

## 理论试题一、点电荷在金属物体中的静电镜像

### 概述 - 镜像法

一个置于半径为  $R$  的接地金属球附近[见图 1 (a)], 电量为  $q$  的点电荷, 会在金属球表面上产生感应电荷分布。要由表面电荷的分布计算电场和电势是一项令人生畏的工作。但这种计算可以用所谓的镜像法大大简化。通过镜像法, 在球面上的感应电荷产生的电场和电势等效于一个放置在球内的点电荷  $q'$  产生的电场和电势 (你不必证明这一结论)。注意: 这个像电荷  $q'$  产生的电场和电势仅在金属球外 (包括球面) 与上述球面上感应出的电荷产生的电场和电势相同。

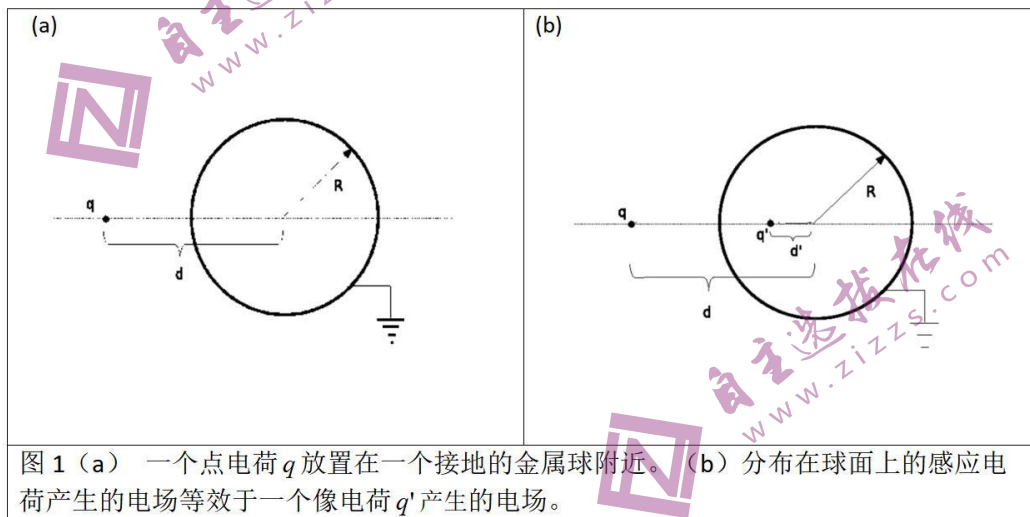


图 1 (a) 一个点电荷  $q$  放置在一个接地的金属球附近。(b) 分布在球面上的感应电荷产生的电场等效于一个像电荷  $q'$  产生的电场。

### 任务 1 像电荷

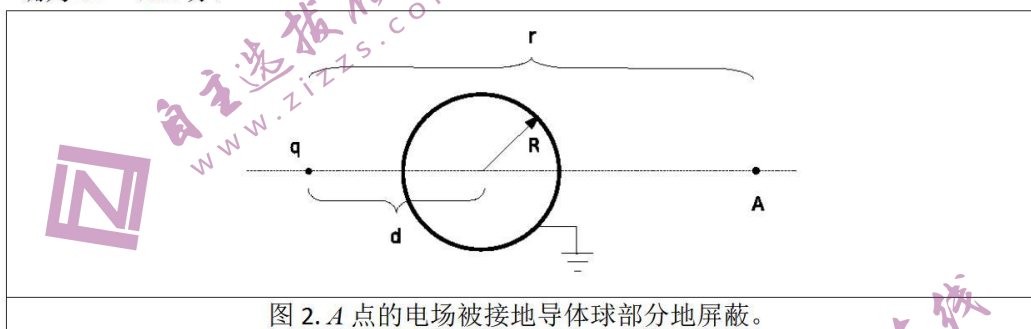
本问题的对称性表明, 像电荷应该位于点电荷  $q$  与球心的连线上[见图 1 (b)]。

- 球上的电势值是多大? (0.3 分)
- 用  $R$ 、 $q$  和  $d$  等表示像电荷  $q'$  和其到导体球心的距离  $d'$ , 推导过程写在演算纸上。(1.9 分)
- 求作用在电荷  $q$  上的力的大小。这个力是排斥力吗? (0.5 分)

### 任务2 对静电场的屏蔽

考虑一个电量为  $q$  的点电荷，置于距接地金属球的球心  $d$  处，金属球的半径为  $R$ 。我们感兴趣的是：接地金属球怎样影响  $A$  点的电场？ $A$  与  $q$  分别在球的两边，并且  $A$  在点电荷  $q$  与球心的连线上， $A$  到  $q$  的距离是  $r$ 。

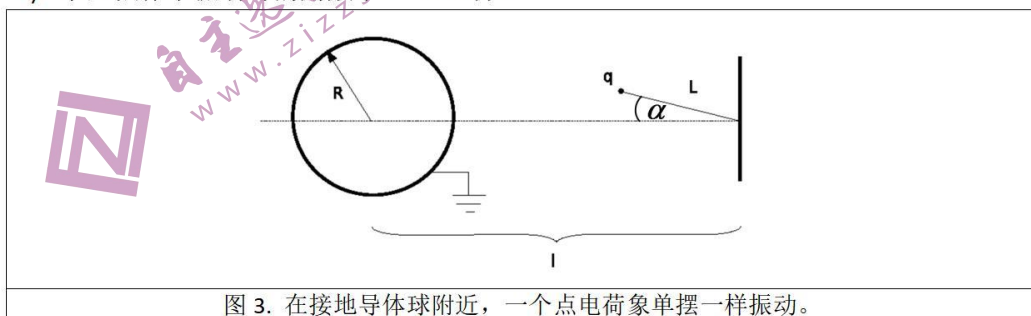
- 求  $A$  点处的电场矢量。（0.6 分）
- 当  $r \gg d$  时，用近似公式  $(1+a)^{-2} \approx 1-2a$ （这里  $a \ll 1$ ），求电场的表达式。（0.6 分）
- 在  $d$  取什么极限值时，接地金属球能完全屏蔽点电荷  $q$  的电场，即  $A$  点处的电场精确为 0？（0.3 分）



### 任务3 接地导体球的电场中的小振动

在接地导体球附近，将质量为  $m$  的点电荷  $q$  用长度为  $L$  的线悬挂在墙上。在你的各种考虑中，忽略墙的所有静电效应。如图 3 所示，点电荷构成了一个单摆，悬挂点与球心的距离为  $l$ 。假设重力的影响可以忽略。

- 对于给定角度  $\alpha$ ，给出作用在点电荷上的静电力的大小，并在答题纸上用一示意图清楚地标明力的方向。（0.8 分）
- 将此作用力在垂直悬挂线方向的分量用  $l$ 、 $L$ 、 $R$ 、 $q$  和  $\alpha$  等表示出来。（0.8 分）
- 求此摆作小振动时的角频率。（1.0 分）



## 任务4 系统的静电能

给定一个电荷分布，知道系统的静电能很重要。在我们的问题中（见图1a），外部电荷  $q$  与导体球表面上的感应电荷间存在静电作用力，球表面上的感应电荷自身之间也存在静电作用力。用电荷  $q$ ，球半径  $R$  和距离  $d$  确定下列静电能：

- a) 电荷  $q$  与它在球表面上感应出的电荷之间相互作用的静电能；（1.0分）
- b) 球表面上的感应电荷之间相互作用的静电能；（1.2分）
- c) 系统总的相互作用静电能。（1.0分）

提示：此问题有几种解法：

(1) 在其中一种解法中，你可以利用积分公式：
$$\int_d^\infty \frac{x dx}{(x^2 - R^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 - R^2}.$$

(2) 在另一种解法中，你可以利用此结论：对于由分别位于点  $\vec{r}_i, i=1, \dots, N$  的  $N$  个电量为  $q_i$  的点电荷构成的系统，其静电能是所有点电荷间两两相互作用静电能之和：

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}.$$

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

