

2024 届普通高等学校招生全国统一考试

青桐鸣高二联考

数学(人教版☆)

成绩查询
查看答案卡

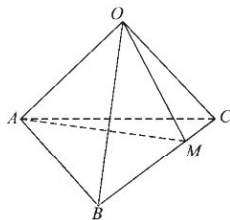
全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、班级、考场号、座位号、考生号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 1.已知直线 $l: y=kx$ 上有点 $(\cos 2, \sin 2)$, 则 l 的倾斜角 α 为 ()
A. $\pi-2$ B. -2 C. $2-\frac{\pi}{2}$ D. 2
- 2.已知等差数列 $\{a_n\}$, 前 n 项和为 S_n , $S_{30}-S_{20}=100$, 则 $S_{50} =$ ()
A. 200 B. 300 C. 500 D. 1 000
- 3.在四面体 $OABC$ 中, $OA=2, OB=3, OC=4, \angle AOB=\angle BOC=\angle COA=90^\circ, \overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$, 则点 B 到平面 OMA 的距离为 ()



- A. $\frac{24\sqrt{73}}{73}$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\frac{19\sqrt{83}}{83}$
- 4.已知直线 l 过点 $M(1,3)$, 且分别交两直线 $y=x, y=-x$ 于 x 轴上方的 A, B 两点, O 点为坐标原点, 则 $\triangle AOB$ 面积的最小值为 ()
A. 8 B. 9 C. $3\sqrt{10}$ D. 20
- 5.已知初中学过的反比例函数的图象是非标准状况下的双曲线, 根据图象的形状及学过的双曲线的相关知识, 推断曲线 $y=\frac{1}{x}$ 的一个焦点坐标是 ()
A. $(1,1)$ B. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ C. $(2,2)$ D. $(2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

数学(人教版☆)试题 第 1 页(共 4 页)

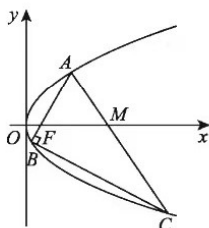
6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 CC_1 中点, $\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{MC}$, $\overrightarrow{B_1N}=\lambda\overrightarrow{B_1B}$, $\exists x, y \in \mathbf{R}$, 使得 $\overrightarrow{A_1N}=x\overrightarrow{AM}+y\overrightarrow{AE}$, 则 $\lambda=$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$

7. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle DAB = 60^\circ$, 且 $AB = AD = AA_1 = 2$, AC_1 交平面 A_1BD 于点 M , 则 $|C_1M| =$ ()

- A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

8. 如图, 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上有不同于原点的三点 A, B, C , 直线 AB 过焦点 F , $k_{AB} + k_{AC} = 0$, $\angle ABC = 90^\circ$, 直线 AC 交 x 轴于点 $M(m, 0)$, 则 $m =$ ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知点 $M(x_0, y_0)$ 在 $\odot O: x^2 + y^2 = 1$ 内, 则下列表述正确的是 ()

- A. $x_0^2 + y_0^2 < 1$
B. 直线 $x_0x + y_0y = 1$ 与圆相交
C. 过点 $M(x_0, y_0)$ 的弦长最小值为 $2\sqrt{1-x_0^2-y_0^2}$
D. $\odot O': x(x-x_0) + y(y-y_0) = 0$ 与 $\odot O$ 相内切

10. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, M, N, P, Q 四点分别为棱 OA, AB, BC, OC 的中点, 则以下表述正确的是 ()

- A. 若 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0, \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 则 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$
C. 若 $|\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{AC}|$, 则 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NQ} = 0$
D. $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AQ}$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}, n \in \mathbf{N}^*$, 则 ()

- A. $a_{2n} > a_{2n+1}$ B. $a_{2n+2} > a_{2n}$
C. $a_n a_{n+1} \geq 2$ D. $a_1 a_2 a_3 \cdots a_n < 100$ 的 n 的最大值为 10

12. 以下为正奇数从小到大依次排成的数阵:

1
3 5
7 9 11
13 15 17 19
.....

第 n 行有 n 个数, 则 ()

数学(人教版☆)试题 第 2 页(共 4 页)

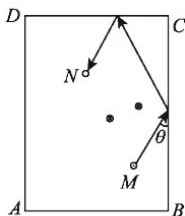
- A 该数阵第 n 行第一个数为 $n^2 - n + 1$
 B. 该数阵第 n 行最后一个数为 $n^2 + n + 1$
 C. 该数阵第 n 行所有数的和为 n^3
 D. 若数阵前 n 行总和不大干 2 023, 则 n 的最大值为 9

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $S_{10} + 20a_{13} = 30$, 则 $S_{20} =$ _____.

14. 已知双曲线 $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的左焦点为 F , 过 F 且斜率为 $k (k > 0)$ 的直线交两渐近线于 x 轴上方的不同两点 C, D , 且 $|OD| = 2|OC|$, 则 $k =$ _____.

15. 台球赛的一种得分战术手段叫做“斯诺克”: 在白色本球与目标球之间, 设置障碍, 使得本球不能直接击打目标球. 如图, 某场比赛中, 某选手被对手做成一个“斯诺克”, 本球需经过边 BC , CD 两次反弹后击打目标球 N . 点 M 到 CD, BC 的距离分别为 200 cm, 60 cm, 点 N 到 CD, BC 的距离分别为 80 cm, 120 cm, 将 M, N 看成质点, 本球在 M 点处, 若击打成功, 则 $\tan \theta =$ _____.



16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A, B , 椭圆上有点 M , $\angle AMB = 120^\circ$, $|AM| \cdot |BM| = a^2$, 则椭圆的离心率为 _____.

四、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知 $\odot O: x^2 + y^2 = 9$, $\odot M: (x-a)^2 + (y-b)^2 = 25$, 两圆交于 A, B 两点, 两圆的一条公切线段 $|PQ| = 2\sqrt{3}$.

(1) 求 $|AB|$ 的值;

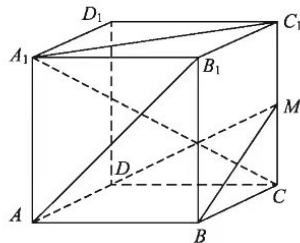
(2) 求点 $(1, 1)$ 到直线 $ax + by + \sqrt{2} = 0$ 距离的最大值.

18. (12 分)

在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 3, BC = 2, M$ 为 CC_1 中点, $BM \perp A_1C$.

(1) 求异面直线 A_1C_1 与 DM 所成角的余弦值;

(2) P, Q 分别为直线 AB_1, BM 上的点, 求 $|PQ|$ 的最小值.

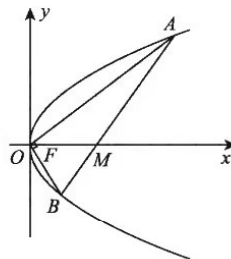


19.(12分)

已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$, O 点为坐标原点, 过点 $M(4, 0)$ 的直线交抛物线于 A, B 两点, $\angle AOB = 90^\circ$.

(1) 求抛物线的方程;

(2) 以点 M 为圆心的圆与抛物线有四个交点分别为 P, Q, S, T , 当等腰梯形 $PQST$ 的一条对角线的斜率为 2 时, 求圆 M 的半径.

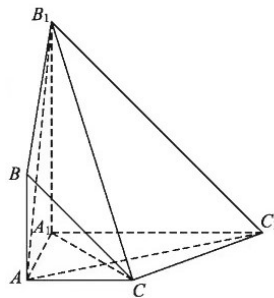


20.(12分)

在三棱台 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $AA_1 = AB = AC = \frac{1}{2}A_1C_1 = 2$, $V_{B_1 - A_1CC_1} = \frac{16}{3}$.

(1) 证明: $CC_1 \perp$ 平面 A_1B_1C ;

(2) 求二面角 $C - B_1C_1 - A$ 的余弦值.



21.(12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上有点 $P\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, 左、右焦点分别为 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 若点 Q 为椭圆的上顶点, 椭圆上有异于 Q 的两点 M, N 满足 $k_{QM} + k_{QN} = 1$, 求证: 直线 MN 恒过定点.

22.(12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 0, a_{n+1} = \frac{-a_n - 2}{2a_n + 3}, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 证明: 数列 $\left\{\frac{1}{a_n + 1}\right\}$ 是等差数列;

(2) 证明: $|a_2| \cdot |a_3| \cdot |a_4| \cdot \dots \cdot |a_{n+1}| > \sqrt{\frac{1}{2n+1}}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线