



2023 年 3 月广西高三模拟考试 数学(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分.考试时间 120 分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容.

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若 $iz=1-2i$, 则 $z^2=$

A. $3+4i$ B. $3-4i$ C. $-3+4i$ D. $-3-4i$
2. 已知集合 $A=\{x|4x<1\}$, $B=\{x|-3<6x<8\}$, 则 $A\cup B=$

A. $\{x|x<\frac{4}{3}\}$ B. $\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{4}\}$
C. $\{x|x<\frac{1}{4}\}$ D. $\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}\}$
3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4=2, a_5=3$, 则 $a_7=$

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{27}{4}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{27}{8}$
4. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2a} = 1 (a>0)$ 的焦距大于 6, C 上一点到两焦点的距离之差的绝对值为 d , 则 d 的取值范围是

A. $(2\sqrt{3}, +\infty)$ B. $(\sqrt{3}, +\infty)$ C. $(6, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$
5. 从 O 地到 A 地的距离为 1.5 km, 从 A 地到 B 地的距离为 2 km, 且 $\vec{OA} \cdot \vec{AB} = -0.6 \text{ km}^2$, 则 $|\vec{OB}|^2 =$

A. 5.25 km^2 B. 6.45 km^2 C. 5.05 km^2 D. 7.45 km^2
6. 南宋晚期的龙泉窑粉青釉刻花斗笠盏如图 1 所示, 忽略杯盏的厚度, 这只杯盏的轴截面如图 2 所示, 其中光滑的曲线是抛物线的一部分, 已知杯盏盛满茶水时茶水的深度为 3 cm, 则该抛物线的焦点到准线的距离为



图 1

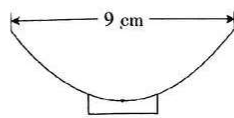


图 2

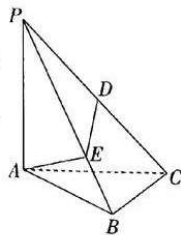
- A. $\frac{27}{4} \text{ cm}$ B. $\frac{9}{2} \text{ cm}$ C. $\frac{27}{8} \text{ cm}$ D. $\frac{23}{6} \text{ cm}$

7. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2, AD=AA_1=1$, 若从该长方体内随机选取一点 P , 则 $|AP| \leq 1$ 的概率为
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{12}$
8. 若 $f(x), g(x), h(x)$ 分别是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数、奇函数、偶函数, 则下列函数不是偶函数的是
- A. $y=f(g(x))h(x)$ B. $y=f(g(x))+h(x)$
C. $y=f(h(x))g(x)$ D. $y=f(x)|g(x)|h(x)$
9. 若函数 $f(x)=(ax+1)e^x$ 在 $[1, 2]$ 上为增函数, 则 a 的取值范围是
- A. $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $[-\frac{1}{3}, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{4}, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$
10. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y-3 \geq 0, \\ x-y-1 \leq 0, \\ 2x+y-2 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的取值范围是
- A. $[-2, 1]$ B. $[-1, 2]$ C. $(-\infty, -2]$ D. $[-2, +\infty)$
11. 已知函数 $f(x)=6\cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$), 若在区间 $(0, \frac{2\pi}{3}]$ 内恰好存在两个不同的 x_0 , 使得 $f(x_0)=3$, 则 $f(x)$ 的最小正周期的最大值为
- A. $\frac{8\pi}{11}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{8\pi}{13}$ D. $\frac{8\pi}{15}$
12. 若函数 $f(x)=x^2e^x - \ln x$ 的最小值为 m , 则函数 $g(x)=x^2e^{x+2} - \ln x$ 的最小值为
- A. $m-1$ B. $em+1$ C. $m+1$ D. $em-1$

第 II 卷

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某市市场监督管理局组织开展市本级食品安全监督抽检, 涉及粮食加工品(252 批次), 食用油(240 批次), 调味品(180 批次), 乳制品(198 批次)等 20 类食品(共 2712 批次), 要从这 2712 批次食品中按照品类分层抽检 452 批次样品, 则乳制品类要被抽检 \blacktriangle 批次样品.
14. 写出一个半径为 1, 且与圆 $(x-1)^2 + y^2 = 4$ 外切的圆的标准方程: \blacktriangle .
15. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_{20}=45, a_{22}=49$, 则 $S_n = \blacktriangle$, 使 $\frac{56n}{S_n}$ 为整数的正整数 n 的值的个数为 \blacktriangle . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)
16. 《九章算术》中将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑. 如图, 在鳖臑 $PABC$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABC, AB \perp BC, AB=3, BC=\sqrt{5}, PA=4, D, E$ 分别为棱 PC, PB 上一点, 则 $AE+DE$ 的最小值为 \blacktriangle .



三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{b^2+c^2-a^2}{\sin B} = \frac{a^2+c^2-b^2}{\sin A}$.

(1)证明: $A=B$.

(2)若 D 为 BC 的中点, 从① $AD=4$, ② $\cos C = \frac{1}{4}$, ③ $CD=2$ 这三个条件中选取两个作为条件证明另外一个成立.

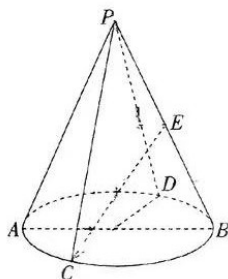
注: 若选择不同的组合分别解答, 则按第一个解答计分.

18. (12 分)

如图, P 为圆锥的顶点, AB, CD 为底面圆两条互相垂直的直径, E 为 PB 的中点.

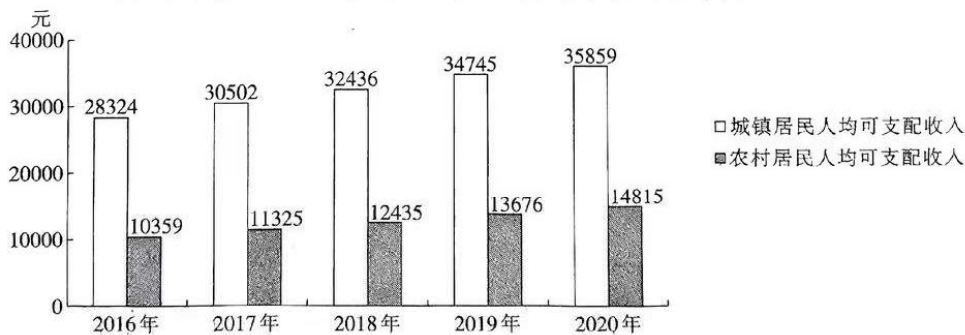
(1)证明: 平面 $PAB \perp$ 平面 PCD .

(2)若 $AB=4$, 且直线 CE 与平面 PCD 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 求该圆锥的体积.



19. (12 分)

2016~2020 年广西城乡居民人均可支配收入的柱形图如下图所示.



(1)不考虑价格因素, 求广西 2020 年农村居民人均可支配收入的年增长率 (结果精确到 0.1%).

(2)现欲了解广西各年城镇居民人均可支配收入 y (单位: 元) 与农村居民人均可支配收入 x (单位: 元) 是否存在较好的线性关系. 设广西 2016 年城镇居民人均可支配收入为 y_1 元, 农村居民人均可支配收入为 x_1 元, 2017 年对应的数据分别为 y_2, x_2 , 2018 年对应的数据分别为 y_3, x_3 , 2019 年对应的数据分别为 y_4, x_4 , 2020 年对应的数据分别为 y_5, x_5 . 根据图中的五组数据, 得到 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 1.71x + m$, 试问 y 关于 x 的线性相关系数 r 是否大于 0.95, 并判断 y 与 x 之间是否存在较好的线性关系.

参考数据: $1.71 \times \sum_{i=1}^5 (x_i - 12522)^2 \approx 21732390$, $\sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} \approx 6140$, $\sqrt{127090} \approx 356$.

附: 样本的相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中的系数

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

20. (12分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + (a-2)x - x \ln x$.

(1) 设 $a=0$.

① 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程.

② 试问 $f(x)$ 有极大值还是极小值? 并说明理由.

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0, e)$ 上恰有两个零点, 求 a 的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 斜率为 2 的直线 l 与椭圆交于 A, B 两点. 过点 B 作 AB 的垂线交椭圆于另一点 C , 再过点 C 作斜率为 -2 的直线交椭圆于另一点 D .

(1) 若 A 为该椭圆的上顶点, 求点 B 的坐标;

(2) 证明: 直线 AD 的斜率为定值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \cos t, \\ y = 2 + \sqrt{5} \sin t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线 l_1 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta - 3\rho \sin \theta - 1 = 0$, 直线 l_2 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4}$.

(1) 求 C 的极坐标方程;

(2) 若直线 l_1 与 C 相交于 A, B 两点, P 为直线 l_2 上的动点, 求 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知正数 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + 2c^2 = 4$.

(1) 若 $a+b+c=3$, 证明: $\frac{1}{5} \leq c \leq 1$.

(2) 若 $a=b$, 求 $\frac{b^4+c^4}{bc} + \frac{bc}{b^4+c^4}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线