2023年高考考前仿真模拟二

数学参考答案

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	B	B	C	C	D

1. C 【解析】因为 $A=\{x|y=\sqrt{3-x}\}=\{x|3-x\geqslant 0\}=\{x|x\leqslant 3\}$，又 $B=\{1,2,3,4\}$，所以 $A\cap B=\{1,2,3\}$. 故选 C.

2. A 【解析】$z=\frac{3+i^3}{1+2i}=\frac{3-i}{1+2i}$，$|z|=\frac{\sqrt{3^2+(-1)^2}}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{2}$. 故选 A.

3. D 【解析】$f(x)=\sin(x+\varphi)\cos(x+\varphi)=\frac{1}{2}\sin(2x+2\varphi)$，由题意，$2\times\left(-\frac{\pi}{4}\right)+2\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，解得 $\varphi=\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，故当 $k=0$ 时，φ 取得最小正值 $\frac{\pi}{2}$. 故选 D.

4. B 【解析】$|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|=(|PF_1|-|PF_2|)^2$，椭圆上的点 P 满足 $|PF_1|-|PF_2|\leqslant|F_1F_2|$，当点 P 为 F_1F_2 的延长线与 C 的交点时，$|PF_1|-|PF_2|$ 取得最大值，最大值为 $|F_1F_2|=4$. 所以 $|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|$ 的最大值为 16. 故选 B.

5. B 【解析】因为 $\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{30}}{6}$，所以 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=1-2\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=1-2\times\left(\frac{\sqrt{30}}{6}\right)^2=-\frac{2}{3}$，即 $\sin\alpha=-\frac{2}{3}$，则 $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$，$\cos 4\alpha=2\cos^2 2\alpha-1=2\times\left(\frac{1}{9}\right)^2-1=-\frac{79}{81}$. 故选 B.

6. C 【解析】设圆锥的底面半径为 r，高为 h，则该圆锥的体积 $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=9\sqrt{3}\pi$，

又 $h^2+r^2=6^2$，得 $r^2=36-h^2$，代入 $\frac{1}{3}\pi r^2h=9\sqrt{3}\pi$ 中，得 $\frac{1}{3}\pi(36-h^2)h=9\sqrt{3}\pi$，得 $(36-h^2)h=27\sqrt{3}$，

化简得 $h^3-36h+27\sqrt{3}=0$，得 $h^3-3\sqrt{3}h^2+3\sqrt{3}h^2-27h-9h+27\sqrt{3}=0$，

得 $(h-3\sqrt{3})(h^2+3\sqrt{3}h-9)=0$，解得 $h=3\sqrt{3}$ 或 $h=\frac{-3\sqrt{3}+3\sqrt{7}}{2}$ 或 $h=\frac{-3\sqrt{3}-3\sqrt{7}}{2}$（舍去）. 故选 C.

7. C 【解析】依题意甲、乙两人所选课程有如下情形：①有一门相同，②两门都相同，③两门都不相同，故 A 与 B 互斥不对立，A 与 C 不互斥，所以 $P(A)=\frac{C_4^1\cdot C_3^1\cdot C_2^1}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{2}{3}$，$P(B)=\frac{C_4^2}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{1}{6}$，$P(C)=\frac{C_3^2\cdot C_3^2}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{1}{4}$，且 $P(AC)=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_4^2\cdot C_4^2}=\frac{1}{6}$，$P(BC)=0$，所以 $P(AC)=P(A)\cdot P(C)$，$P(BC)\neq P(B)\cdot P(C)$，即 A 与 C 相互独立，B 与 C 不相互独立. 故选 C.

8. D 【解析】设切点 $P(x_0,\ln x_0)$. 因为 $y=\ln x$，所以 $y'=\frac{1}{x}$，所以点 P 处的切线方程为 $y-\ln x_0=\frac{1}{x_0}(x-x_0)$，

又因为切线经过点 (a,b)，所以 $b-\ln x_0=\frac{1}{x_0}(a-x_0)$，即 $b+1=\ln x_0+\frac{a}{x_0}$，

令 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}(x>0)$，则 $y=b+1$ 与 $f(x)=\ln x+\frac{a}{x}(x>0)$ 有且仅有 1 个交点，

$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{a}{x^2}=\frac{x-a}{x^2}$，当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$ 恒成立，所以 $f(x)$ 单调递增，符合题意；

当 $a>0$ 时，当 $0<x<a$ 时，$f'(x)<0$，当 $x>a$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)_{\min}=f(a)=\ln a+1$

则 $b+1=\ln a+1$，即 $b=\ln a$.

综上，$a\leqslant 0$ 或 $b=\ln a$. 故选 D.

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

题 号	9	10	11	12
答 案	BC	AB	ABC	BC

9. BC 【解析】对 A,该组数据众数为 1,故 A 错误;

对 B,极差为 $4-1=3$,故 B 正确;

对 C,平均数为 $\frac{1+1+2+4+1+4+1+2}{8}=2$,故 C 正确;

对 D,数据从小到大排列为 1,1,1,1,2,2,4,4,因为 $8\times50\%=4$,所以这组数据的 50% 分位数为 $\frac{1+2}{2}=1.5$,故 D 错误. 故选 BC.

10. AB 【解析】因为 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=(2,-1)\cdot(1,2)=0$,所以 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$,则 A 正确;

$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{c}|=\sqrt{5}$,则 B 正确;

因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,所以设 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}=\lambda(2,-1)=(2\lambda,-\lambda)$,

因为 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{c}|=2\sqrt{5}$,所以 $\sqrt{(2\lambda)^2+(-\lambda)^2}=2\sqrt{5}$,解得 $\lambda=\pm2$,所以 $\boldsymbol{b}=(4,-2)$ 或 $\boldsymbol{b}=(-4,2)$,

故 C 错误;

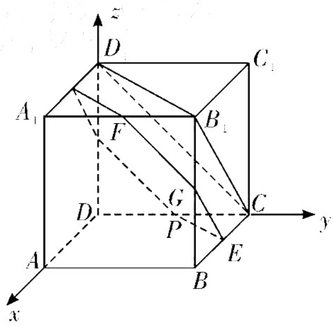
$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}=(3,1)\neq\boldsymbol{b}$,故 D 错误. 故选 AB.

11. ABC 【解析】圆 $C_1:(x-2)^2+y^2=4$ 的圆心坐标 $C_1(2,0)$,半径 $r=2$,圆 $C_2:x^2+y^2+2x-8y+13=0$,即 $(x+1)^2+(y-4)^2=4$ 的圆心坐标 $C_2(-1,4)$,半径 $R=2$,所以圆心距 $|C_1C_2|=\sqrt{(-1-2)^2+(4-0)^2}=5$,

因为 $|C_1C_2|>R+r$,所以两圆外离. 故 A 正确;

因为 P 在圆 C_1 上,Q 在圆 C_2 上,所以 $|PQ|_{\min}=|C_1C_2|-R-r=1$,$|PQ|_{\max}=|C_1C_2|+R+r=9$,故 B、C 正确;

因为圆心 $C_2(-1,4)$ 到直线 $3x-4y+4=0$ 的距离 $d=\frac{|-1\times3-4\times4+4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3\neq R$,所以 $3x-4y+4=0$ 不是两圆公切线,故 D 错误. 故选 ABC.



12. BC 【解析】如图,FP 所在的平面与正方体表面的交线为如图所示正六边形,故 A 错误,B 正确;

以 DA,DC,DD_1 所在的直线分别为 x,y,z 轴建立如图所示的空间直角坐标系,

其中,E,G 分别是 BC,CD 的中点,

则直线 GE 的方程为 $\begin{cases}x-y+1=0,\\z=0,\end{cases}$ 所以不妨设线段 GE 上的点 $P(x,x+1,0)(0\leqslant x\leqslant1)$,

点 $F(2,1,2)$,则 $|FP|=\sqrt{(x-2)^2+(x+1-1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{2x^2-4x+8}=\sqrt{2(x-1)^2+6}$,

所以当 $x=0$ 时,$|FP|_{\max}=2\sqrt{2}$;当 $x=1$ 时,$|FP|_{\min}=\sqrt{6}$. 故 C 正确,D 错误. 故选 BC.

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 1 【解析】由题设,$f(-x)=\frac{4^{-x}+a}{2^{-x}}=2^x(4^{-x}+a)=f(x)=\frac{4^x+a}{2^x}$,所以 $4^x(4^{-x}+a)=4^x+a$,得 $1+a\cdot4^x=4^x+a$,得 $(a-1)(4^x-1)=0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 均成立,所以 $a-1=0$,解得 $a=1$.

14. 2^x(答案不唯一) 【解析】因为函数 $f(x)$ 满足 $f(x-y)=\frac{f(x)}{f(y)}$,且 $f(1)<f(3)$,所以符合上述条件的函数 $f(x)=2^x$.

15. 2 【解析】由题设,直线 $OP:y=x$,

由 $\begin{cases}y=x,\\y^2=2px,\end{cases}$ 可得 $x=y=2p$,所以 $P(2p,2p)$,

所以 $|PO|=2\sqrt{2}p=4\sqrt{2}$,解得 $p=2$,又 $F\left(\frac{p}{2},0\right)$,即 $F(1,0)$,所以 $S_{\triangle POF}=\frac{1}{2}\times1\times2p=2$

16. 1712 【解析】第一条线段与第二条线段所夹的角 $\theta_1=60^\circ$，由此类推，$\theta_2=90^\circ$，$\theta_3=90^\circ$，$\theta_4=108^\circ$，$\theta_5=108^\circ$，$\theta_6=108^\circ$，$\theta_7=120^\circ$，$\theta_8=120^\circ$，$\theta_9=120^\circ$，$\theta_9=120^\circ$，…，

观察规律，三角形会有 1 个相等的角，并且角的度数恰好是其内角的度数，

正方形有 2 个 90°，正五边形有 3 个 108°，正六边形有 4 个 120°，…，

所以正 k 多边形有 $k-2$ 个 $\frac{180^\circ(k-2)}{k}$.

要使 $\theta_k>174^\circ$，需使 $\frac{180^\circ(k-2)}{k}>174^\circ$，解得 $k>60$，所以 k 的最小值为 61.

又观察图形得：正三角形画 2 条线段，正方形画 2 条线段，正五边形画 3 条线段，正六边形画 4 条线段，…，正 k 边形画 $k-2$ 条线段，

所以画完正 k 多边形时，画线段的条数为 $m=2+2+3+4+\cdots+(k-2)=2+\frac{k(k-3)}{2}$，

当 $k=60$ 时，$m=1712$，所以从第 1712 条线段与第 1713 条线段所夹的角开始都满足 $\theta_n>174^\circ$，

即满足 $\theta_n>174^\circ$ 的最小 n 值为 1712.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.【解析】(1)设等差数列 $\{a_n\}$ 的首项和公差分别为 a_1，d，

由题意可知 $\begin{cases}S_{14}+S_8=14a_1+\frac{14\times 13}{2}d+8a_1+\frac{8\times 7}{2}d=18,\\ 2a_1+10d=0,\end{cases}$ ……………………(2 分)

化简得 $\begin{cases}22a_1+119d=18,\\ 2a_1+10d=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}d=2,\\ a_1=-10.\end{cases}$ ……………………(4 分)

所以 $a_n=-10+2(n-1)=2n-12$. ……………………(5 分)

(2)由(1)知：当 $6\leqslant n$，$n\in\mathbf{N}$ 时，$a_n\geqslant 0$；当 $1\leqslant n\leqslant 5$，$n\in\mathbf{N}$ 时，$a_n<0$，……………………(6 分)

所以 $\sum\limits_{k=1}^{100}|a_k|=-a_1+(-a_2)+(-a_3)+(-a_4)+(-a_5)+a_6+a_7+a_8+\cdots+a_{100}$

$=a_1+a_2+\cdots+a_{100}+2[-a_1+(-a_2)+(-a_3)+(-a_4)+(-a_5)]$

$=S_{100}-2S_5=100\times(-10)+\frac{100\times 99}{2}\times 2-2\times\left[5\times(-10)+\frac{5\times 4}{2}\times 2\right]$

$=-1000+9900+60=8960$. ……………………(10 分)

18.【解析】(1)调整前，

偏矮率为 $P(X<\mu-\sigma)=\frac{1-0.6827}{2}=0.15865$，……………………(1.5 分)

正常率为 $P(\mu-\sigma\leqslant X<\mu)=\frac{0.6827}{2}=0.34135$，……………………(3 分)

偏高率为 $P(\mu\leqslant X<\mu+\sigma)=\frac{0.6827}{2}=0.34135$，……………………(4.5 分)

超高率为 $P(X>\mu+\sigma)=\frac{1-0.6827}{2}=0.15865$. ……………………(6 分)

(2)调整前，

身高指数平均得分为 $0.15865\times 50+0.34135\times 70+0.34135\times 80+0.15865\times 90=73.4135$；…………(8 分)

调整后，偏高率为 $\frac{12}{30}=0.4$，……………………(9 分)

超高率为 $\frac{6}{30}=0.2$，……………………(10 分)

身高指数平均得分为 $0.1\times 50+0.3\times 70+0.4\times 80+0.2\times 90=76$，……………………(11 分)

由上可知，调整后偏高率、超高率增加，身高指数平均得分增加，说明学校采取的措施效果好. ………(12 分)

19.【解析】(1)因为 $2a\cos^2\frac{B}{2}=2\sqrt{3}S=2\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}bc\sin A$，即 $2a\cos^2\frac{B}{2}=\sqrt{3}b\sin A$，

所以 $a(1+\cos B)=\sqrt{3}b\sin A$，……………………

由正弦定理得 $\sin A(1+\cos B)=\sqrt{3}\sin B\sin A$，……………………

整理得$\sqrt{3}\sin B-\cos B=1$,所以 $\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$, ………………………………………………………… (4 分)

因为 $B\in(0,\pi)$,所以 $B-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$,所以 $B-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$,

所以 $B=\frac{\pi}{3}$. ………………………………………………………………………………………… (6 分)

(2)在$\triangle ABD$ 中,由余弦定理得 $\cos B=\frac{AB^2+BD^2-AD^2}{2AB\cdot BD}=\frac{4^2+2^2-AD^2}{2\times4\times2}=\frac{1}{2}$,

解得 $AD=2\sqrt{3}$, ……………………………………………………………………………………… (8 分)

再由余弦定理得 $\cos\angle BAD=\frac{4^2+(2\sqrt{3})^2-2^2}{2\times4\times2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以$\angle BAD=\frac{\pi}{6}$, ………………………………………………………………………………… (10 分)

所以$\angle DAC=\angle BAD=\frac{\pi}{6}$,所以$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$, ………………………………………………… (11 分)

所以$\triangle ABC$ 是等边三角形,所以$\triangle ABC$ 的周长为 12. ……………………………………… (12 分)

20.【解析】(1)因为在直三棱柱 $ABC-A'B'C'$中,$\angle ABC=120°$,$AB=BC=2$,

在$\triangle ABC$ 中,由余弦定理得 $\cos\angle ABC=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=\frac{2^2+2^2-AC^2}{2\times2\times2}=-\frac{1}{2}$,

解得 $AC=2\sqrt{3}$, ……………………………………………………………………………………… (1 分)

则 $AE=\frac{1}{3}AC=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, ……………………………………………………………………… (2 分)

在$\triangle ABE$ 中,由余弦定理得 $\cos\angle BAE=\frac{AB^2+AE^2-BE^2}{2AB\cdot AE}=\frac{2^2+\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2-BE^2}{2\times2\times\frac{2\sqrt{3}}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

解得 $BE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, ……………………………………………………………………………………… (3 分)

又 $AC=BB'=2\sqrt{3}$,所以 $BD=\frac{1}{2}BB'=\sqrt{3}$, ………………………………………………… (4 分)

在直角三角形 DBE 中,$DE=\sqrt{DB^2+BE^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{39}}{3}$. …………………………… (5 分)

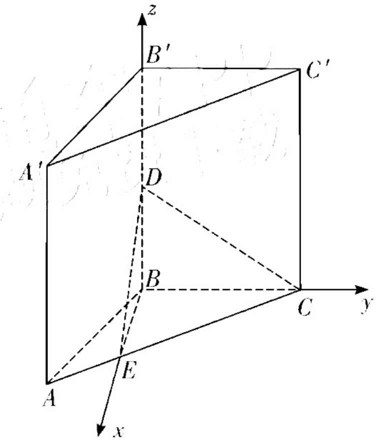
(2)因为 $AE=BE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,

所以$\angle ABE=\angle BAE=30°$,

则$\angle CBE=\angle ABC-\angle ABE=120°-30°=90°$,

则 BE,BC,BB'两两互相垂直, …………………………………………………………………………… (6 分)

以 B 为原点,分别以 BE,BC,BB'所在的直线为 x,y,z 轴建立如下图所示的空间直角坐标系:



则点 $C(0,2,0)$,$D(0,0,\sqrt{3})$,$E\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},0,0\right)$,

则$\overrightarrow{CD}=(0,-2,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{CE}=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},-2,0\right)$，…………（7分）

设平面CDE的法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

由$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}=(x,y,z)\cdot(0,-2,\sqrt{3})=-2y+\sqrt{3}z=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CE}=(x,y,z)\cdot\left(\frac{2\sqrt{3}}{3},-2,0\right)=\frac{2\sqrt{3}}{3}x-2y=0,\end{cases}$得$\begin{cases}z=\frac{2\sqrt{3}}{3}y,\\ x=\sqrt{3}y,\end{cases}$

令$y=\sqrt{3}$，得平面CDE的一个法向量为$\boldsymbol{n}=(3,\sqrt{3},2)$；…………（9分）

平面BDE的一个法向量为$\boldsymbol{m}=(0,1,0)$．…………（10分）

设平面CDE与平面BDE夹角的大小为θ，

则$\cos\theta=\left|\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}\right|=\left|\frac{(0,1,0)\cdot(3,\sqrt{3},2)}{1\times4}\right|=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

故平面CDE与平面BDE夹角的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$．…………（12分）

21.【解析】(1)由$|MF_1|-|MF_2|=4$及双曲线的定义，得$2a=4$，解得$a=2$，…………（1分）

由三角形的性质得$|MA_1|+|MF_2|>|A_1F_2|=a+c=2+c$，

又$|MA_1|+|MF_2|>2+\sqrt{7}$恒成立，所以$2+\sqrt{7}\leqslant2+c$，解得$c\geqslant\sqrt{7}$．…………（2分）

因为该双曲线离心率小于等于$\frac{\sqrt{7}}{2}$，

所以$\frac{c}{a}\leqslant\frac{\sqrt{7}}{2}$，即$\frac{c}{2}\leqslant\frac{\sqrt{7}}{2}$，解得$c\leqslant\sqrt{7}$，

所以$c=\sqrt{7}$，…………（3分）

则$b=\sqrt{(\sqrt{7})^2-2^2}=\sqrt{3}$，…………（4分）

所以双曲线C的标准方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$．…………（5分）

(2)因为$|MF_1|-|MF_2|=4$，所以点M只能在双曲线的右支上，

设$M(x_0,y_0)(x_0>2)$，则$N(x_0,-y_0)$，

因为M在双曲线上，所以$\frac{x_0^2}{4}-\frac{y_0^2}{3}=1$，…………（6分）

$A_1(-2,0)$，$A_2(2,0)$，

所以直线NA_1的斜率为$k_{NA_1}=-\frac{y_0}{x_0+2}$，

直线NA_1的方程为$y=-\frac{y_0}{x_0+2}(x+2)$①，…………（7分）

同理可求得直线MA_2的方程为$y=\frac{y_0}{x_0-2}(x-2)$②，…………（8分）

由①×②得$y^2=-\frac{y_0^2}{x_0^2-4}(x+2)(x-2)$③，…………（9分）

将$\frac{x_0^2}{4}-\frac{y_0^2}{3}=1$代入③得$y^2=-\frac{\frac{3(x_0^2-4)}{4}}{x_0^2-4}(x^2-4)$，化简得$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，…………（10分）

令①=②，化简得$x_0x=4$，

因为$x_0>2$，所以$x=\frac{4}{x_0}\in(0,2)$，…………（11分）

即点P的轨迹方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1(0<x<2)$．…………（12分）

22.【解析】(1)$f'(x)=\frac{2x-\frac{2}{x}}{x^2-2\ln x}=\frac{2(x-1)(x+1)}{x(x^2-2\ln x)}$，

令$g(x)=x^2-2\ln x$，则$g'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$，…………

令 $g'(x)<0$，得 $0<x<1$；令 $g'(x)>0$，得 $x>1$，

所以函数 $g(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减，在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $g(x)_{\min}=g(1)=1$，所以 $g(x)=x^2-2\ln x>0$. ………………………………（2分）

因为 $f(x)=\ln(x^2-2\ln x)$ 的定义域是 $(0,+\infty)$，

令 $f'(x)<0$，得 $0<x<1$；令 $f'(x)>0$，得 $x>1$，

所以函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递减，在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $f(x)_{\min}=f(1)=0$. ………………………………（4分）

(2) $e^{2f(x)}-e^{f(x)}=2f(x)$ 即为 $(x^2-2\ln x)^2-(x^2-2\ln x)=2\ln(x^2-2\ln x)$，

即 $(x^2-2\ln x)^2-2\ln(x^2-2\ln x)=x^2-2\ln x$，

令 $g(x)=x^2-2\ln x$，则 $g(g(x))=g(x)$， ………………………………（5分）

由(1)得 $g(x)$ 的最小值为 $g(1)=1$. ………………………………（7分）

设 $m=g(x)$，则方程 $g(g(x))=g(x)$ 变形为 $g(m)=m$，即 $g(m)-m=0$，

令 $k(m)=g(m)-m=m^2-m-2\ln m$，$m\in[1,+\infty)$，

则 $k'(m)=2m-1-\dfrac{2}{m}=\dfrac{2m^2-m-2}{m}$， ………………………………（8分）

由 $2m^2-m-2=0$，得 $m=\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$.

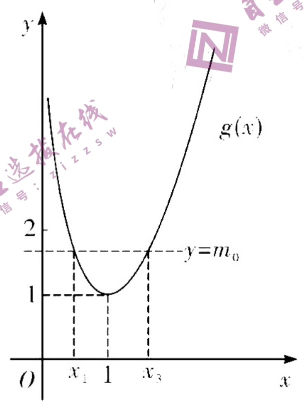
因此，当 $m\in\left(1,\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$ 时，$k'(m)<0$，$k(m)$ 单调递减；

当 $m\in\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{4},+\infty\right)$ 时，$k'(m)>0$，$k(m)$ 单调递增. ………………………………（9分）

由于 $k(1)=0$，故 $k\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}\right)<k(1)=0$，

又由 $k(2)=2(1-\ln 2)>0$，由零点存在定理知，存在 $m_0\in\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{4},2\right)$，使得 $k(m_0)=0$，

所以 $k(m)$ 有两个零点 1 和 m_0，即方程 $g(m)=m$ 有两个根 $m_0\in\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{4},2\right)$ 和 $m_1=1$， ………………（10分）



则如图，当 $g(x)=1$ 时，方程 $g(g(x))=g(x)$ 有一个根 $x_2=1$，

当 $g(x)=m_0$ 时，方程 $g(g(x))=g(x)$ 的两根为 x_1,x_3，且 $0<x_1<1<x_3$，

即方程 $g(g(x))=g(x)$ 共有三个不等实根，

即方程 $e^{2f(x)}-e^{f(x)}=2f(x)$ 有三个不等实根. ………………………………（12分）