

上饶市一中 2023-2024 学年上学期高三第一次月考

数学试卷

考试时间：2023 年 10 月 考试时长：120 分钟 满分：150 分

命题人：胡晓艳 审题人：孙晶晶

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号框涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号框，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，上交答题卡。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x | x > 0\}$, 则 $\{x | -1 < x \leq 0\} =$ ()

- A. $\partial_{\mathbb{R}}(A \cap B)$ B. $\partial_{\mathbb{R}}(A \cup B)$ C. $A \cup \partial_{\mathbb{R}}B$ D. $A \cap \partial_{\mathbb{R}}B$

2. “ $\ln a \cdot \ln b > 0$ ” 是 “ $(a-1)(b-1) > 0$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

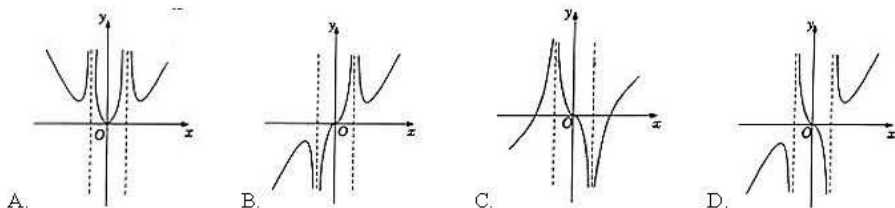
3. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. $-\frac{2}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

4. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 - ax + 3a)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上递增，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 4)$ B. $(-4, 4)$ C. $(-4, 4]$ D. $[-4, +\infty)$

5. 函数 $f(x) = \frac{4^x - 4^{-x}}{x^2 + |x| - 2}$ 的图象大致为 ()



A.

B.

C.

D.

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, $C = 60^\circ$, $a^2 + b^2 = 5ab$, 则 $c =$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

7. 保护环境功在当代, 利在千秋, 良好的生态环境既是自然财富, 也是经济财富, 关系社会发展的潜力和后劲. 某工厂将生产产生的废气经过过滤后排放, 已知过滤过程中的污染物的残留数量 P (单位: 毫克/升) 与过滤时间 t (单位: 小时) 之间的函数关系为 $P = P_0 \cdot e^{-kt}$ ($t \geq 0$), 其中 k 为常数, $k > 0$, P_0 为原污染物数量. 该工厂某次过滤废气时, 若前 9 个小时废气中的污染物恰好被过滤掉 80%, 那么再继续过滤 3 小时, 废气中污染物的残留量约为原污染物的 () 参考数据: $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0.585$.

A. 9% B. 10% C. 12% D. 14%

8. 已知 $a = \sin \frac{\pi}{16}$, $b = 0.25$, $c = 2 \ln 2 - \ln 3$ 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < c < b$ B. $b < a < c$ C. $a < b < c$ D. $b < c < a$

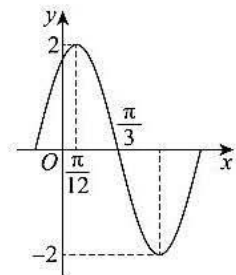
二、多项选择题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知 a, b, c, d 均为实数, 则下列命题中正确的是 ()

A. 若 $ab < 0$, $bc - ad > 0$, 则 $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$ B. 若 $ab > 0$, $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $bc - ad > 0$

C. 若 $bc - ad > 0$, $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $ab > 0$ D. 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则 $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{ab}$

10. 函数 $f(x) = A \sin(ax + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则下列结论正确的是 ()



A. $\omega = 2$

B. $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{5\pi}{12}$ 对称

C. 将 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 得到的图象关于原点对称

D. 若 $y = f(\lambda x) (\lambda > 0)$ 在 $[0, \pi]$ 上有且仅有一个零点, 则 $\lambda \in \left[\frac{1}{3}, \frac{5}{6}\right)$

11. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$, 其导函数 $f'(x)$ 的定义域也为 \mathbb{R} . 若 $f(x+2) = -f(x)$, 且 $f(x-1)$ 为奇函数, 则 ()

A. $f(1) = 0$ B. $f(2024) = 0$ C. $f'(x) = -f'(-x)$ D. $f'(x) = f'(2022-x)$

12. 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $3f(x) + xf'(x) > 0$, 则对任意 $x_1 < x_2$, 下列结论成立的是 ()

A. $\frac{x_1^3}{x_2^3} < \frac{f(x_2)}{f(x_1)}$ B. $e^{3x_1} f(e^{x_1}) > 0$

C. 不存在 x_1, x_2 , 使得 $x_1^6 f(x_1^2) = x_2^6 f(x_2^2)$ D. 存在 x_1, x_2 , 使得 $\frac{x_1^3}{x_2^3} f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) < f(1)$

三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知函数 $f(x) = e^x \sin 2x$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知命题 $p: |x-a| < 4$, 命题 $q: (x-1)(2-x) > 0$, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知 $x > 0, y > 0$ 且 $\frac{1}{2x+1} + \frac{1}{y+1} = 1$, 则 $x+y$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $2xf(x) + x^2 f'(x) < 0$, $f(2) = \frac{3}{4}$, 则关于 x 的不等式

$f(x) > \frac{3}{x^2}$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $2a_1 + 3a_2 = 1$, $a_3^2 = 9a_2 a_6$.

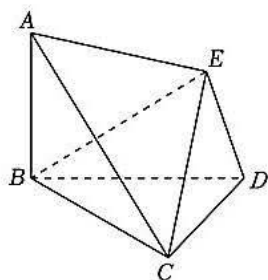
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \dots + \log_3 a_n$, 求数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. 已知函数 $f(x) = 4 \sin x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}$

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间;
(2) 函数 $f(x)$ 在区间 $[0, m]$ 内有三个零点, 求 m 的取值范围.

19. 如图, 在多面体 $ABCDE$ 中, $AB \perp$ 平面 BCD , 平面 $ECD \perp$ 平面 BCD , 其中 $\triangle ECD$ 是边长为 2 的正三角形, $\triangle BCD$ 是以 $\angle BDC$ 为直角的等腰三角形, $AB = \sqrt{3}$.



- (1) 证明: $AE \parallel$ 平面 BCD .
(2) 求平面 ACE 与平面 BDE 的夹角的余弦值.

20. 密铺, 即平面图形的镶嵌, 指用形状、大小完全相同的平面图形进行拼接, 使彼此之间不留空隙、不重叠地铺成一片. 皇冠图形 (图 1) 是一个密铺图形, 它由四个完全相同的平面凹四边形组成. 为测皇冠图形的面积, 测得在平面凹四边形 $ABCD$ (图 2) 中, $AB = 5$, $BC = 8$, $\angle ABC = 60^\circ$.

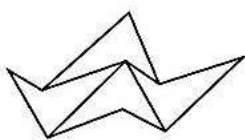
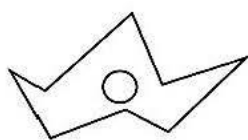


图 1

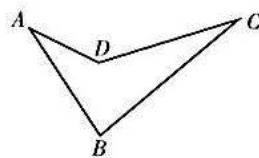


图 2

- (1) 若 $CD = 5$, $AD = 3$, 求平面凹四边形 $ABCD$ 的面积;
(2) 若 $\angle ADC = 120^\circ$, 求平面凹四边形 $ABCD$ 的面积的最小值.

21. 某工厂计划投资一定数额的资金生产甲、乙两种新产品. 甲产品的平均成本利润 $f(x)$ (单位: 万元) 与投

资成本 x (单位: 万元) 满足: $f(x) = \frac{a \ln x}{x} + \frac{5}{x} - b$ (a, b 为常数, $a, b \in \mathbf{R}$); 乙产品的平均成本利润

$g(x)$ (单位: 万元) 与投资成本 x (单位: 万元) 满足: $g(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x}$. 已知投资甲产品为 1 万元, 10 万元

时, 获得的利润分别为 5 万元, 16.515 万元. (平均成本利润 = $\frac{\text{利润}}{\text{投资成本}}$)

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若该工厂计划投入 50 万元用于甲, 乙两种新产品的生产, 每种产品投资不少于 10 万元, 问怎样分配这 50 万元, 才能使该工厂获得最大利润? 最大利润为多少万元? (参考数据: $\ln 10 = 2.303, \ln 5 = 1.609$)

22. 已知函数 $f(x) = ae^x + x + 1$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $x > 1$ 时, $f(x) > \ln \frac{x-1}{a} + x$, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长, 在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南, 请关注**自主选拔在线**官方微信号: [zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线