

东莞中学、广州二中、惠州一中、深圳实验、珠海一中、中山纪念中学

2024 届高三第二次六校联考试题

数学

命题人：广州二中 张和发 审题人：陈景文 孙晓荣

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \log_2 x < 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - x - 2 \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$

- A. $\{0,1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{-1,0,1\}$ D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 已知 $\sin(\alpha + \pi) = \frac{1}{2}$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = (\quad)$

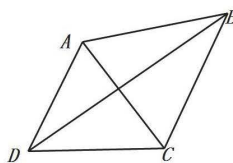
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. “ $x > 1$ 且 $y > 1$ ” 是 “ $xy > 1$ 且 $x + y > 2$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 如图, A, B 两点在河的同侧, 且 A, B 两点均不可到达. 现需测 A, B 两点间的距离, 测量者在河对岸选定两点 C, D , 测得 $CD = \frac{\sqrt{3}}{2} km$, 同时在 C, D 两点分别测得 $\angle ADB = \angle CDB = 30^\circ$, $\angle ACD = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, 则 A, B 两点间的距离为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$



5. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos \alpha = \frac{1}{7}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{11}{14}$, 则 $\beta = (\quad)$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{12}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

6. 已知函数 $f(x) = 4\cos(\omega x + \frac{\pi}{6})\sin \omega x + \cos(\pi - 2\omega x)$, 其中 $\omega > 0$. 若函数 $f(x)$ 在

$[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ 上为增函数, 则 ω 的最大值为 ()

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

7. 若曲线 $y = \ln(x+a)$ 的一条切线为 $y = ex - b$ (e 为自然对数的底数), 其中 a, b 为正实数,

则 $\frac{1}{ea} + \frac{1}{b}$ 的取值范围是 ()

- A. $[2, e)$ B. $(e, 4]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[e, +\infty)$

8. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 且满足 $f(3x-2)$ 为偶函数, $f(2x-1)$ 为奇函数,

则下列说法正确的是 ()

- A. 2 是函数 $f(x)$ 的一个周期 B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -1$ 对称
C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-1, 0)$ 中心对称 D. $f(2023) = 1$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 $\triangle ABC$ 中角 A, B 的对边分别为 a, b , 则可作为 “ $a > b$ ” 的充要条件的是 ()

- A. $\sin A > \sin B$ B. $\cos A < \cos B$
C. $\tan A > \tan B$ D. $\sin 2A > \sin 2B$

10. 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 ()

- A. 函数 $f(x) + g(x)$ 的图象的一个对称中心为 $(\frac{\pi}{8}, 0)$
B. 函数 $f(x) \cdot g(x)$ 是奇函数
C. 函数 $f(x) + g(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的单调递减区间是 $[\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}]$
D. 函数 $f(x) \cdot g(x)$ 的图象的一个对称轴方程为 $x = -\frac{\pi}{8}$

11. 已知函数 $f(x) = |\lg x| - kx - 2$, 给出下列四个结论中正确结论为 ()

- A. 若 $k = 0$, 则 $f(x)$ 有两个零点 B. $\exists k < 0$, 使得 $f(x)$ 有一个零点
C. $\exists k < 0$, 使得 $f(x)$ 有三个零点 D. $\exists k > 0$, 使得 $f(x)$ 有三个零点

12. 已知函数 $f(x) = e^x + x - 2$ 的零点为 x_1 , 函数 $g(x) = \ln x + x - 2$ 的零点为 x_2 , 则 ()

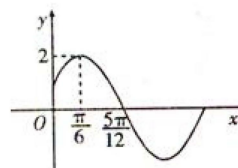
- A. $x_1 + x_2 = 2$ B. $2x_1 > x_2$ C. $e^{x_1} + e^{x_2} > 2e$ D. $x_1 x_2 < \frac{\sqrt{e}}{2}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

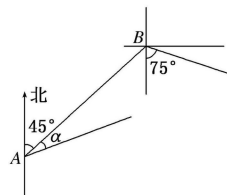
13. 已知 $f(x)$ 定义域为 $[-1, 1]$, 值域为 $[0, 1]$, 且 $f(-x) - f(x) = 0$, 写出一个满足条件的

$f(x)$ 的解析式是 _____

14. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 的解析式为_____



15. 在一次海上联合作战演习中, 红方一艘侦察艇发现在北偏东 45° 方向, 相距 12 公里的水面上, 有蓝方一艘小艇正以每小时 10 公里的速度沿南偏东 75° 方向前进, 若侦察艇以每小时 14 公里的速度, 沿北偏东 $45^\circ + \alpha$ 方向拦截蓝方的小艇. 若要在最短的时间内拦截住, 则红方侦察艇所需的时间为_____小时, 角 α 的正弦值为_____. (对一个得 3 分, 全对得 5 分)



16. 若存在两个正实数 x, y 使等式 $2x + m(y - 2ex)(\ln y - \ln x) = 0$ 成立, (其中 $e = 2.71828\dots$) 则实数 m 的取值范围是_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

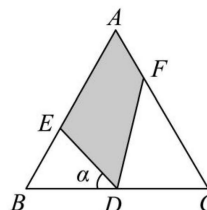
17. (本小题 10 分)

已知 $\triangle ABC$ 中角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 满足 $\frac{c}{a} \cos B + \frac{b}{a} \cos C = 3 \cos C$.

- (1) 求 $\sin C$ 的值;
- (2) 若 $a = b + \sqrt{2}, c = 3\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. (本小题 12 分)

如图为一块边长为 2km 的等边三角形地块 ABC , 现对这块地进行改造, 计划从 BC 的中点 D 出发引出两条成 60° 角的线段 DE 和 DF ($\angle EDF = 60^\circ, E, F$ 分别在边 AB, AC 上), 与 AB 和 AC 围成四边形区域 $AEDF$, 在该区域内种上花草进行绿化改造, 设 $\angle BDE = \alpha$.



- (1) 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 求花草绿化区域 $AEDF$ 的面积;
- (2) 求花草绿化区域 $AEDF$ 的面积 $S(\alpha)$ 的取值范围.

19. (本小题 12 分)

已知 A 为 $\triangle ABC$ 的内角, 函数 $f(x) = \cos(\frac{3\pi}{2} + x) \cdot \sin(A - x)$ 的最大值为 $\frac{1}{4}$.

(1) 求 $\angle A$;

(2) 设 $g(x) = 2(f(x) + \frac{1}{4})$, 且 $m < 0$, 若方程 $4[g(x)]^2 - m[g(x)] + 1 = 0$ 在 $x \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ 内有两个不同的解, 求实数 m 取值范围.

20. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = e^{2x} - a \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的零点的个数;

(2) 证明: 当 $a > 0$ 时 $f(x) \geq 2a + a \ln \frac{2}{a}$.

21. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x \ln(1+x)$

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 设 $g(x) = f'(x)$, 讨论函数 $g(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的单调性;

(3) 证明: 对任意的 $s, t \in (0, +\infty)$, 有 $f(s+t) > f(s) + f(t)$.

22. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = xe^{ax}$.

(1) 求 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上的最大值;

(2) 已知 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线与 x 轴平行, 若存在 $x_1, x_2 \in R$, $x_1 < x_2$, 使得 $f(x_1) = f(x_2)$,

证明: $x_1 e^{x_2} > e$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

