怀仁一中高三年级第二次模拟考试

数　　学

全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容：高考范围。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|ax+3=0\}$，$B=\{x|x^2=9\}$，若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值集合是

A. $\{1\}$　　B. $\{-1,1\}$　　C. $\{-1,0,1\}$　　D. $\{0,1\}$

2. 已知 α,β 是不同的平面，m,n 是不同的直线，则下列命题不正确的是

A. 若 $m\perp\alpha$，$m/\!/n$，$n\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　B. 若 $m/\!/n$，$\alpha\cap\beta=m$，则 $n/\!/\alpha$，$n/\!/\beta$

C. 若 $m/\!/n$，$m\perp\alpha$，则 $n\perp\alpha$　　D. 若 $m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$

3. 已知 $\theta\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$，且 $\sin 2\theta=\frac{\sqrt{5}}{3}$，则 $\tan\theta=$

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 或 $\sqrt{5}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $|\overrightarrow{AB}|=1$，$|\overrightarrow{BC}|=2$，$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$，则 $\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}=$

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(x)$，且当 $x\geqslant 1$ 时，$f(x)$ 单调递增，则不等式 $f(2-x)\geqslant f(x+1)$ 的解集为

A. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　C. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right]$　　D. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_n-a_{n+1}=a_{n+1}\cdot a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，若 $8a_m=1$，则正整数 m 的值为

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11

7. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F，O 为坐标原点，以 F 为圆心，OF 为半径的圆与 x 轴交于 O，A 两点，与椭圆 C 交于 M，N 两点. 若 $|OM|=|MF|$，则椭圆 C 的离心率为

A. $\sqrt{2}-1$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　D. $\sqrt{3}-1$

8. 在 $\triangle ABC$ 中，$C=\frac{\pi}{2}$，M 是线段 AC 的一个三等分点，则 $\angle MBA$ 的最大值为

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知复数 z 满足 $z-2i=zi+4$，则下列说法中正确的是

A. 复数 z 的模为 $\sqrt{10}$

B. 复数 z 在复平面内所对应的点在第四象限

C. 复数 z 的共轭复数为 $-1+3i$

D. $\left(\frac{z-1}{3}\right)^{2023}=-i$

10. 下列说法正确的是

A. 若 $a>0,b>0$，且 $a+b=4$，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 1

B. 若 $a>0,b>0$，且 $a+b=2$，则 ab 的最小值为 1

C. 若关于 x 的不等式 $(x+a)(x-1)<0$ 的解集为 $(1,3)$，则 $a=-3$

D. 关于 x 的不等式 $x^2-(a+1)x+a<0$ 的解集为 $(a,1)$

11. 已知函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$ 与 $g(x)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$，则下列结论正确的是

A. $g(x)$ 的图象可由 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度得到

B. $f(x)$ 的图象与 $g(x)$ 的图象相邻的两个交点间的距离为 $\frac{\pi}{2}$

C. 函数 $y=f(x)+g(x)$ 图象的一条对称轴为 $x=\frac{\pi}{2}$

D. 函数 $y=f(x)\cdot g(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增

12. 已知函数 $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$，曲线 $y=f(x)$ 的切线 l 的斜率为 k，则

A. $f(x)$ 在 $(-1,0)$ 上单调递减

B. $f(x)$ 是偶函数

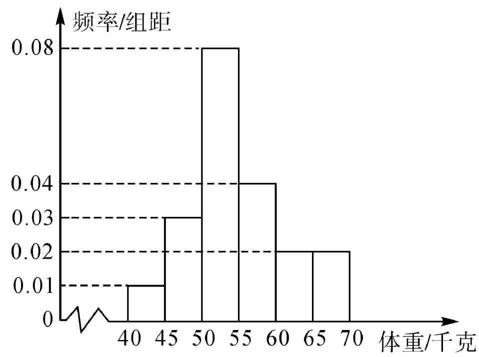
C. 当 $x=2$ 时，$f(x)$ 取得极大值

D. 当 $k<0$ 时，l 在 x 轴上的截距的取值范围为 $[2\sqrt{2},+\infty)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

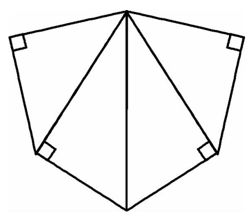
13. $\left(2+\frac{y}{x}\right)(x-2y)^5$ 的展开式中 x^3y^2 的系数为________（用数字作答）.

14.《中国居民膳食指南(2022)》数据显示，6 岁至 17 岁儿童青少年超重肥胖率高达 19.0%. 为了解某地中学生的体重情况，某机构从该地中学生中随机抽取 100 名学生，测量他们的体重(单位：千克)，根据测量数据，按[40,45)，[45,50)，[50,55)，[55,60)，[60,65)，[65,70]分成六组，得到的频率分布直方图如图所示. 根据调查的数据，估计该地中学生体重的中位数是________.



15. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，点 A,B 在抛物线上. 若 $\angle AFB=120°$，则当 $\frac{|AF|+|BF|}{|AB|}$ 取得最大值时，$|AF|=$________.

16. 如图所示的由 4 个直角三角形组成的各边长均相等的六边形是某棱锥的侧面展开图，若该六边形的面积为 $1+\sqrt{2}$，则该棱锥的内切球半径为________.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别 a，b，c，且 $a\cos C=b-\dfrac{c\sin A}{\sqrt{3}}$.

（1）求 A；

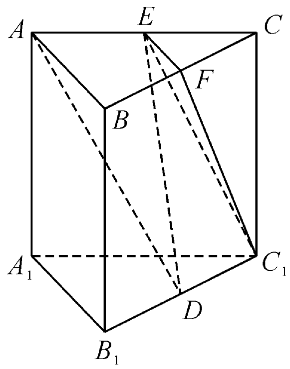
（2）若 $a=3$，试探究：△ABC 的周长是否存在最大值？若存在，求出该最大值；若不存在，说明理由.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$平面 ABC，$4AA_1=3AB$，△ABC 是等边三角形，D，E，F 分别是棱 B_1C_1，AC，BC 的中点.

（1）证明：AD∥平面 C_1EF；

（2）求平面 ADE 与平面 C_1EF 所成锐二面角的余弦值.



19.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=3$，且 $a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, & n\text{ 是偶数},\\ a_n-1, & n\text{ 是奇数}.\end{cases}$

（1）设 $b_n=a_{2n}+a_{2n-1}$，证明：$\{b_n-3\}$是等比数列；

（2）设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，求使得不等式 $S_n>2022$ 成立的 n 的最小值.

20.（本小题满分 12 分）

某化学实验课老师在学期末要对所教学生进行一次化学实验考核，每个学生需要独立完成该实验考核．根据以往数据，在 A,B,C,D,E 五名学生中，A,B,C 三人能独立完成实验的概率均为 $\frac{4}{5}$，D,E 两人能独立完成实验的概率均为 $p(0<p<1)$．

(1)若 $p=\frac{3}{4}$，求这五名学生中恰有四名学生通过实验考核的概率；

(2)设这五名学生中通过实验考核的人数为随机变量 X，若 X 的数学期望 $E(X)\geqslant 3$，求 p 的取值范围．

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}$．

(1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2)令 $g(x)=f(x)+(\ln x)^2-\ln x-x$，若 x_0 是函数 $g(x)$ 的一个极值点，且 $g(x_0)=-2$，求实数 a 的值．

22.（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知动点 $A(\sqrt{3}m,m)$，$B(\sqrt{3}n,-n)$，$mn=1$，$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$．记动点 P 的轨迹为曲线 E．

(1)求 E 的方程；

(2)点 M 为直线 $x=\frac{3}{2}$ 上一点，过点 M 作曲线 E 的切线，切点为 Q，问在 x 轴上是否存在定点 T，满足 $TM\perp TQ$？若存在，求出定点 T 的坐标；若不存在，请说明理由．