T8 联考 东北育才学校 福州一中 广东实验中学 湖南师大附中 华师一附中 南京师大附中 石家庄二中 西南大学附中 八校

2022 届高三第一次联考

数学试题

命题学校:湖南师大附中 命题人:高三数学备课组 审题人:朱海棠、谢美丽

试卷满分 150 分 考试用时 120 分钟

座位号______ 考生号______ 姓名______

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. “$0<\theta<\frac{\pi}{3}$”是“$0<\sin\theta<\frac{\sqrt{3}}{2}$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 $z=\frac{2i}{1-i}-1+2i$,则复数 z 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为非零向量,$\lambda,\mu\in\mathbf{R}$,则下列命题为真命题的是

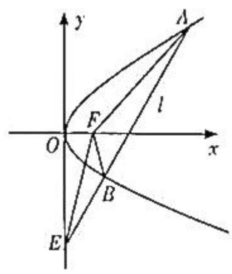
A. 若 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　　B. 若 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$,则 $|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$

C. 若 $\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$,则 $\lambda=\mu=0$　　D. 若 $|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,则 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})>0$

4. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=2^x$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称,$g(x)$ 为奇函数,且当 $x>0$ 时,$g(x)=f(x)-x$,则 $g(-8)=$

A. -5　　B. -6　　C. 5　　D. 6

5. 如图,抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F,直线 l 与 C 相交于 A,B 两点,l 与 y 轴相交于 E 点. 已知 $|AF|=7$,$|BF|=3$,记 $\triangle AEF$ 的面积为 S_1,$\triangle BEF$ 的面积为 S_2,则



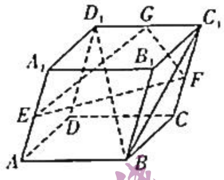
A. $S_1=2S_2$　　B. $2S_1=3S_2$

C. $S_1=3S_2$　　D. $3S_1=4S_2$

6. 已知 $\sqrt{3}\tan 20°+\lambda\cos 70°=3$,则 λ 的值为

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

7. 如图,已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面为平行四边形,E,F,G 分别为棱 AA_1、CC_1、C_1D_1 的中点,则



A. 直线 BC_1 与平面 EFG 平行,直线 BD_1 与平面 EFG 相交

B. 直线 BC_1 与平面 EFG 相交,直线 BD_1 与平面 EFG 平行

C. 直线 BC_1、BD_1 都与平面 EFG 平行

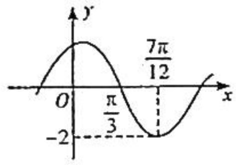
D. 直线 BC_1、BD_1 都与平面 EFG 相交

8. 设 a,b 都为正数,e 为自然对数的底数,若 $ae^{a+1}+b<b\ln b$,则

A. $ab>e$　　　B. $b>e^{a+1}$　　　C. $ab<e$　　　D. $b<e^{a+1}$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

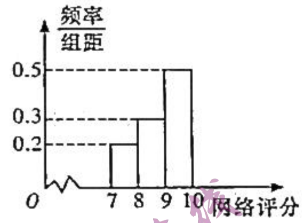
9. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示,则



A. $f(x)$ 的最小正周期为 π　　　B. $f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ 为偶函数

C. $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ 内的最小值为 1　　　D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{2\pi}{3}$ 对称

10. 某中学在学校艺术节举行"三独"比赛(独唱、独奏、独舞),由于疫情防控原因,比赛现场只有 9 名教师评委给每位参赛选手评分,全校 4000 名学生通过在线直播观看并网络评分,比赛评分采取 10 分制. 某选手比赛后,现场 9 名教师原始评分中去掉一个最高分和一个最低分,得到 7 个有效评分如下表. 对学生网络评分按 [7,8),[8,9),[9,10] 分成三组,其频率分布直方图如图所示.



教师评委	A	B	C	D	E	F	G
有效评分	9.6	9.1	9.4	8.9	9.2	9.3	9.5

则下列说法正确的是

A. 现场教师评委 7 个有效评分与 9 个原始评分的中位数相同

B. 估计全校有 1200 名学生的网络评分在区间[8,9)内

C. 在去掉最高分和最低分之前,9 名教师评委原始评分的极差一定大于 0.7

D. 从学生观众中随机抽取 10 人,用频率估计概率,X 表示评分不小于 9 分的人数,则 $E(X)=5$

11. 设双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2,点 P 在 C 的右支上,且不与 C 的顶点重合,则下列命题中正确的是

A. 若 $a=3,b=2$,则 C 的两条渐近线的方程是 $y=\pm\frac{3}{2}x$

B. 若点 P 的坐标为 $(2,4\sqrt{2})$,则 C 的离心率大于 3

C. 若 $PF_1\perp PF_2$,则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积等于 b^2

D. 若 C 为等轴双曲线,且 $|PF_1|=2|PF_2|$,则 $\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$

12. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=2\sqrt{3}$，沿对角线 AC 将矩形折成一个大小为 θ 的二面角 $B-AC-D$，若 $\cos\theta=\frac{1}{3}$，则

A. 四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为 16π　　B. 点 B 与点 D 之间的距离为 $2\sqrt{3}$

C. 四面体 $ABCD$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　D. 异面直线 AC 与 BD 所成的角为 45°

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设函数 $f(x)=e^{x-1}+x^3$ 的图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线为 l，则直线 l 在 y 轴上的截距为________.

14. 已知 $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{x}\right)^n$ 的展开式中第 3 项为常数项，则这个展开式中各项系数的绝对值之和为________.（用数字作答）

15. 数列 $\{a_n\}$：1，1，2，3，5，8，13，21，34，…，称为斐波那契数列（Fibonacci sequence），该数列是由十三世纪意大利数学家莱昂纳多·斐波那契（Leonardo Fibonacci）以兔子繁殖为例子而引入，故又称为"兔子数列". 在数学上，斐波那契数列可表述为 $a_1=a_2=1$，$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$（$n\geqslant 3$，$n\in\mathbf{N}^*$）. 设该数列的前 n 项和为 S_n，记 $a_{2023}=m$，则 $S_{2021}=$________.（用 m 表示）

16. 在平面直角坐标系中，若正方形的四条边所在的直线分别经过点 $A(1,0)$，$B(2,0)$，$C(4,0)$，$D(8,0)$，则这个正方形的面积可能为________或________.（每条横线上只填写一个可能结果）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$.

（1）设 $g(x)=f(-x)$，求函数 $g(x)$ 的单调递减区间；

（2）设 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，D 为 BC 边的中点，若 $f(A)=\frac{1}{2}$，$a=\sqrt{3}$，求线段 AD 的长的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=3$，$S_3=5a_1$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

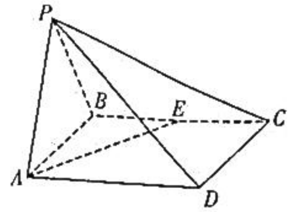
（2）设 $b_n=1+\frac{2}{S_n}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n. 定义 $[x]$ 为不超过 x 的最大整数，例如 $[0.3]=0$，$[1.5]=1$. 当 $[T_1]+[T_2]+\cdots+[T_n]=63$ 时，求 n 的值.

19.（本小题满分 12 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$PB=AB$，E 为 BC 的中点.

（1）若 $\angle PBA=60^\circ$，证明：$AE\perp PD$；

（2）求直线 AE 与平面 PAD 所成角的余弦值的取值范围.



20.(本小题满分 12 分)

设椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,圆 $C:(x-2m)^2+(y-4m)^2=1(m\neq0)$,点 F_1,F_2 分别为 E 的左、右焦点,点 C 为圆心,O 为原点,线段 OC 的垂直平分线为 l. 已知 E 的离心率为 $\frac{1}{2}$,点 F_1,F_2 关于直线 l 的对称点都在圆 C 上.

(1)求椭圆 E 的方程;

(2)设直线 l 与椭圆 E 相交于 A,B 两点,问:是否存在实数 m,使直线 AC 与 BC 的斜率之和为 $\frac{2}{3}$? 若存在,求实数 m 的值;若不存在,说明理由.

21.(本小题满分 12 分)

元旦将至,学校文学社拟举办"品诗词雅韵,看俊采星驰"的古诗词挑战赛. 初赛阶段有个人晋级赛和团体对决赛. 个人晋级赛为"信息连线"题,每位参赛者只有一次挑战机会. 比赛规则为:电脑随机给出错乱排列的五句古诗词和五条相关的诗词背景(如诗词题名、诗词作者等),要求参赛者将它们一一配对,有三对或三对以上配对正确即可晋级. 团体对决赛为"诗词问答"题,为了比赛的广泛性,要求以班级为单位,各班级团队的参赛人数不少于 30 人,且参赛人数为偶数. 为了避免答题先后的干扰,当一个班级团队全体参赛者都答题完毕后,电脑会依次显示各人的答题是否正确,并按比赛规则裁定该班级团队是否挑战成功. 参赛方式有如下两种,各班可自主选择其中之一参赛.

方式一:将班级团队选派的 $2n$ 个人平均分成 n 组,每组 2 人. 电脑随机分配给同一组两个人一道相同试题,两人同时独立答题,若这两人中至少有一人回答正确,则该小组闯关成功. 若这 n 个小组都闯关成功,则该班级团队挑战成功.

方式二:将班级团队选派的 $2n$ 个人平均分成 2 组,每组 n 人. 电脑随机分配给同一组 n 个人一道相同试题,各人同时独立答题,若这 n 个人都回答正确,则该小组闯关成功. 若这 2 个小组至少有一个小组闯关成功,则该班级团队挑战成功.

(1)甲同学参加个人晋级赛,他对电脑给出的五组信息有且只有一组能正确配对,其余四组都只能随机配对,求甲同学能晋级的概率;

(2)在团体对决赛中,假设你班每位参赛同学对给出的试题回答正确的概率均为常数 $p(0<p<1)$,为使本班团队挑战成功的可能性更大,应选择哪种参赛方式? 说明你的理由.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=a\ln x-\sin x+x$,其中 a 为非零常数.

(1)若函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,求 a 的取值范围;

(2)设 $\theta\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$,且 $\cos\theta=1+\theta\sin\theta$,证明:当 $\theta^2\sin\theta<a<0$ 时,函数 $f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 上恰有两个极值点.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。