秘密★启用前

2022届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（一）
文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+4x-12<0,\ x\in \mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid \sqrt{x+2}<2\}$，则 $A\cap B=$

A. $[-2,\ 2)$　　B. $(-2,\ 2)$

C. $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$　　D. $\{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$

2. 已知复数 z 满足 $z(1-2i)=1+i$，则 z 对应的点所在象限为

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 贵州六马盛产“蜂糖李”，其以果大味甜闻名当地. 网红“李子哥”以“绿水青山就是金山银山”理念为引导，大力推进绿色发展，现需订购一批苗木，苗木长度与售价如下表. 由表可知苗木长度 x/cm 与售价 y/元之间存在线性相关关系，回归方程为$\hat{y}=0.3x+\hat{a}$. 当苗木长度为120cm时，估计价格为（　　）元.

x/cm	10	20	30	40	50	60
y/元	2	6	10	14	16	18

A. 36.5　　B. 35　　C. 37　　D. 35.5

4. 已知 α，β 是两个不同平面，m，n 是两条不同直线，给出下列命题：

①若 $m\perp\alpha$，$m\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$；

②若 $\alpha\perp\beta$，$m/\!/\alpha$，则 $m\perp\beta$；

③若 $m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，$m/\!/\beta$，$n/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$；

④若 $m\perp\alpha$，$n/\!/\alpha$，则 $m\perp n$.

其中正确命题的个数为

A. 0　　B. 2　　C. 1　　D. 3

5. 某中学高三年级共有学生1600人，为了解他们的身体状况，用分层抽样的方法从中抽取一个容量为40的样本，若样本中共有男生12人，则该校高三年级共有女生

A. 1260　　B. 1230　　C. 1120　　D. 1140

6. 在满足不等式组$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\ x+y-2\leqslant 0,\\ y\geqslant 0\end{cases}$的平面区域内随机取一点$P(x_0,y_0)$，设事件$A$为“$y_0<\frac{1}{2}x_0$”，那么事件$A$发生的概率为

A. $\frac{4}{27}$　　B. $\frac{13}{25}$　　C. $\frac{8}{27}$　　D. $\frac{3}{4}$

7. 已知某几何体的三视图如图1所示，则该几何体的表面积是

A. 4

B. $6+2\sqrt{5}$

C. $2+2\sqrt{5}$

D. 6

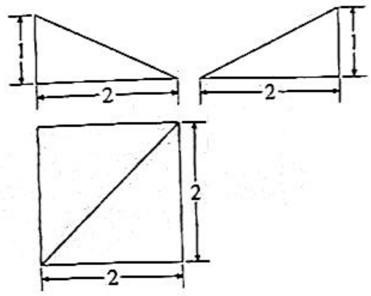


图1

8. 已知$0<\beta<\alpha<\frac{\pi}{2}$且$\tan\alpha=\frac{4}{3}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{2}{5}\sqrt{5}$，则$\cos(2\alpha-\beta)=$

A. $-\frac{2}{11}$　　B. $-\frac{11\sqrt{5}}{25}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{25}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{25}$

9. 如图2，在△ABC中，点M是AB上的点且满足$\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}$，$P$是$CM$上的点，且$\overrightarrow{MP}=\frac{1}{5}\overrightarrow{MC}$，设$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{AP}=$

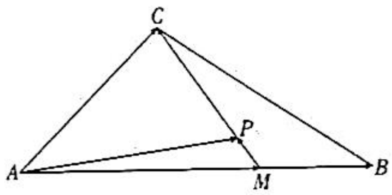


图2

A. $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}$　　B. $\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}$

C. $\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$　　D. $\frac{3}{10}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$

10. 已知F_1，F_2分别是双曲线C：$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的左、右焦点，动点P在双曲线的左支上，点Q为圆G：$x^2+(y+2)^2=1$上一动点，则$|PQ|+|PF_2|$的最小值为

A. 6　　B. 7　　C. $3+\sqrt{5}$　　D. 5

11. 函数$g(x)=\sin(\omega x)(\omega>0)$的图象向右平移$\frac{\pi}{3\omega}$个单位得到函数$f(x)$，且$f(x)$在$(\pi,2\pi)$内没有零点，则$\omega$的取值范围是

A. $\left(0,\frac{2}{3}\right)$　　B. $\left(0,\frac{1}{6}\right]\cup\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right]$

C. $\left(0,\frac{1}{6}\right)$　　D. $\left(0,\frac{1}{6}\right)\cup\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

12. 已知$a=3\ln2$，$b=\frac{6}{e}$，$c=2\ln3$，则a，b，c的大小关系为

A. $b>c>a$　　B. $c>b>a$　　C. $b>a>c$　　D. $a>b>c$

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知$\{a_n\}$为等差数列，S_n为其前n项和．若$a_1=-7$，$S_3=-15$，则$a_8=$________.

14. 已知曲线C：$y=2x-x^3$，则在点（1，1）处且与C相切的直线方程为________.

15. 已知$a>0$，$b>0$，且点（a，b）在直线$2x+y-1=0$上，则$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$的最小值为________.

16. 已知△ABC中，点$A(-1,0)$，点$B(1,0)$，内角A、B、C的对边分别为a，b，c，面积为S，且$a^2+b^2=c^2+\frac{4\sqrt{3}}{3}S$，则满足条件的点$C$的轨迹长度为________.

三、解答题（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分12分）

设S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_n\neq 0$，$a_1=1$，当$n\geqslant 2$时，$S_{n-1}=a_n$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$c_n=a_{n+1}+2n$，求数列$\{c_n\}$的前n项和T_n.

18.（本小题满分12分）

学校文印中心计划购买一台复印机，该机器使用三年报废．在购买时，可一次性额外购买几次维护，每次维护费100元，另外实际维护一次还需向维护人员支付上门费50元．在机器使用期间，如果维护次数超过购机时购买的维护次数，则超出每维护一次需支付维护费300元，但无需再支付上门费．现需决策在购买复印机时应同时一次性购买几次维护划算，为此搜集并整理了10台这种复印机在两年使用期间的维护次数，得如下统计表：

维护次数	3	4	5	6	7
频数	2	2	3	2	1

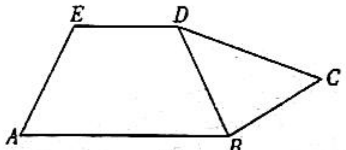
记x表示1台复印机在两年使用期内的维护次数，y表示1台复印机在维护上所需的费用（单位：元），n表示购机的同时购买的维护次数.

（1）若$n=5$，求y关于x的函数解析式；

（2）假设这10台复印机在购机的同时每台都购买5次或6次维护，分别计算这10台复印机在维护上所需费用的平均数，以此作为决策依据，判断购买1台复印机的同时应购买5次还是6次维护划算？

19.（本小题满分12分）

如图3甲，平面图形$ABCDE$中，$AE=ED=DB=BC=1$，$CB\perp BD$，$ED\parallel AB$，$\angle EAB=60°$．沿BD将△BCD折起，使点C到F的位置，如图乙，使$BF\perp BE$，$EG\parallel BF$，且$EG=2BF$.



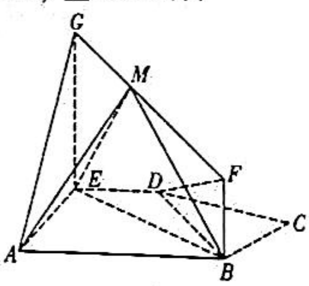


图3

（1）求证：平面$GEBF\perp$平面AEG；

（2）点M是线段FG上的动点，当点M在什么位置时，三棱锥A-MBE的体积为$\frac{\sqrt{3}}{4}$?

20.（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\frac{1}{2}ax^2-x\ln x$，$f'(x)$是$f(x)$的导函数.

（1）若函数$f'(x)$在$x=1$处取得极值，$\exists x\in(0,+\infty)$，使得$f'(x)<bx-2$成立，求实数b的取值范围；

（2）若$\frac{1}{e}$是函数$g(x)=f'(x)-1$的一个零点，当$x_1>x_2>a$时，证明：$e^{x_1-x_2}>\frac{\ln x_1}{\ln x_2}$.

21.（本小题满分 12 分）

如图 4，点M是圆A：$x^2+(y+1)^2=16$上任意点，点$B(0,1)$，线段MB的垂直平分线交半径AM于点P，当点M在圆A上运动时，

（1）求点P的轨迹E的方程；

（2）$BQ//x$轴，交轨迹E于Q点（Q点在y轴的右侧），直线l：$x=my+n$与E交于C，D（l不过Q点）两点，且CQ与DQ关于BQ对称，则直线l具备以下哪个性质？证明你的结论？

①直线l恒过定点；②m为定值；③n为定值.

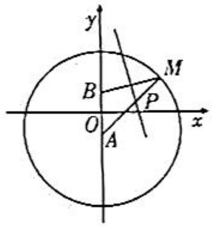


图 4

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\varphi,\\ y=\sin\varphi,\end{cases}$（$\varphi$为参数），以原点为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求曲线C的极坐标方程；

（2）在平面直角坐标系xOy中，$A(3,0)$，$B(0,3)$，M点是曲线C上任意点，求$\triangle ABM$面积的最大值，并求此时M的极径.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

已知$a>0$，$b>0$，$c>0$，函数$f(x)=|x+a|-|b-x|+c$的最大值为 4.

（1）求$a+b+c$的值；

（2）求$\frac{1}{25}a^2+\frac{1}{16}b^2+c^2$的最小值，并求此时$a$，$b$，$c$的值.

2022届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（一）
文科数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	B	C	C	B	D	B	A	B	A

【解析】

1. $\left.\begin{array}{r} x^2+4x-12<0 \\ x+2\geqslant 0 \\ \sqrt{x+2}<2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} -6<x<2 \\ -2\leqslant x<2 \end{array}\right\} \Rightarrow x$ 为-2，-1，0，1，故选D．

2. $z=\dfrac{1+i}{1-2i}=-\dfrac{1}{5}+\dfrac{3i}{5}$，故选B．

3. $\bar{x}=35$，$\bar{y}=11$，$\hat{a}=0.5$，$y=0.3x+0.5$，当$x=120$，$y=36.5$（元），故选A．

4. ①对；②错；③错；④对，故选B．

5. 由男生人数为$\dfrac{12}{40}\cdot 1600=480$，所以女生人数为$1600-480=1120$，故选C．

6. 符合条件的为图1中阴影部分区域，$D\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{2}{3}\right)$，$B\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$，故根据几何概型事件$A$发生的概率为$P(A)=\dfrac{S_{\triangle ODC}}{S_{\triangle ABC}}=\dfrac{8}{27}$，故选C．

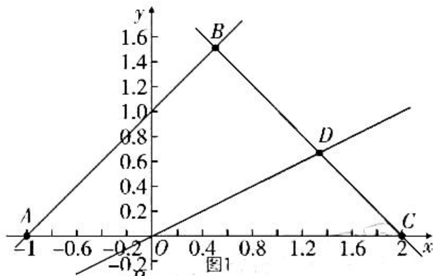


图1

7. 由三视图得其直观图如图2所示，则表面积为

$S=S_{\triangle PAB}+S_{\triangle PAD}+S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PCD}+S_{正ABCD}=6+2\sqrt{5}$，故选B．

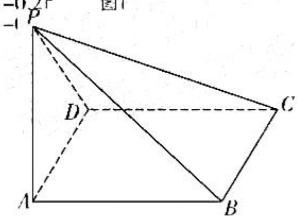


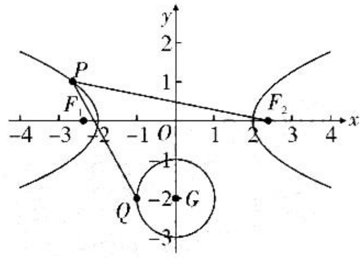
图2

8. $\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$，$\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\sin(\alpha-\beta)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

$\cos(2\alpha-\beta)=\cos[\alpha+(\alpha-\beta)]=\cos\alpha\cdot\cos(\alpha-\beta)-\sin\alpha\cdot\sin(\alpha-\beta)=\dfrac{2\sqrt{5}}{25}$，

故选D．

9．$\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{MC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AM})=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{5}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}$，故选B.



10．如图3，圆G的圆心为$(0,\ -2)$，半径为1，$F_1(-\sqrt{5},\ 0)$，$|PQ|+|PF_2|=|PQ|+|PF_1|+2a\geqslant|PG|-1+|PF_1|+4$，当$P$，$G$，$F_1$三点共线时，$|PQ|+|PF_2|$最小，最小值为$|GF_1|+3=6$，故选A.

11．$f(x)=g\left(x-\frac{\pi}{3\omega}\right)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)$，$f(x)$在$(\pi,\ 2\pi)$内没有零点，满足$\begin{cases}2\pi-\pi\leqslant\frac{T}{2}\\ \pi\geqslant\frac{k\pi+\frac{\pi}{3}}{\omega}\\ 2\pi\leqslant\frac{k\pi+\pi+\frac{\pi}{3}}{\omega}\\ \omega>0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}0<\omega\leqslant1\\ \omega\geqslant k+\frac{1}{3}\\ \omega\leqslant\frac{k}{2}+\frac{2}{3}\\ k\in\mathbf{Z}\end{cases}\Rightarrow 0<\omega\leqslant\frac{1}{6},\ \frac{1}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{2}{3}$，故选B.

12．$\frac{a}{6}=\frac{\ln2}{2}$，$\frac{b}{6}=\frac{\ln e}{e}$，$\frac{c}{6}=\frac{\ln3}{3}$，令$f(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)$，则$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，当$x\in(0,\ e)$，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增；当$x\in(e,\ +\infty)$，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，$f(2)=f(4)$，$\frac{a}{6}=\frac{\ln2}{2}=\frac{\ln4}{4}$，$\frac{b}{6}=\frac{\ln e}{e}$，$\frac{c}{6}=\frac{\ln3}{3}$，$\therefore b>c>a$，故选A.

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

题号	13	14	15	16
答案	7	$x+y-2=0$	8	$\frac{16\sqrt{3}\pi}{9}$

【解析】

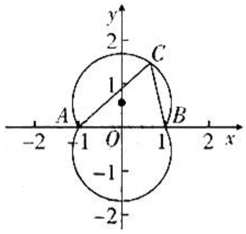
13．$\left.\begin{array}{l}a_1=-7\\ S_3=-15\end{array}\right\}\Rightarrow d=2$，$a_n=2n-9$，∴ $a_8=2\cdot8-9=7$．

14．$y=2x-x^3$，$y'=2-3x^2$，$f'(1)=-1$，∴切线方程为 $x+y-2=0$．

15．$a>0$，$b>0$，(a,b)在$2x+y-1=0$上，所以$2a+b-1=0$，$2a+b=1$，则

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)$$

$$\cdot(2a+b)=2+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}+2\geqslant4+2\sqrt{4}=8$$．



16．如图4，∵ $a^2+b^2=c^2+\frac{4\sqrt{3}}{3}S$，∴ $a^2+b^2-c^2=\frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2}ab\cdot\sin C$，

∴ $\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{\sqrt{3}}{3}\sin C$，∴ $\tan C=\sqrt{3}$，∴ $C=\frac{\pi}{3}$，又：$c=AB=2$，

∴△ABC外接圆半径为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$C=\frac{\pi}{3}$，∴点C的轨迹长度为

$2\cdot\frac{4\pi}{3}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{16\sqrt{3}}{9}\pi$．

三、解答题（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分12分）

解：（1）因为$n\geqslant2$时，$S_{n-1}=a_n$，

则 $S_n=a_{n+1}$，

两式相减，$a_n=a_{n+1}-a_n$，即 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$，……………………………………………（2分）

∵ $a_1=1$，$S_1=a_2=1$，

∴数列$\{a_n\}$从第二项起构成公比为2，首项为1的等比数列，

∴ $n\geqslant2$，$a_n=2^{n-2}$，……………………………………………（4分）

$a_1=1$，不满足上式，

∴ $a_n=\begin{cases}1, & n=1,\\ 2^{n-2}, & n\geqslant2.\end{cases}$ ……………………………………………

（6分）

（2）因为 $n\in\mathbf{N}^*$， $\therefore n+1\geqslant 2$， $\therefore c_n=2^{n-1}+2n$，

$T_n=(1+2+2^2+\cdots+2^{n-1})+(2+4+6+\cdots+2n)$ ……………………………………（9分）

$=\dfrac{1-2^n}{1-2}+n(n+1)=2^n-1+n(n+1).$ ……………………………………………（12分）

18．（本小题满分12分）

解：（1）依题意，当 $x\leqslant 5$ 时， $y=100\times 5+50x$；

当 $x>5$ 时， $y=150\times 5+300(x-5)$． ……………………………………………（4分）

即 $y=\begin{cases}50x+500, & x\leqslant 5,\\ 300x-750, & x>5\end{cases}$ $(x\in\mathbf{N})$． ……………………………………………（5分）

（2）若每台复印机都购买5次维护，则有下表：

维护次数	3	4	5	6	7
频数	2	2	3	2	1
费用y/元	650	700	750	1050	1350

此时这10台复印机在维护上所需费用的平均数为：

$\overline{y_1}=\dfrac{650\times 2+700\times 2+750\times 3+1050\times 2+1350\times 1}{10}=840$(元)，

…………………………………………………………………（8分）

若每台复印机都购买6次维护，则有下表：

维护次数	3	4	5	6	7
频数	2	2	3	2	1
费用y/元	750	800	850	900	1200

此时这10台复印机在维护上所需费用的平均数为：

$$\overline{y_2}=\frac{750\times 2+800\times 2+850\times 3+900\times 2+1200\times 1}{10}=865(\text{元})$$，

………………………………………………………（11分）

因为$\overline{y_1}<\overline{y_2}$，所以购买1台复印机的同时应购买5次维护划算．

………………………………………………………（12分）

19．（本小题满分12分）

（1）证明：$\because EG//BF$，$BF\perp BE$，

$\therefore EG\perp EB$，　………………………………………………………（1分）

$\because \angle EAB=60^\circ$，$AE=ED=DB=1$，$ED//AB$，

$\therefore \angle EBA=30^\circ$，则$\angle AEB=90^\circ$，$\therefore AE\perp BE$，

$\because AE\cap EG=E$，$\therefore BE\perp$平面AEG，　………………………………（3分）

$\because BE\subset$平面$GEBF$，

$\therefore$平面$GEBF\perp$平面AEG.　………………………………………（4

分）

（2）解：如图5，过M作$MH // BF$，交BE于H，过F作$FT // BE$交GE，MH分别于T，N点．

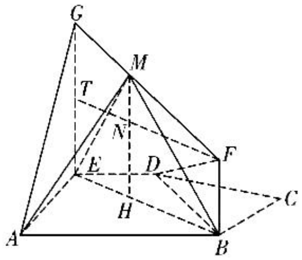


图5

$\because BF \perp BE$，$BF \perp BD$，$BE \cap BD = B$，

$\therefore BF \perp$平面ABE，

则$MH \perp$平面ABE． ……………………………………………………（6分）

$\because GE // BF$，$GE = 2BF = 2$，$\therefore T$为GE的中点，

$\because BF = 1$，$\therefore TG = 1$，$FT = BE = \sqrt{3}$，则$GF = 2$．

设$FM = x(0 \leqslant x \leqslant 2)$，

则$\dfrac{FM}{FG} = \dfrac{MN}{TG}$，即$\dfrac{x}{2} = \dfrac{MN}{1}$，$\therefore MN = \dfrac{x}{2}$，$\because NH = 1$，$\therefore MH = 1 + \dfrac{x}{2}$．

$S_{\triangle ABE} = \dfrac{1}{2} AE \cdot BE = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$， ……………………………………………………（9分）

$V_{A-MBE} = V_{M-ABE} = \dfrac{1}{3} S_{\triangle ABE} \cdot MH = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(1 + \dfrac{x}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

解得$x = 1$，

故点M为GF中点时，$V_{A-MBE} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$． ……………………………………………（12分）

20．（本小题满分12分）

（1）解：$f'(x) = ax - 1 - \ln x$，

令$t(x) = f'(x) = ax - 1 - \ln x$，

$t'(x) = a - \dfrac{1}{x} = \dfrac{ax - 1}{x}$，

由题意 $t'(1)=0$，则 $a-1=0$，$\therefore a=1$，……………………………………（2分）

则 $t(x)=x-1-\ln x$，

$\because \exists x\in(0,+\infty)$，使 $f'(x)<bx-2$，

即 $\exists x\in(0,+\infty)$，使 $x-1-\ln x-bx+2<0$，

即 $b>1+\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}$，……………………………………（4分）

令 $h(x)=1+\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}(x>0)$，即 $b>h(x)_{\min}$.

$h'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1-\ln x}{x^2}=\frac{\ln x-2}{x^2}$.

令 $h'(x)=0$，则 $x=e^2$.

$x\in(0,e^2)$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 递减；

$x\in(e^2,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 递增.

$\therefore h(x)_{\min}=h(e^2)=1-\frac{1}{e^2}$，$\therefore b>1-\frac{1}{e^2}$.……………………………………（6分）

（2）证明：$\because \frac{1}{e}$ 是 $g(x)$ 的一个零点，

$\therefore f'\left(\frac{1}{e}\right)-1=0$，即 $\frac{a}{e}-1-\ln\frac{1}{e}-1=0$，$\therefore a=e$，

……………………………………………………（8分）

则 $x_1>x_2>e$，要证 $e^{x_1-x_2}>\frac{\ln x_1}{\ln x_2}$，

即证：$\frac{e^{x_1}}{\ln x_1}>\frac{e^{x_2}}{\ln x_2}$，

令 $m(x)=\frac{e^x}{\ln x}(x>e)$，

即证 $m(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上递增.

$\because m'(x)=\dfrac{e^x\left(\ln x-\dfrac{1}{x}\right)}{\ln^2 x}$,

令 $\varphi(x)=\ln x-\dfrac{1}{x}$，则易知 $\varphi(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上递增，

$\therefore \varphi(x)>\varphi(e)=1-\dfrac{1}{e}>0$，$\therefore m'(x)>0$，

$\therefore m(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上递增. ……………………………………… (10分)

$\because x_1>x_2>e$，$\therefore m(x_1)>m(x_2)$，

即 $\dfrac{e^{x_1}}{\ln x_1}>\dfrac{e^{x_2}}{\ln x_2}$，即得 $e^{x_1-x_2}>\dfrac{\ln x_1}{\ln x_2}$. ……………………………………… (12分)

.（本小题满分12分）

解：(1) 如图6，由 $\odot A$ 方程，得 $A(0,-1)$，半径 $r=4$，

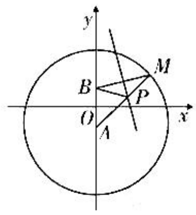


图6

$\because P$ 在 BM 的垂直平分线上，$\therefore PM=PB$，

则 $|PA|+|PB|=|PA|+|PM|=|AM|=4>|AB|=2$，

$\therefore P$ 的轨迹 E 是以 A，B 为焦点，长轴长为4的椭圆，

由 $2a=4$，则 $a=2$，$c=1$，$b^2=3$，

$\therefore$ 点 P 的轨迹 E 的方程为 $\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}=1$. ……………………………………… (6分)

(2) $\because$ 直线 l 与轨迹 E 交于 C，D 两点，设 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，如图7，

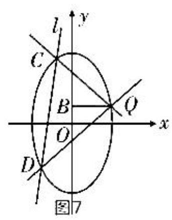


图7

$\begin{cases} x=my+n, \\ \dfrac{y^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}=1 \end{cases}$ 消 x，得 $\dfrac{y^2}{4}+\dfrac{(my+n)^2}{3}=1$，

整理，得 $(3+4m^2)y^2+8mny+4n^2-12=0$，

$y_1+y_2=-\dfrac{8mn}{3+4m^2}$，$y_1y_2=\dfrac{4n^2-12}{3+4m^2}$， ……………………………………… (8

分）

由题意得：$k_{CQ}+k_{DQ}=0$，$Q\left(\frac{3}{2},1\right)$，$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=\frac{3}{2}$，

$\frac{y_1-1}{x_1-\frac{3}{2}}+\frac{y_2-1}{x_2-\frac{3}{2}}=0$，即 $(y_1-1)\left(x_2-\frac{3}{2}\right)+(y_2-1)\left(x_1-\frac{3}{2}\right)=0$，

$\because x_1=my_1+n$，$x_2=my_2+n$，

$\therefore$ 整理：$2my_1y_2+\left(n-m-\frac{3}{2}\right)(y_1+y_2)-2n+3=0$，

$2m\frac{4n^2-12}{3+4m^2}+\left(n-m-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{8mn}{3+4m^2}\right)-2n+3=0$，

即 $4m^2+(4n-8)m-2n+3=0$，

即 $(2m-1)(2m+2n-3)=0$，　　…………………………………………（10

分）

若 $2m+2n-3=0$，则 C，D，Q 三点共线，不合题意，

$\therefore 2m-1=0$，即 $m=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 直线 l 中 m 为定值 $\frac{1}{2}$．　　…………………………………………………（12

分）

22．（本小题满分10分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

解：（1）曲线 C 的参数方程 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\varphi,\\ y=\sin\varphi,\end{cases}$（$\varphi$ 为参数）化为普通方程为 $\frac{x^2}{3}+y^2=1$．

……………………………………………………………（2分）

$\because \begin{cases}x=\rho\cos\theta,\\ y=\rho\sin\theta,\end{cases}$

$\therefore$ 曲线 C 的极坐标方程：$\rho^2\cos^2\theta+3\rho^2\sin^2\theta=3$，即 $\rho^2=\frac{3}{1+2\sin^2\theta}$．

……………………………………………………………………（5

分)

(2) 设 $M(\sqrt{3}\cos\varphi,\ \sin\varphi)\ (0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi)$,

$|AB|=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$,

直线 AB 方程为 $x+y-3=0$,

M 到直线 AB 的距离 $d=\dfrac{|\sqrt{3}\cos\varphi+\sin\varphi-3|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\left|2\sin\left(\varphi+\dfrac{\pi}{3}\right)-3\right|}{\sqrt{2}}$,

$S_{\triangle ABM}=\dfrac{1}{2}|AB|d=\dfrac{3}{2}\left|2\sin\left(\varphi+\dfrac{\pi}{3}\right)-3\right|$, ………………………………… (8 分)

当 $\sin\left(\varphi+\dfrac{\pi}{3}\right)=-1$, 即 $\varphi+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{3}{2}\pi$, 即 $\varphi=\dfrac{7}{6}\pi$ 时, $S_{\triangle ABM}$ 取得最大值 $\dfrac{15}{2}$,

此时 $M\left(-\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$, 则 M 的极径 $\rho=\sqrt{\left(-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

……………………………………………………………………… (10 分)

23. (本小题满分10分)【选修 4-5: 不等式选讲】

解: (1) $\because a>0$, $b>0$, $c>0$,

$f(x)=|x+a|-|b-x|+c\leqslant|x+a+b-x|+c=a+b+c$,

$\therefore a+b+c=4$. ……………………………………………………… (5 分)

(2) 由 (1) $a+b+c=4$, 根据柯西不等式, 有

$\left(\dfrac{1}{25}a^2+\dfrac{1}{16}b^2+c^2\right)(5^2+4^2+1)\geqslant\left(\dfrac{1}{5}a\cdot 5+\dfrac{1}{4}b\cdot 4+c\cdot 1\right)^2=(a+b+c)^2=16$,

$\therefore \dfrac{1}{25}a^2+\dfrac{1}{16}b^2+c^2\geqslant\dfrac{8}{21}$, ………………………………………… (8

分）

10/11

23．（本小题满分10分）【选修 4-5：不等式选讲】

解：（1）$\because a>0$，$b>0$，$c>0$，

$f(x)=|x+a|-|b-x|+c\leqslant|x+a+b-x|+c=a+b+c$，

$\therefore a+b+c=4$． ……………………………………………………（5分）

（2）由（1）$a+b+c=4$，根据柯西不等式，有

$$\left(\frac{1}{25}a^2+\frac{1}{16}b^2+c^2\right)(5^2+4^2+1)\geqslant\left(\frac{1}{5}a\cdot5+\frac{1}{4}b\cdot4+c\cdot1\right)^2=(a+b+c)^2=16,$$

$\therefore \frac{1}{25}a^2+\frac{1}{16}b^2+c^2\geqslant\frac{8}{21}$， …………………………………………（8

分）

当且仅当 $\frac{\frac{1}{5}a}{5}=\frac{\frac{1}{4}b}{4}=\frac{c}{1}$，即 $a=\frac{50}{21}$，$b=\frac{32}{21}$，$c=\frac{2}{21}$时，

$\frac{1}{25}a^2+\frac{1}{16}b^2+c^2$ 取得最小值 $\frac{8}{21}$． …………………………………………（10

分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。