江苏省百校联考高三年级第一次考试
数学试卷参考答案

1. C

2. B　因为 $z=1$ [illegible]

3. C　[illegible] $=\sqrt{2}\cos x$ [illegible]

4. B　[illegible] 设底面半径为 r，

则可得 [illegible] $(8\quad 6)=100$，解得 $r=\sqrt{\frac{1}{\pi}}\approx 2.2$ cm.

5. B　设 $P(x,y)$，因为 $PA=\sqrt{2}PO$，则 $(x\quad 1)$ [illegible] $2(x^2+y^2)$，即 [illegible]

6. D　恰好 [illegible] 次就能确定出两件次品包含前 [illegible] 次检测的均为正品 [illegible]

次检测出 [illegible] 件次品两类情况，共有 [illegible] 种，故 [illegible]

7. A　在 $\triangle ABC$ 中，D 为 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AD}$ [illegible]

所以 $\overrightarrow{AD}^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AC}^2$ [illegible] $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})$.

因为 $AB=AD=2$，$AC=4$，则 $2^2=\frac{1}{4}(2^2$ [illegible] $4^2+2\cdot 2\cdot 4\cos\angle BAC)$.

所以 $\cos\angle BAC=$ [illegible] $\frac{1}{4}$，$\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{15}}{4}$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin\angle BAC=\sqrt{15}$.

8. B　由 $f(x)=x^2$ [illegible] $+b\ln x(a,b\in\mathbf{R})$，得 $f'(x)=2x+\frac{b}{x}$.

因为 $f(x)$ 有极小值，记为 x_0，则 $2x_0+\frac{b}{x_0}=0$，即 $b=$ [illegible] $2x_0^2(x_0>0)$.

又 $f(x_0)=0$，所以 x_0^2 [illegible] a [illegible] $b\ln x_0=0$，即 a [illegible] $b\ln x_0=-x_0^2$ [illegible] $2x_0^2\ln x_0\geq 0$，所以 $x_0\geq\sqrt{e}$.

设 $a-b=g(x_0)$ [illegible] $2x_0^2\ln x_0$，当 x_0 [illegible] 时，$g'(x_0)$ [illegible] $4x_0+4x_0\ln x_0\geq 0$.

[illegible] 在 [illegible] 上单调递增，所以 $a-b$ 的最小值为 $2e$.

9. AC　由题意，函数 $f(x)=\frac{x\log_2(1-x^2)}{|x-1|-1}$ 有意义，则满足 $\begin{cases}|x-1|-1\neq 0,\\1-x^2>0,\end{cases}$ 解得 $-1<x<1$，且 $x\neq 0$，即函数

[illegible] 的定义域为 $(-1,0)\cup(0,1)$，所以 A 正确.

因为 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,0)\cup(0,1)$，所以 $f(x)=\frac{x\log_2(1-x^2)}{|x-1|-1}$ [illegible]

由 $f(x)=0$ 得 $\log_2(1-x^2)=0$，注意 $x\neq 0$，$f(x)$ 没有零点，所以 B 不正确.

由上可知 $f(x)$ 的定义域为 $(-1,0)\cup(0,1)$，可得 [illegible]，则满足 [illegible]

$f(x)$，所以函数 $f(x)$ 为奇函数，图像关于原点对称，所以 C 正确.

当 $x\in(0,1)$ 时，$1-x^2\in(0,1)$，所以 $f(x)=$ [illegible] $\log_2(1-x^2)\in($ [illegible] $,0)$.

又由函数 $f(x)$ 为奇函数，可得 $f(x)$ 的值域为 [illegible]，所以 D 不正确.

10. AB　$a_n=2^n$，$b_n=(\frac{2}{3})^n$，$c_n=(\frac{4}{3})^n$.

因为 $a_nb_n=2^n\cdot(\frac{2}{3})^n=(\frac{4}{3})^n=c_n$，所以 A 正确.

因为 $\frac{b_n-c_n}{a_n}=\frac{(\frac{2}{3})^n-(\frac{4}{3})^n}{2^n}$ [illegible] $\frac{2}{3}=1$，所以 B 正确.

[illegible] 1 时取等号，所以 C 不正确.

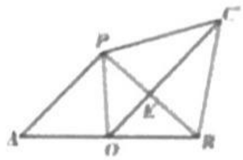
因为 b_n [illegible]，当 n [illegible] 时，$b_1+2b_2+3b_3+\cdots+nb_n<2$，所以 D 不正确.

11. AD　根据规则，该选手获得奖金总额为 X。
按 $A\to B\to C$ 的顺序进行，则该选手获得奖金总额为 X 的可能取值有四种情况：
$P(X=0)=0.2$，
$P(X=1000)=0.8\times0.4=0.32$，
$P(X=3000)=0.8\times0.6\times0.6=0.288$，
$P(X=6000)=0.8\times0.6\times0.4=0.192$
概率分布表为

X	[illegible]	1000	3000	6000
P	[illegible]	0.32	0.288	0.192

$E(X)=0\times0.2+1000\times0.32+3000\times0.288+6000\times0.192=2336$，故 A 正确。
同理，按 $C\to B\to A$ 的顺序猜获得奖金金额的均值为 1872 元，故 B 错误。
按 $C\to A\to B$ 的顺序猜获得奖金金额的均值为 1901 元，故 C 错误。
按 $B\to C\to A$ 的顺序猜获得奖金金额的均值为 2112 元，故 D 正确。

12. ABD　对于 A：在 $\triangle AOC$ 中，因为 $OA=OC$，D 为 AC 的中点，所以 $AC\perp DO$。
又 PO 垂直于圆 O 所在的平面，所以 $PO\perp AC$。
因为 $DO\cap PO=O$，所以 $AC\perp$ 平面 PDO，所以 A 正确。
对于 B：根据异面直线判定定理知 CE 与 PD 一定为异面直线，所以 B 正确。
对于 C：若直线 CE 平行于平面 PDO，因为 $CB\parallel OD$，则 $CB\parallel$ 平面 PDO，所以平面 $PDO\parallel$ 平面 PBC，矛盾。
所以 C 不正确。
对于 D：在 $\triangle POB$ 中，$PO=OB=1$，$\angle POB=\frac{\pi}{2}$，所以 $PB=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$。
同理 $PC=\sqrt{2}$，所以 $PB=PC=BC$。
在三棱锥 $P-ABC$ 中，将侧面 BCP 绕 PB 旋转至平面 $BC'P$，使之与平面 ABP 共面，如图所示，当 O,E,C' 共线时，$CE+OE$ 取得最小值。
又因为 $OP=OB$，$C'P=C'B$，
所以 OC' 垂直平分 PB，即 E 为 PB 的中点。



从而 $OC'=OE+EC'=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$。

亦即 $CE+OE$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$，所以 D 正确。

13. $\frac{1}{2}$　连接 AE（图略），因为 F 为 DE 的中点，所以 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE})$。

而 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$，

所以 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE})=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD})=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$。

又 $\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，所以 $x=\frac{1}{2}$。

14. $y=\pm\sqrt{3}x$　设双曲线的半焦距为 c，则 $F(c,0)$，$B(c,\pm\frac{b^2}{a})$，因为 $|AF|=|BF|$，

所以 $\frac{b^2}{a}=a+c$，所以 $c^2-ac-2a^2=0$，即 $e^2-e-2=0$，故 $e=2$，

所以双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$。

15. 6.83　计算得 $\bar{x}=5\times0.15+15\times0.25+25\times0.3+35\times0.2+45\times0.1=23.5$，
由条件 $Z\sim N(23.5,11.9^2)$，从而 $P(11.6<Z<35.4)=0.6826$，
故从该种产品中随机抽取 1 件，其质量指标值位于 $(11.6,35.4)$ 的概率是 0.6826。
根据题意得 $X\sim B(10,0.6826)$，所以 $E(X)=10\times0.6826=6.826$。

16. $\frac{1}{2}$；$\frac{1}{2}$　令 $x=\frac{1}{2}$，则 $f(\frac{1}{2})+f(1-\frac{1}{2})=1$，即 $f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$。
又 $f(0)=0$，所以由 $f(0)+f(1)=1$，得 $f(1)=1$。
令 $x=\frac{1}{3}$，则 $f(\frac{1}{3})=\frac{1}{2}f(1)=\frac{1}{2}$。
因为对于任意 $x_1,x_2\in[0,1]$，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)\leq f(x_2)$。

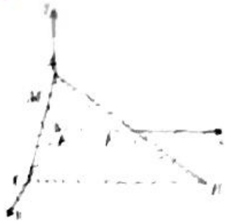
且 $e<3<e^{\frac{3}{2}}$，所以 $\frac{1}{3}<\frac{\ln 3}{3}<\frac{1}{2}$。

所以 $\frac{1}{2}=f(\frac{1}{3})\leq f(\frac{\ln 3}{3})\leq f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$。

17. (1)证明：由题设知，$a_na_{n+1}=\lambda S_n-1$，$a_{n+1}a_{n+2}=\lambda S_{n+1}-1$，
两式相减得 $a_{n+1}(a_{n+2}-a_n)=\lambda a_{n+1}$. ………………………… (3 分)
因为 $a_{n+1}\neq 0$，所以 $a_{n+2}-a_n=\lambda$. ………………………… (4 分)
(2)解：由题设知 $a_1=1$，$a_1a_2=\lambda S_1-1$，可得 $a_2=\lambda-1$.
由(1)知 $a_3=\lambda+1$.
因为 $\{a_n\}$ 为等差数列，
所以 $2a_2=a_1+a_3$，解得 $\lambda=4$. ………………………… (6 分)
故 $a_{n+2}-a_n=4$，由此可得 [illegible] 是首项为 1，公差为 4 的等差数列，$a_{2n-1}=4n-3$；
[illegible] 是首项为 3，公差为 4 的等差数列，$a_{2n}=4n-1$. ………………………… (8 分)
所以 $a_n=2n-1$，[illegible] ………………………… (10 分)

18. 解：(1)因为平面 $AEF\perp$ 平面 $EFBC$，$AE\perp EF$，
所以 $AE\perp$ [illegible]，又 $EF\perp FE$ [illegible]，
所以建立如图 1 所示的空间直角坐标系 $E-xyz$. ………………………… (1 分)
因为 [illegible] 为等腰直角三角形，$AC=BC=4$，
E，F 分别为 AC 和 AB 上的点，且 $AE=1$，$EF\parallel BC$，
则 $A(0,0,1)$，$B(3,4,0)$，$C(3,0,0)$，$F(0,1,0)$. ………………………… (3 分)
所以 $\overrightarrow{AC}=(3,0,-1)$，$\overrightarrow{FB}=(3,3,0)$.

所以 $\cos\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{FB}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{FB}}{|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{FB}|}=\dfrac{9}{\sqrt{10}\times\sqrt{18}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. ………………………… (5 分)



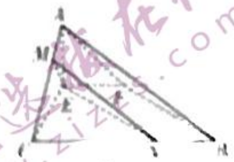
所以异面直线 AC 与 BF 所成角的余弦值为 $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. ………………………… (6 分)

图 1

(2)方法一：设 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AC}$.
因为 $\overrightarrow{AC}=(3,0,-1)$，所以 $\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{EA}+\lambda\overrightarrow{AC}=(3\lambda,0,1-\lambda)$. ………………………… (8 分)
设 $n=(x,y,z)$ 为平面 ABF 的一个法向量，
则 $\begin{cases}n\cdot\overrightarrow{FB}=0,\\ n\cdot\overrightarrow{FA}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}3x+3y=0,\\ -y+z=0.\end{cases}$
因此可取 $n=(1,-1,-1)$. ………………………… (10 分)
所以 $n\cdot\overrightarrow{EM}=(1,-1,-1)\cdot(3\lambda,0,1-\lambda)=4\lambda-1$.
因为 $EM\parallel$ 平面 ABF，所以 $n\cdot\overrightarrow{EM}=0$，即 $\lambda=\dfrac{1}{4}$.

所以当 $AM=\dfrac{1}{4}AC$ 时，$EM\parallel$ 平面 ABF. ………………………… (12 分)

方法二：当 $AM=\dfrac{1}{4}AC$ 时，$EM\parallel$ 平面 ABF. 证明如下：
如图 2，在平面 $BCEF$ 内过 E 作 $EN\parallel BF$ 交 BC 于 N，连接 MN.
因为 $EF\parallel BC$，$EN\parallel BF$，
所以四边形 $BNEF$ 为平行四边形，所以 $NB=EF=1$.
因为 $BC=4$，所以 $BN=\dfrac{1}{4}BC$，又 $AM=\dfrac{1}{4}AC$，



所以 $MN\parallel AB$.
因为 $MN\not\subset$ 平面 ABF，所以 $MN\parallel$ 平面 ABF. ………………………… (8 分)

图 2

又因为 $EN\parallel BF$，$EN\not\subset$ 平面 ABF，所以 $EN\parallel$ 平面 ABF. ………………………… (10 分)
因为 $EN\cap MN=N$，所以平面 $MNE\parallel$ 平面 ABF.
因为 $EM\subset$ 平面 MNE，所以 $EM\parallel$ 平面 ABF. ………………………… (12 分)

19. 解：(1)记“选出的两所学校参与旱地冰壶人数在 30 人以下”为事件 A.
参与旱地冰壶人数在 30 人以下的学校共 6 所，随机选择 2 所学校共 $C_{10}^2=45$ 种，
所以 $P(A)=\dfrac{C_6^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{3}$. ………………………… (4 分)

因此选出的 2 所学校参与旱地冰壶人数在 30 人以下的概率为 $\dfrac{1}{3}$. ………………………… (7 分)

(2)答案不唯一.
答案示例 1：可以认为甲同学在指导后总考核为“优”的概率发生了变化.
理由如下：
指导前，甲同学总考核为“优”的概率为 $C_3^2\cdot0.1^2\cdot0.9+C_3^3\cdot0.1^3=0.028$. ………………………… (10 分)
指导前，甲同学总考核为“优”的概率非常小，一旦发生，就有理由认为指导后总考核达到“优”的概率发生了变化. ………………………… (12 分)
答案示例 2：无法确定. 理由如下：
指导前，甲同学总考核为“优”的概率为 $C_3^2\cdot0.1^2\cdot0.9+C_3^3\cdot0.1^3=0.028$. ………………………… (10 分)
虽然概率非常小，但是也可能发生，
所以，无法确定总考核达到“优”的概率发生了变化. ………………………… (12 分)

20. 解：(1)因为 $m=(\sqrt{3}\sin\omega x,\cos 2\omega x)$，$n=(2\cos\omega x,1)$，所以 $f(x)=m\cdot n=\sqrt{3}\sin\omega x\cdot 2\cos\omega x+\cos 2\omega x=$
$\sqrt{3}\sin 2\omega x+\cos 2\omega x=2\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$. …………………………（3分）

若满足条件①，$T=\pi=\frac{2\pi}{2\omega}$，所以 $\omega=1$，故 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$. …………………………（4分）

因为 [illegible] 的图象经过平移得到 $f(x)=2\sin(2\omega x+\frac{\pi}{6})$ 的图象，所以 [illegible]. …………………………（4分）

若满足条件③，[illegible]，所以 [illegible] $\pi=\frac{2\pi}{2\omega}$，故 $\omega=1$，即 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

综上，无论选条件①或③，所求 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$. …………………………（5分）

因为 $x\in[0,\pi]$，所以 $2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{13\pi}{6}]$.

又 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})=1$，所以 $\sin(2x+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，

所以 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$ 或 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$ 或 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{13\pi}{6}$，解得 $x=0$ 或 $x=\frac{\pi}{3}$ 或 $x=\pi$.

所以方程 $f(x)=1$ 在闭区间 $[0,\pi]$ 上的解为 $x=0$ 或 $x=\frac{\pi}{3}$ 或 $x=\pi$. …………………………（6分）

(2)由(1)知 $f(\frac{C}{2})=2\sin(C+\frac{\pi}{6})=2$，

所以 $C+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，即 $C=\frac{\pi}{3}+2k\pi,k\in Z$.

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\frac{\pi}{3}$，$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos C=\frac{1}{2}$. …………………………（7分）

又 $(3a-c)\cos B=b\cos C$，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，

得 $(3\sin A-\sin C)\cos B=\sin B\cos C$，

整理得 $3\sin A\cos B=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\sin(B+C)=\sin A$.

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $\sin A\neq 0$，所以 $\cos B=\frac{1}{3}$. …………………………（10分）

又 $B\in(0,\pi)$，得 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\sqrt{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

所以 $\cos A=\cos[\pi-(B+C)]=-\cos(B+C)=-\cos B\cos C+\sin B\sin C$
$=-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{2\sqrt{6}-1}{6}$. …………………………（12分）

21. (1)证明：设 $P(x_0,y_0)$，则 $k_{PA}=\frac{y_0}{x_0+2}$，$k_{PB}=\frac{y_0}{x_0-2}$，且 [illegible] $=1$.

则 $k_{PA}\cdot k_{PB}=-\frac{9}{4}$，即 $k_{QA}\cdot k_{QB}=-\frac{9}{4}$. …………………………（2分）

①当直线 GF 的斜率存在时，设 GF 的方程为 $y=k(x-t)$ [illegible].

联立 $\begin{cases}y=k(x-t),\\3x^2+4y^2=12,\end{cases}$ 代入消元得 [illegible]

设 $G(x_1,y_1)$，$F(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\frac{8k^2t}{4k^2+3}$，$x_1\cdot x_2=\frac{4k^2t^2-12}{4k^2+3}$.

由 $k_{AG}\cdot k_{AF}=\frac{y_1}{x_1+2}\cdot\frac{y_2}{x_2+2}=-\frac{9}{4}$，得 [illegible] $=-\frac{9}{4}$，

约去 k^2，并化简得 $t^2+3t+2=0$，解得 $t=-1$ [illegible]（舍去）. …………………………（5分）

②当直线 GF 的斜率不存在时，设 GF 的方程为 $x=m$；

利用 $k_{EP}\cdot k_{FP}=-\frac{9}{4}$，可解得 $m=1$.

综上，直线 GF 过定点 $(1,0)$. ……………………………………………………（6分）

(2)解：设 PA 的方程为 $y=k_1(x+2)(k_1\neq 0)$，

则 $\begin{cases} y=k_1(x+2), \\ 3x^2+4y^2=12, \end{cases}$ 解得 E 点坐标为 $(\frac{6-8k_1^2}{4k_1^2+3},\frac{12k_1}{4k_1^2+3})$.

由 $k_1=\frac{y_0}{x_0+2}$，解得 E 点坐标为 [illegible].

同理，设 PB 斜率为 k_2，则 F 点坐标为 $(\frac{8k_2^2-6}{4k_2^2+3},\frac{-12k_2}{4k_2^2+3})$，

由 $k_2=\frac{y_0}{x_0-2}$，解得 F 点坐标为 $(\frac{[illegible]}{x_0+4},\frac{2y_0}{x_0+4})$. ……………………（8分）

则 EF 的斜率为 $k_{EF}=\frac{3(k_1+k_2)}{3-4k_1k_2}=\frac{x_0y_0}{2(x_0^2-4)}$，

所以直线 EF 的方程为 $y+\frac{2y_0}{x_0+4}=\frac{x_0y_0}{2(x_0^2-4)}[x+\frac{4(x_0-1)}{x_0+4}]$. ……………………（10分）

令 $y=0$，得 $x=\frac{4}{x_0}$.

则 $x_P+\frac{1}{2}x_Q=x_0+\frac{2}{x_0}$，其中 $0<x_0<2$.

所以 $x_P+\frac{1}{2}x_Q$ 的取值范围是 $[2\sqrt{2},+\infty)$. ……………………………………（12分）

22.(1)证明：由 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}, x>0$，可得 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{a}{x^2}, x>0$. ……………………（1分）

当 $a\leq 0$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，与题意不符.

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{a}{x^2}=0$，得 $x=a$.

当 $x\in(0,a)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(a,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增.

可得当 $x=a$ 时，$f(x)$ 取得极小值 $f(a)=\ln a+1$. ……………………………………（3分）

又因为函数 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}$ 有两个零点，

所以 $f(a)=\ln a+1<0$，可得 $a<\frac{1}{e}$. 综上，$0<a<\frac{1}{e}$. ……………………………………（4分）

(2)解：由上可知 $f(x)$ 的极小值点为 $x=a$，则 $0<x_1<a<x_2$.

设 $g(x)=f(2a-x)-f(x)=\ln(2a-x)+\frac{a}{2a-x}-\ln x-\frac{a}{x}, x\in(0,a)$. ……………………（5分）

可得 $g'(x)=\frac{1}{2a-x}-\frac{a}{(2a-x)^2}-\frac{1}{x}+\frac{a}{x^2}=\frac{4a(x-a)^2}{x^2(2a-x)^2}>0, x\in(0,a)$.

所以 $g(x)$ 在 $(0,a)$ 上单调递增，所以 $g(x)<g(a)=0$，

即 $f(2a-x)-f(x)<0$，则 $f(2a-x)<f(x), x\in(0,a)$.

所以当 $0<x_1<a<x_2$ 时，$2a-x_1>a$，且 $f(2a-x_1)<f(x_1)=f(x_2)$.

因为当 $x\in(a,+\infty)$ 时，$f(x)$ 单调递增，所以 $2a-x_1<x_2$，即 $x_1+x_2>2a$.

…………………………………………………………………………………（7分）

设 $x_2=tx_1, t>1$，则 $\begin{cases} \ln x_1+\frac{a}{x_1}=0, \\ \ln x_2+\frac{a}{x_2}=0, \end{cases}$ 则 $\frac{\ln x_1}{\ln x_2}=\frac{x_2}{x_1}=t$，即 $\ln x_1=t\ln x_2=t\ln tx_1=t(\ln x_1+\ln t)$.

所以 $\ln x_1=-\frac{t\ln t}{t-1}$. ……………………………………………………（8分）

所以 $\ln(x_1+x_2)=\ln x_1(t+1)=\ln x_1+\ln(t+1)=-\frac{t\ln t}{t-1}+\ln(t+1)=t(\frac{\ln(t+1)}{t}-\frac{\ln t}{t-1})$. ………（10分）

又因为 $g(t)=\frac{\ln t}{t-1}$，则 $g'(t)=\frac{1-\frac{1}{t}-\ln t}{(t-1)^2}<0$，所以 $g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减.

所以 $\frac{\ln(t+1)}{t}<\frac{\ln t}{t-1}$，所以 $\ln(x_1+x_2)<0$，即 $x_1+x_2<1$. 综上，$2a<x_1+x_2<1$. ……………（12分）

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。

微信搜一搜
自主选拔在线