长安一中 2022-2023 学年度第二学期期末考试

高二数学文科试题

时间：120 分钟　　分值：150 分

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟.

注意事项：

1. 答题前，考生务必先将自己的姓名、准考证号填写在答题纸上，认真核对条形码上的姓名、准考证号，并将条形码粘贴在答题纸上的指定位置上.
2. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整，笔迹清楚.
3. 请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效.
4. 保持纸面清洁，不折叠，不破损.
5. 若做选考题时，考生应按照题目要求作答，并在答题纸上对应的题号后填写.

第 I 卷（选择题　共 60 分）

一、选择题：（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\lg\left(9-x^2\right)\right\}$，$B=\left\{x\middle|x>1\right\}$，则 $A\cap C_RB=$（　）

A．$(1,3]$　　B．$(-3,1]$　　C．$\left(2\sqrt{2},3\right)$　　D．$\left[2\sqrt{2},3\right)$

2．已知复数 $z=2+a\mathrm{i}$（$a\in R$，i 为虚数单位），满足 $z\cdot\bar{z}=6$，则 $|z-2|=$（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．3　　C．$\sqrt{5}$　　D．5

3．下列命题正确的是（　）

A．“$x<1$”是“$x^2-3x+2>0$”的必要不充分条件

B. 对于命题 p：$\exists x\in R$，使得 $x^2+x-1<0$，则 $\neg p$：$\forall x\in R$ 均有 $x^2+x-1<0$

C. 若 $p\vee q$ 为真命题，则 p，q 至少有一个为真命题

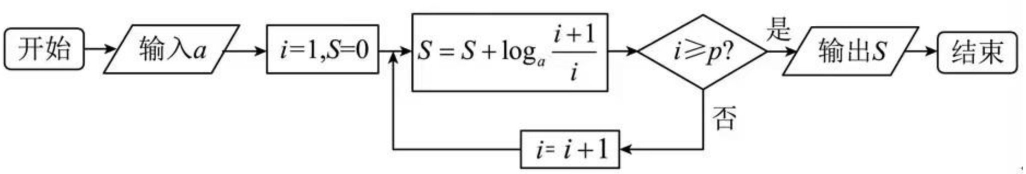
D. 命题“若 $x^2-3x+2=0$，则 $x=2$”的否命题为“若 $x^2-3x+2=0$，则 $x\neq 2$”

4．干支纪年法是中国历法上自古以来就一直使用的纪年方法、干支是天干和地支的总称，甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸为天干：子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未，申、酉、戌、亥为地支. 把十天干和十二地支依次相配，如甲对子、乙对丑、丙对寅、…

癸对寅，其中天干比地支少两位，所以天干先循环，甲对戊、乙对亥、…接下来地支循环，丙对子、丁对丑、.，以此用来纪年，今年 2020 年是庚子年，那么中华人民共和国建国 100 周年即 2049 年（　）

A．戊辰年　　B．己巳年　　C．庚午年　　D．庚子年

5．执行如图所示的程序框图，如果输入的 a 为 2，输出的 S 为 4，那么 $p=$（　　）



A．13　　B．14　　C．15　　D．16

6．已知D ABC 中，$AB=3,AC=4,BC=5$，点 P 在平面 ABC 内，$CP=2$，则 $\overline{AP}\cdot\overline{AB}$ 的最大值为（　　）

A．6　　B．4　　C．-6　　D．-4

7．若 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{4}\right)$，且 $\cos^2\alpha+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+2\alpha\right)=-\frac{1}{2}$，则 $\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）

A．$-\sqrt{3}$　　B．-1　　C．1　　D．2

8．在 ΔABC 中，$A=\frac{\pi}{6},BC=2$，则 $AC-\sqrt{3}AB$ 的取值范围为（　）

A．$[-4,2)$　　B．$\left[-1,\frac{1}{2}\right)$　　C．$[-2,1)$　　D．$\left[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

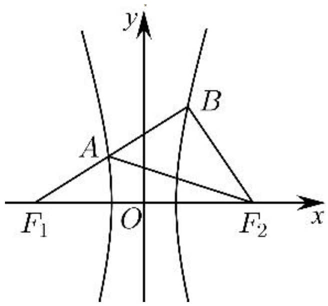
9．已知四面体 $ABCD$ 的所有顶点在球 O 的表面上，$AB\perp$ 平面 BCD，$AB=2\sqrt{3}$，$CD=2\sqrt{2}$，$\angle CBD=135^\circ$，则球 O 的表面积为（　　）

A．24π　　B．20π　　C．26π　　D．28π

10．袋中装有标号分别为 1，2，3，4 的四个大小相同的小球，现从中有放回地取两次（每次只取一个球），则两次取出的小球的标号数之差的绝对值不大于 2 的概率是（　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{3}{8}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{7}{8}$

11．如图所示，F_1，F_2是双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点，$C$的右支上存在一点$B$满足$BF_1\perp BF_2$，$BF_1$与双曲线$C$左支的交点$A$满足$\dfrac{\sin\angle AF_2F_1}{\sin\angle AF_2B}=\dfrac{|BF_2|}{|F_1F_2|}$，则双曲线$C$的渐近线方程为（　　）



A．$y=\pm 2x$　　　　B．$y=\pm 2\sqrt{3}x$

C．$y=\pm 2\sqrt{2}x$　　　　D．$y=\pm\sqrt{13}x$

12．已知函数$f(x)=\dfrac{\ln x+1-mx^2}{x}$有两个零点$a$、$b$，且存在唯一的整数$x_0\in(a,b)$，则实数$m$的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\dfrac{e}{2}\right)$　　B．$\left[\dfrac{\ln 2e}{4},1\right)$　　C．$\left[\dfrac{\ln 3e}{9},\dfrac{e}{2}\right)$　　D．$\left(0,\dfrac{\ln 2e}{4}\right)$

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题卷中相应的横线上）

13．某校为了解学生学习的情况，采用分层抽样的方法从高一1200人、高二 1000人、高三n人中，抽取90人进行问卷调查．已知高一被抽取的人数为36，那么高三被抽取的人数为_______．

14．已知实数x,y满足条件：$\begin{cases}x-y\le 0\\ x+y-3\le 0\\ x\ge 1\end{cases}$，则$\dfrac{y}{x+1}$的最大值为_______．

15．将函数$f(x)=\sin x\cos x$的图象向右平移$\varphi(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，若$g(x)$在区间$[0,\dfrac{\pi}{6}]$上单调递增，则满足条件的实数$\varphi$的取值范围是________．

16．已知函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$定义域均为R，记函数$g(x)=f'(x)$，若函数$f(x)$的

图像关于点$(3,0)$中心对称，$g\left(2x+\dfrac{3}{2}\right)$为偶函数，且$g(1)=2$，$g(3)=-3$，则

$\sum\limits_{k=1}^{2024} g(k)=$______.

三、解答题：（共 7 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答）

（一）必考题：共 60 分．

17．（本小题满分 12 分）已知数列$\{a_n\}$满足，$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+1, n\text{为奇数时}, \\ a_n-2, n\text{为偶数时}, \end{cases}$，$a_1=1$

(1) 若数列$\{b_n\}$为数列$\{a_n\}$的奇数项组成的数列，证明：数列$\{b_n\}$为等差数列；

(2) 求数列$\{a_n\}$的前 50 项和．

18．（本小题满分 12 分）图 1 是直角梯形$ABCD$，$AB \parallel CD$，$\angle D=90^\circ$，$AB=4$，$DC=6$，$AD=2\sqrt{3}$，$\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{ED}$，以$BE$为折痕将$\Delta BCE$折起，使点$C$到达$C_1$的位置，且$AC_1=2\sqrt{6}$，如图 2.

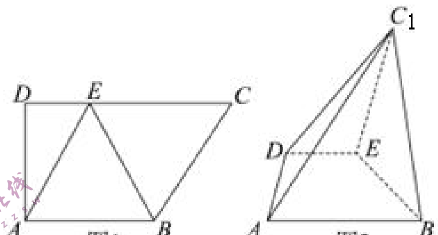
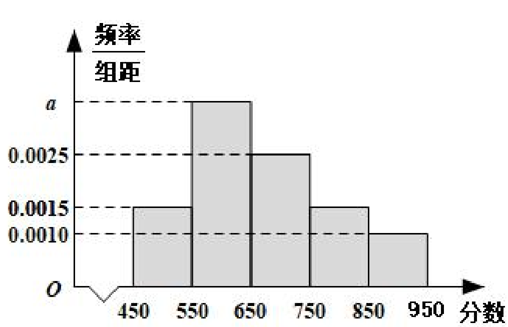


图1　图2

(1) 证明：平面$BC_1E\perp$平面$ADEB$.

(2) 求点D到平面BC_1E的距离；

19．（本小题满分 12 分）某学校共有 1000 名学生参加知识竞赛，其中男生 500 人，为了解该校学生在知识竞赛中的情况，采取分层抽样随机抽取了 100 名学生进行调查，分数分布在$450\sim950$分之间，根据调查的结果绘制的学生分数频率分布直方图如图所示：将分数不低于 750 分的学生称为“高分选手”．



(1) 求a的值，并估计该校学生分数的平均数、中位数和众数；（同一组中的数据用该组

区间的中点值作代表)；

(2) 若样本中属于“高分选手”的女生有 15 人，完成下列2×2列联表，并判断是否有 97.5 %的把握认为该校学生属于“高分选手”与“性别”有关？

	属于“高分选手”	不属于“高分选手”	合计
男生			
女生			
合计			

(参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，期中$n=a+b+c+d$)

$P(K^2\geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20. (本小题满分 12 分)已知函数$f(x)=\dfrac{1+\ln x}{e^x}$($e=2.71828\cdots$是自然对数的底数)，$f'(x)$是$f(x)$的导数，$g(x)=(x^2+x)f'(x)$.

(1) 求$f(x)$的单调区间；

(2) 证明：对任意的$x>0$，$g(x)<\dfrac{1+e^2}{e^2}$

21. (本小题满分 12 分) 已知椭圆C_1：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$)的左，右焦点分别为F_1,F_2,P为椭圆上的一点，ΔPF_1F_2的周长为 6，$|PF_2|$的最小值为 1，F_1为抛物线$C_2:y^2=2px(p>0)$的焦点.

(1) 求椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的方程；

(2) 过椭圆 C_1 的左顶点 Q 的直线 l 交抛物线 C_2 于 A,B 两点，点 O 为原点，射线 OA,OB 分别交椭圆于 C,D 两点，D OCD 的面积为 S_1，D OAB 的面积为 S_2，则是否存在直线 l 使得 $S_2=\dfrac{13}{3}S_1$？若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，请说明理由.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程]（本小题满分 10 分）

在平面直角坐标系 xoy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+4\cos\varphi \\ y=4\sin\varphi \end{cases}$（$\varphi$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线 l 的极坐标方程为

$$2\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=m-2\sqrt{3}.$$

(1) 写出直线 l 的参数方程及曲线 C 的普通方程；

(2) 设点 $P(2,m)$，若直线 l 与曲线 C 交于A, B两点，且 $\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}=\vec{0}$，求实数 m 的值.

23. [选修 $4-5$：不等式选讲]（本小题满分 10 分）

设函数 $f(x)=\left|x-a^2-2\right|+|x-a|, x\in\mathbf{R}$.

(1) 当 $a=2$ 时，求不等式 $f(x)>8$ 的解集；

(2) 对任意 $x\in R$，恒有 $f(x)\quad 5-a$，求实数 a 的取值范围.