

绝密★启用前

# 高三数学考试(理科)

(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

## 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{x | x < 3x - 1\}$ ,  $B = \{x | -1 < x < 3\}$ , 则  $A \cup B =$ 
  - A.  $(-1, +\infty)$
  - B.  $(\frac{1}{2}, 3)$
  - C.  $(-\infty, 3)$
  - D.  $(-1, \frac{1}{2})$
2. 若向量  $\vec{AB} = (-5, 1)$ ,  $\vec{BC} = (2, 2)$ ,  $\vec{CD} = (m, 2m + 1)$ , 且  $\vec{AC} \parallel \vec{CD}$ , 则  $m =$ 
  - A.  $-\frac{1}{3}$
  - B.  $\frac{1}{3}$
  - C.  $-1$
  - D.  $1$
3. 函数  $f(x) = \sin(3x - \frac{\pi}{3})$  在  $[0, \pi]$  内零点的个数为
  - A. 1
  - B. 2
  - C. 3
  - D. 4
4. 若两个复数的实部相等或虚部相等, 则称这两个复数为同部复数. 已知  $z = (1 - i)^3$ , 则下列复数是  $z$  的同部复数的是
  - A.  $2 + i$
  - B.  $3 - 2i$
  - C.  $4 - i$
  - D.  $-3 + 2i$
5. 关于  $\theta$ , 甲、乙、丙、丁四人有不同的判断. 甲:  $\theta$  是第三象限角. 乙:  $\tan \theta = \frac{1}{2}$ . 丙:  $\tan 2\theta > 1$ . 丁:  $\tan(\theta - \pi)$  不小于 2. 若这四人只有一人判断错误, 则此人是
  - A. 甲
  - B. 乙
  - C. 丙
  - D. 丁
6. 某几何体的三视图如图所示, 其中正视图与侧视图都是长为 1, 宽为  $\frac{2}{3}$  的矩形, 俯视图为扇形, 若球  $O$  的体积与该几何体的体积相等, 则球  $O$  的半径为
  - A.  $\frac{1}{2}$
  - B.  $\frac{2}{3}$
  - C. 1
  - D.  $\frac{3}{4}$

7. 甲、乙两人进行乒乓球比赛,采用七局四胜制,先赢四局者获胜,没有平局,甲每局赢的概率为  $\frac{1}{2}$ ,已知前两局甲都输了,则甲最后获胜的概率为

- A.  $\frac{1}{16}$                       B.  $\frac{1}{8}$                       C.  $\frac{3}{16}$                       D.  $\frac{1}{4}$

8. 某广场的一个椭圆球水景雕塑如图所示,其横截面为圆,过横截面圆心的纵截面为椭圆, $F_1, F_2$  分别为该椭圆的两个焦点, $PQ$  为该椭圆过点  $F_2$  的一条弦,且  $\triangle PQF_1$  的周长为  $3|F_1F_2|$ . 若该椭圆球横截面的最大直径为 2 米,则该椭圆的高为



- A.  $\frac{2\sqrt{10}}{3}$  米                      B.  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$  米  
C.  $\frac{8}{3}$  米                      D.  $\frac{12}{5}$  米

9. 已知  $f(x)$  为奇函数,当  $0 \leq x \leq 2$  时,  $f(x) = 2x - x^2$ ,当  $x > 2$  时,  $f(x) = |x - 3| - 1$ ,则

- A.  $-f(-\sqrt{26}) > f(2^{0.3}) > f(3^{0.3})$                       B.  $f(2^{0.3}) > f(3^{0.3}) > -f(-\sqrt{26})$   
C.  $-f(-\sqrt{26}) > f(3^{0.3}) > f(2^{0.3})$                       D.  $f(3^{0.3}) > f(2^{0.3}) > -f(-\sqrt{26})$

10. 若不等式组  $\begin{cases} x+3y \leq 0, \\ x-3y-6 \leq 0, \\ x+y+2 \geq 0 \end{cases}$  表示的可行域与圆  $(x-1)^2 + y^2 = m$  有公共点,则  $m$  的取值范围是

- A.  $[\frac{\sqrt{10}}{10}, \sqrt{17}]$                       B.  $[\frac{1}{10}, \sqrt{17}]$                       C.  $[\frac{\sqrt{17}}{10}, 17]$                       D.  $[\frac{1}{10}, 17]$

11. 在空间直角坐标系中,已知  $A(a^2, 2a, 6), B(0, 0, 1), C(1, 1, 2), D(-1, 0, 3), E(a^2, 0, 5)$ ,则当点  $A$  到平面  $BCD$  的距离最小时,直线  $AE$  与平面  $BCD$  所成角的正弦值为

- A.  $\frac{2\sqrt{42}}{21}$                       B.  $\frac{\sqrt{14}}{7}$                       C.  $\frac{4\sqrt{35}}{35}$                       D.  $\frac{4}{7}$

12. 设  $P$  为抛物线  $C: y^2 = 4x$  上的动点, $A(2, 4)$  关于  $P$  的对称点为  $B$ ,记  $P$  到直线  $x = -1, x = -3$  的距离分别为  $d_1, d_2$ ,则  $d_1 + d_2 + |AB|$  的最小值为

- A.  $2\sqrt{17} + 2$                       B.  $2\sqrt{13} + 2$   
C.  $\sqrt{17} + 2$                       D.  $\sqrt{13} + \sqrt{17} + 2$

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某工厂要对生产流水线上的 600 个零件(编号为 001, 002, ..., 599, 600)进行抽检,若采用系统抽样的方法抽检 50 个零件,且编号为 015 的零件被抽检,则被抽检的零件的最小编号为

14. 若  $\lg x = 2\lg y, \lg(x+y) = \lg y - \lg x$ ,则  $y^2 + y^3 =$   $\blacktriangle$ .

15. 中国古代数学名著《海岛算经》记录了一个计算山高的问题(如图 1):今有望海岛,立两表于,高三丈,前后相去千步,令后表与前表相直. 从前表却行一百二十三步,人目着地取望岛峰,与表末参合. 从后表却行百二十七步,人目着地取望岛峰,亦与表末参合. 问岛高及去表各几何? 假设古代有类似的一个问题,如图 2,要测量海岛上一座山峰的高度  $AH$ ,立两根高 48 丈的标杆  $BC$  和  $DE$ ,两竿相距  $BD = 800$  步, $D, B, H$  三点共线且在同一水平面上,从点

B 退行 100 步到点 F, 此时 A, C, F 三点共线, 从点 D 退行 120 步到点 G, 此时 A, E, G 三点也共线, 则山峰的高度  $AH = \underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$  步. (古制单位: 180 丈 = 300 步) 来源: 高三答案公众号

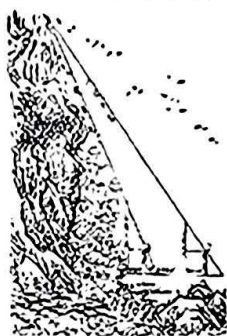


图 1

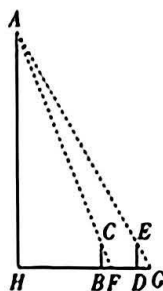


图 2

16. 若存在实数  $a, b (0 < b < 2)$ , 使得关于  $x$  的不等式  $3x^{\frac{2}{3}} \leq ax + b \leq 2x^2 + 2$  对  $x \in (0, +\infty)$  恒成立, 则  $b$  的最大值是  $\underline{\hspace{2cm} \blacktriangle \hspace{2cm}}$ .

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知  $\{a_n\}, \{b_n\}$  分别为等差数列, 等比数列, 且  $a_1 = 1, b_1 = 2, a_3 = 3, b_2 = 4$ .

(1) 求  $\{a_n\}, \{b_n\}$  的通项公式;

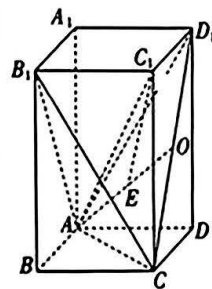
(2) 求数列  $\{a_{2n} + 3b_{2n-1}\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

18. (12 分)

在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $O$  为  $CD_1$  的中点, 且点  $E$  既在平面  $AB_1C_1$  内, 又在平面  $ACD_1$  内.

(1) 证明:  $E \in AO$ .

(2) 若  $AA_1 = 4, E$  为  $AO$  的中点, 且  $\overrightarrow{B_1C} \cdot \overrightarrow{C_1E} = 6$ , 求正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的侧面积.

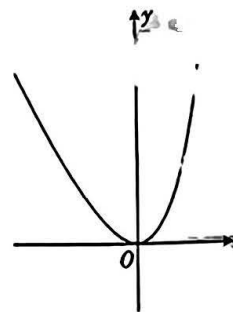


19. (12 分)

已知函数  $f(x) = ae^x + bx - 2$  的部分图象如图所示.

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 若  $f(x) + f(2x) > 6x + m$  对  $x \in \mathbf{R}$  恒成立, 求  $m$  的取值范围.





20. (12分)

已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  经过点  $(3, \frac{\sqrt{6}}{2})$ , 右焦点为  $F(c, 0)$ , 且  $c^2, a^2, b^2$  成等差数列.

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 过  $F$  的直线与  $C$  的右支交于  $P, Q$  两点 ( $P$  在  $Q$  的上方),  $PQ$  的中点为  $M$ ,  $M$  在直线  $l: x = 2$  上的射影为  $N$ ,  $O$  为坐标原点, 设  $\triangle POQ$  的面积为  $S$ , 直线  $PN, QN$  的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 证明:  $\frac{k_1 - k_2}{S}$  是定值.

21. (12分)

为落实食品安全的“两个责任”, 某市的食品药品监督管理部门和卫生监督管理部门在市人民政府召开之际特别邀请相关代表建言献策. 为保证政策制定的公平合理性, 两个部门将首先征求相关专家的意见和建议, 已知专家库中共有 5 位成员, 两个部门分别独立地发出邀请, 邀请的名单从专家库中随机产生, 两个部门均邀请 2 位专家, 收到食品药品监督管理部门或卫生监督管理部门的邀请后, 专家如约参加会议. 来源: 高三答案公众号

(1) 设参加会议的专家代表共  $X$  名, 求  $X$  的分布列与数学期望.

(2) 为增强政策的普适性及可行性, 在征求专家建议后, 这两个部门从网络评选出的 100 位热心市民中抽取部分市民作为群众代表开展座谈会, 以便为政策提供支持和补充意见. 已知这两个部门的邀请相互独立, 邀请的名单从这 100 名热心市民中随机产生, 食品药品监督管理部门邀请了  $m (m \in \mathbb{N}^*, 2 < m < 100)$  名代表, 卫生监督管理部门邀请了  $n (n \in \mathbb{N}^*, 2 < n < 100)$  名代表, 假设收到食品药品监督管理部门或卫生监督管理部门的邀请后, 群众代表如约参加座谈会, 且  $m + n > 100$ ; 请利用最大似然估计法估计参加会议的群众代表的人数. (备注: 最大似然估计即最大概率估计, 即当  $P(X = k)$  取值最大时,  $X$  的估计值为  $k$ )

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos \alpha, \\ y = -\frac{1}{2} + \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以  $O$  为极点,  $x$  轴正

半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求圆  $C$  的极坐标方程;

(2)  $A, B$  是圆  $C$  上的两点, 且  $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$ , 求  $\triangle AOB$  面积的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = |x^2 - 2x - 3| + |x^2 - 2x - 8|$ .

(1) 求  $f(x)$  的最小值, 并指出此时  $x$  的取值集合;

(2) 求不等式  $f(x) > 19$  的解集.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

