

# 高一期末考试 数 学

## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:湘教版必修第一册至必修第二册。

## 一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

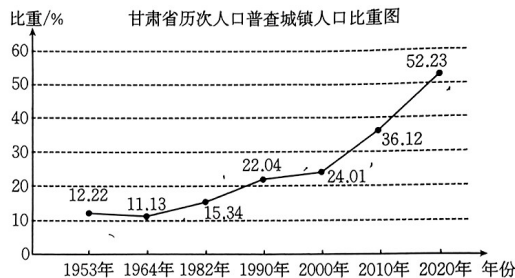
1. 若集合  $A = \{-3, -1, 2, 6\}$ ,  $B = \{x | x > 0\}$ , 则  $A \cap B =$ 
  - A.  $\{2, 6\}$
  - B.  $\{-3, -1\}$
  - C.  $\{-1, 2, 6\}$
  - D.  $\{-3, -1, 2\}$
2. “ $x^2 - x - 6 \geq 0$ ”是“ $x < -5$ ”的
  - A. 充要条件
  - B. 充分不必要条件
  - C. 必要不充分条件
  - D. 既不充分也不必要条件
3. 复数  $(-1 + 2i)(3 - i)$  在复平面内对应的点位于
  - A. 第一象限
  - B. 第二象限
  - C. 第三象限
  - D. 第四象限
4.  $\sin 145^\circ \cos 35^\circ =$ 
  - A.  $-\sin 70^\circ$
  - B.  $-\frac{1}{2} \sin 70^\circ$
  - C.  $\sin 70^\circ$
  - D.  $\frac{1}{2} \sin 70^\circ$
5. 若正方形  $ABCD$  的边长为 2, 则  $|\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}| =$ 
  - A.  $4\sqrt{2}$
  - B.  $2\sqrt{2}$
  - C.  $\sqrt{2}$
  - D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
6. 若  $x_0$  是方程  $2^x = 12 - 3x$  的解, 则  $x_0 \in$ 
  - A.  $(0, 1)$
  - B.  $(1, 2)$
  - C.  $(2, 3)$
  - D.  $(3, 4)$
7. 一个底面半径为 2 的圆柱体玻璃杯中盛有体积为  $V$  的水, 若放入一个玻璃球(球的半径与圆柱体玻璃杯内壁的底面半径相同)后, 水恰好淹没了玻璃球, 则  $V =$ 
  - A.  $\frac{20\pi}{3}$
  - B.  $6\pi$
  - C.  $\frac{16\pi}{3}$
  - D.  $8\pi$

8. 柜子中有 3 双不同颜色的手套, 红色、黑色、白色各 1 双。若从中随机地取出 2 只, 则取出的手套是一只左手套一只右手套, 但不是一双手套的概率为

- A.  $\frac{1}{5}$
- B.  $\frac{2}{5}$
- C.  $\frac{3}{5}$
- D.  $\frac{4}{5}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 甘肃省 1953 年、1964 年、1982 年、1990 年、2000 年、2010 年、2020 年历次人口普查城镇人口比重图如图所示, 则



- A. 甘肃省这 7 年历次人口普查城镇人口比重的极差为 40.01%
- B. 甘肃省这 7 年历次人口普查城镇人口比重的中位数为 22.04%
- C. 甘肃省这 7 年历次人口普查城镇人口比重的第三四分位数为 36.12%
- D. 甘肃省这 7 年历次人口普查城镇人口比重的平均数大于 25%

10. 某饮料厂商开发了一种新的饮料, 为了促销, 每箱装的 6 瓶饮料中有 2 瓶瓶盖上分别印有“一等奖”, “二等奖”, 其余 4 瓶印有“谢谢惠顾”。甲从新开的一箱中任选 2 瓶购买, 设事件  $A$  表示“甲没有中奖”, 事件  $B$  表示“甲获得一等奖”, 事件  $C$  表示“甲中奖”, 则

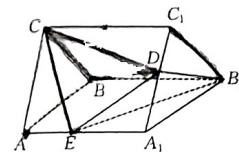
- A. 事件  $A$  和事件  $B$  是对立事件
- B. 事件  $A$  和事件  $C$  是对立事件
- C.  $P(B+C) = P(C)$
- D.  $P(BC) = P(C)$

11.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a=3, b=4$ , 锐角  $C$  满足  $\sin C = \frac{\sqrt{15}}{4}$ , 则

- A.  $\triangle ABC$  的面积为  $3\sqrt{15}$
- B.  $\cos C = \frac{1}{4}$
- C.  $c = \sqrt{19}$
- D.  $\cos B = \frac{\sqrt{19}}{19}$

12. 在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $BC=BA=\sqrt{2}, AC=2, AA_1=3$ , 点  $E$  在棱  $AA_1$  上,  $AE=1, D$  是  $A_1C_1$  的中点, 则

- A. 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的侧面积为  $3\sqrt{2}+3$
- B. 三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  外接球的表面积为 13 $\pi$



C.  $B_1C_1 \parallel$  平面  $BCD$

D.  $CE \perp$  平面  $B_1DE$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知  $f(x)$  是定义域为  $\mathbf{R}$  的奇函数, 当  $x > 0$  时,  $f(x) = \log_5 x + 1$ , 则  $f(-5) = \underline{\quad\quad}$ .

14. 已知  $\sin \alpha = -2\cos \alpha$ , 则  $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \underline{\quad\quad}$ .

15. 已知函数  $y = \cos^2 \omega x (\omega > 0)$  在  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}]$  上的最小值为  $\frac{1}{4}$ , 则  $\omega$  的值为  $\underline{\quad\quad}$ .

16. 刻画空间弯曲性是几何研究的重要内容, 用“曲率”刻画空间弯曲性, 规定: 多面体顶点的曲率等于  $2\pi$  与多面体在该点的面角之和的差(多面体的面的内角叫做多面体的面角, 角度用弧度制). 例如, 正四面体的每个顶点有 3 个面角, 每个面角为  $\frac{\pi}{3}$ , 所以正四面体在各顶点的曲率为  $2\pi - \frac{\pi}{3} \times 3 = \pi$ . 在底面为矩形的四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ ,  $AD = \sqrt{2}PA$ ,

$PC$  与底面  $ABCD$  所成的角为  $\frac{\pi}{6}$ , 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 顶点  $B$  的曲率为  $\underline{\quad\quad}$ .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

证明: 以  $A(1, 2), B(3, 6), C(0, 5), D(-1, 3)$  为顶点的四边形是直角梯形.

18. (12 分)

已知复数  $z_1 = 1 + i, z_2 = 2 + mi (m \in \mathbf{R})$ .

(1) 若  $\frac{z_2}{z_1}$  为纯虚数, 求  $m$ ;

(2) 若  $\frac{z_2}{z_1} \in \mathbf{R}$ , 求  $3z_1 + iz_2$  的实部与虚部之和.

19. (12 分)

已知  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}, \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{4}$ .

(1) 求  $\cos \alpha \cos \beta$ ;

(2) 求  $\cos(2\alpha - 2\beta)$ .

20. (12 分)

设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, \cos B = \frac{b}{2} + c$ .

(1) 求  $A$ ;

(2) 若  $AD$  为  $\triangle ABC$  的角平分线,  $AD = 2$ , 且  $2\sin B = \sin C$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

21. (12 分)

如图 1, 正方形  $ABCD$  和正方形  $EFGH$  的中心重合,  $AB = 3EF = 6, HG \parallel CD, I, J, K, L$  分别为  $AD, AB, BC, CD$  的中点, 将图中的四块阴影部分裁剪下来, 然后将  $\triangle HEI, \triangle EFJ, \triangle FGK, \triangle GHL$  分别沿着  $HE, EF, FG, GH$  翻折, 使得点  $I, J, K, L$  与点  $P$  重合, 得到如图 2 所示的四棱锥  $P-EFGH$ .

(1) 求直线  $PE$  与底面  $EFGH$  所成角的余弦值;

(2) 若  $M$  为  $PF$  的中点, 求  $M$  到平面  $PGH$  的距离.

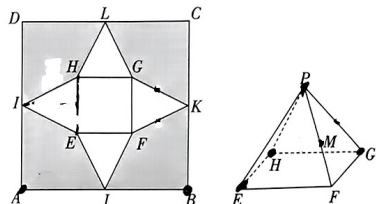


图 1

图 2

22. (12 分)

某高校的入学面试中有  $A, B, C$  三道题目, 规则如下: 第一环节, 面试者先从三道题目中随机抽取一道, 若答对抽到的题目, 则面试通过, 若没答对抽到的题目, 则进入第二环节; 第二环节, 该面试者从剩下的两道题目中随机抽取一道, 若答对抽到的题目, 则面试通过, 若没答对抽到的题目, 则进入第三环节; 第三环节, 若该面试者答对剩下的一道题目, 则面试通过, 若没有答对剩下的题目, 则面试失败. 假设对抽到的不同题目能否答对是独立的, 李明答对  $A, B, C$  题的概率依次是  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ .

(1) 求李明第一环节抽中  $A$  题, 且第一环节通过面试的概率;

(2) 求李明第二环节或第三环节通过面试的概率.