆 C 交于 A，B 两点，线段 AB 的中点为 M，若 $\angle AMD=2\angle ABD$，试问直线 l 是否经过定点？若经过定点，请求出定点坐标；若不过定点，请说明理由

21.（12 分）已知函数 $f(x)=x\ln x-\dfrac{a}{2}x^2-x+1$，$a\in\mathbf{R}$.若函数 $f(x)$ 在定义域内有两个不同的极值点 x_1，x_2.

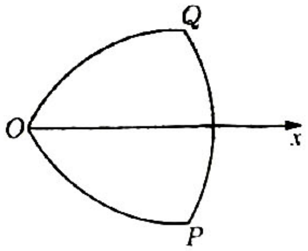
(1)求实数 a 的取值范围；

(2)当 $0<m\le 2$ 时，证明：$x_1+x_2>\dfrac{m}{a}$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22, 23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号。

22.（10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

以等边三角形的每个顶点为圆心，以其边长为半径，在另两个顶点间作一段圆弧，三段圆弧围成的曲边三角形被称为勒洛三角形．如图，在极坐标系 Ox 中，曲边三角形 OPQ 为勒洛三角形，且 $P\left(2,-\dfrac{\pi}{6}\right)$，$Q\left(2,\dfrac{\pi}{6}\right)$．以极点 O 为直角坐标原点，极轴 Ox 为 x 轴正半轴建立平面直角坐标系 xOy．



(1)求 $\overset{\frown}{OQ}$ 的极坐标方程；

(2)若曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}t, \\ y=2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），求曲线 C 与 $\overset{\frown}{OQ}$ 交点的极坐标.

23.（10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-1|+|2x-a|$.

（1）当 $a=3$ 时，解不等式 $f(x)\le 2$；

（2）若不等式 $|x-1|+f(x)<3$ 的解集非空，求实数 a 的取值范围.