高三数学考试参考答案

1. D 【解析】本题考查集合的运算，考查数学运算的核心素养.

因为 $A=\{x|x>2\}$，$B=\{x|0<x<5\}$，所以 $A\cap B=\{x|2<x<5\}$.

2. B 【解析】本题考查复数的有关概念，考查数学运算的核心素养.

因为 $\frac{a+\mathrm{i}}{2-4\mathrm{i}}=\frac{(a+\mathrm{i})(2+4\mathrm{i})}{20}=\frac{2a-4+(4a+2)\mathrm{i}}{20}$，所以 $2a-4=0$，所以 $a=2$.

3. C 【解析】本题考查解三角形的知识，考查数学运算的核心素养.

因为 $A+B=\frac{5\pi}{6}$，所以 $C=\frac{\pi}{6}$，由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，得 $\frac{3}{\sin A}=4$，所以 $\sin A=\frac{3}{4}$.

4. A 【解析】本题考查函数的图象和性质，考查逻辑推理与直观想象的核心素养.

$f(x)$ 的定义域为 $\{x|x\neq 0\}$，因为 $f(-x)=(-x+\frac{1}{x})\sin(-x)=(x-\frac{1}{x})\sin x=f(x)$，所以 $f(x)$ 为偶函数，排除 B，D. 当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)<0$，故选 A.

5. D 【解析】本题考查直线与圆的位置关系，考查数学运算与直观想象的核心素养.

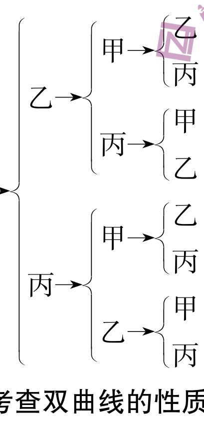
因为圆 O 与圆 C 外切，所以 $r^2=4$. 设圆心 $C(3,0)$ 到直线 l 的距离为 d，则 $d=\frac{|3-5|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，从而 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{2}$.

6. B 【解析】本题考查圆锥的侧面积与体积，考查直观想象与数学运算的核心素养.

设该圆锥的底面半径与母线长分别为 r,l，由 $\frac{\pi r^2}{3}\times 2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$，得 $r=1$，所以 $l=\sqrt{1^2+(2\sqrt{2})^2}=3$，从而该圆锥的侧面积 $S=\pi rl=3\pi$.

7. C 【解析】本题考查古典概型，考查数学运算的核心素养.

画出树状图，甲→



，可知所求概率为 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$.

8. B 【解析】本题考查双曲线的性质，考查逻辑推理与数学运算的核心素养.

由已知得 $\frac{|F_1Q|}{|F_2Q|}=\frac{5}{3}$，因为 PQ 平分 $\angle F_1PF_2$，所以 $\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|F_1Q|}{|F_2Q|}=\frac{5}{3}$，所以 $\frac{\frac{b^2}{a}+2a}{\frac{b^2}{a}}=\frac{5}{3}$，整理得 $b^2=3a^2$，由 $c^2-a^2=3a^2$，得 $c^2=4a^2$，所以 $e=\frac{c}{a}=2$.

9. AC 【解析】本题考查三角恒等变换和基本不等式，考查数学运算的核心素养.

对于 A，$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=-\frac{7}{9}$，A 正确；

对于 B，因为$\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{4}{3}$，所以 $\tan\theta=\frac{1}{2}$或 $\tan\theta=-2$，B 错误；

令 $f(x)=x+\frac{1}{x}$，易知 $f(x)$在$(0,1)$上单调递减，在$[1,+\infty)$上单调递增，所以当 $x\geqslant\frac{1}{2}$时，$x+\frac{1}{x}$的最小值为 2，当 $0<x\leqslant\frac{1}{2}$时，$x+\frac{1}{x}$的最小值为$\frac{5}{2}$，C 正确，D 错误.

10. BD 【解析】本题考查统计的知识，考查数据分析与数学运算的核心素养.

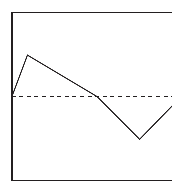
由雷达图可知，400 米跑项目中，甲的得分比乙的得分高，A 错误；由图可知，B 正确；甲各项得分的波动较大，乙的各项得分均在$(600,800]$内，波动较小，C 错误；甲的各项得分的极差约为 $1000-470=530$，乙的各项得分的极差小于 200，D 正确.

11. AC 【解析】本题考查新定义以及函数的性质，考查逻辑推理的核心素养.

对于 A，易知函数 $f(x)$为奇函数，所以函数 $f(x)$可以是中心为原点且边长为 2 的正方形的"优美函数"，故 A 正确.

对于 B，令 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$，得 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，所以函数 $f(x)=4\cos(2x-\frac{\pi}{6})+3$ 图象的对称中心为$(\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},3)(k\in\mathbf{Z})$，故以$(\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2},3)(k\in\mathbf{Z})$为中心的正方形都能被函数 $f(x)=4\cos(2x-\frac{\pi}{6})+3$ 的图象平分，即 $f(x)=4\cos(2x-\frac{\pi}{6})+3$ 可以同时是无数个正方形的"优美函数"，故 B 错误.

对于 C，令 $g(x)=\ln(\sqrt{4x^2+1}-2x)$，易知函数 $g(x)$为奇函数. 又因为函数 $f(x)$的图象是由函数 $g(x)$的图象向下平移一个单位长度得到的，所以函数 $f(x)$图象的对称中心为$(0,-1)$，故以$(0,-1)$为中心的正方形都能被函数 $f(x)=\ln(\sqrt{4x^2+1}-2x)-1$ 的图象平分，故 C 正确.



对于 D，如图所示，可知 D 错误.

12. ACD 【解析】本题考查不等关系，考查逻辑推理与数学运算的核心素养.

因为 $x^2=y^3<1$，所以 $y=x^{\frac{2}{3}}<1$，所以 $0<x<y<1$，A 正确，B 错误；

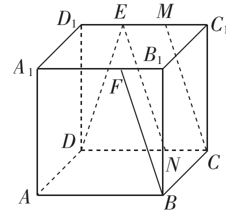
令 $g(x)=|y-x|=y-x=x^{\frac{2}{3}}-x$，则 $g'(x)=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}-1$，当 $0<x<\frac{8}{27}$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，当 $x>\frac{8}{27}$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，所以 $g(x)_{\max}=g(\frac{8}{27})=\frac{4}{27}$，C 正确；

令 $h(x)=|y^2-x^2|=y^2-x^2=x^{\frac{4}{3}}-x^2$，则 $h'(x)=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}-2x$，可知当 $0<x<\frac{2\sqrt{6}}{9}$时，$h(x)$单调递增，当 $x>\frac{2\sqrt{6}}{9}$时，$h(x)$单调递减，所以 $h(x)_{\max}=h(\frac{2\sqrt{6}}{9})=\frac{4}{27}$，D 正确.

13. -5 【解析】本题考查平面向量的平行，考查数学运算的核心素养.

因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,所以 $-5(m+2)-(5-2m)=0$,解得 $m=-5$.

14. $\frac{4}{5}$ **【解析】本题考查立体几何初步的知识,考查直观想象的核心素养.**



在棱 CD,C_1D_1 上分别取点 N,M,使得 $CN=\frac{1}{3}CD$,$C_1M=\frac{1}{3}C_1D_1$,连接 CM,NE,可知 $BF/\!/CM/\!/NE$,则$\angle DEN$ 为直线 DE 与 BF 所成的角. 设 $AB=3$,在$\triangle DEN$ 中,易得 $DE=\sqrt{10}$,$NE=\sqrt{10}$,$DN=2$,设$\angle DEN=\theta$,则 $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{1}{\sqrt{10}}$,从而 $\cos\theta=1-2\times\frac{1}{10}=\frac{4}{5}$.

15. $x^2=2y$;$\frac{3}{2}$(答案不唯一,只要 $0<p<2$,且所求距离为$\frac{4}{2}-\frac{p}{2}$即可) **【解析】本题考查抛物线的定义及性质,考查直观想象的核心素养.**

易知过焦点的弦中,通径最短,所以 $2p<4$,解得 $0<p<2$. 设该弦所在的直线与 C 的交点分别为 A,B,则弦 AB 的中点到 x 轴的距离为$\frac{|AB|}{2}-\frac{p}{2}$.取 $p=1$,则抛物线 C 的方程为 $x^2=2y$,此时弦 AB 的中点到 x 轴的距离为$\frac{3}{2}$.

16. 8 **【解析】本题考查逻辑推理,考查数学建模的核心素养以及分类讨论的数学思想.**

因为 $20<23$,所以至少要进行一次"乘以 2"的运算.

(ⅰ)若一共只有一次"乘以 2"的运算.

设做了 k 次"减去 3"的运算之后,再"乘以 2",再做了 t 次"减去 3"的运算后,得数为$(20-3k)\times2-3t=23$,即 $6k+3t=17$,其中 $k,t\in\mathbf{N}$,显然无非负整数解.

(ⅱ)若一共只有 2 次"乘以 2"的运算.

设做了 k 次"减去 3"的运算之后"乘以 2",再做了 t 次"减去 3"的运算之后"乘以 2",再做了 m 次"减去 3"的运算后,得数是$[(20-3k)\times2-3t]\times2-3m=23$,即 $4k+2t+m=19$,$k,t,m\in\mathbf{N}$. 当 $k=4$ 时,$\begin{cases}t=1,\\m=1\end{cases}$或$\begin{cases}t=0,\\m=3;\end{cases}$当 $k=3$ 时,$t+m>\frac{2t+m}{2}=\frac{7}{2}$;当 $k\leqslant2$ 时,$t+m>\frac{2t+m}{2}\geqslant\frac{11}{2}$. 所以 $k+t+m$ 的最小值为 6,即至少运算 8 次,过程为$[(20-3-3-3-3)\times2-3]\times2-3=23$.

(ⅲ)若一共有 3 次或 3 次以上"乘以 2"的运算,总运算次数显然不止 8 次.

17. 解:(1)设$\{a_n\}$的公差为 d,因为 $a_2=4$,$2a_4-a_5=7$,

所以 $2(4+2d)-(4+3d)=7$,解得 $d=3$,从而 $a_1=1$, …………………………………… 1 分

所以 $a_n=3n-2$. …………………………………………………………………………… 3 分

设$\{b_n\}$的公比为 q,因为 $b_4+b_5=8(b_1+b_2)$,所以$\frac{b_4+b_5}{b_1+b_2}=q^3=8$,解得 $q=2$, ………… 4 分

因为 $b_3=4$,所以 $b_1=\frac{4}{2^2}=1$, ……………………………………………………… 5 分

所以 $b_n=2^{n-1}$. ………………………………………………………………………… 6 分

(2)因为 $c_n=\frac{3}{(3n-2)(3n+1)}+2^{n-1}$,所以 $c_n=\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1}+2^{n-1}$, ……………… 8 分

所以 $S_n=(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1})+(1+2+\cdots+2^{n-1})$, ……………… 9 分

所以 $S_n=(1-\frac{1}{3n+1})+\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-\frac{1}{3n+1}$. ………………………………… 10 分

18. 解:(1)由 $\frac{2\pi}{\omega}=\pi$,得 $\omega=2$, …………………………………………………… 1 分

所以 $f(x)=2\sin[2(x-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$, ………………………………… 2 分

令 $2x-\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$,$k\in\mathbf{Z}$,解得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{3}$,$k\in\mathbf{Z}$, ………………………………… 3 分

取 $k=0$,得 $x=\frac{\pi}{3}$,取 $k=-1$,得 $x=-\frac{\pi}{6}$, ……………………………………………… 4 分

因为 $|-\frac{\pi}{6}|<|\frac{\pi}{3}|$,所以与 y 轴距离最近的对称轴方程为 $x=-\frac{\pi}{6}$. ……………… 5 分

(2)设 $f(x)$ 的最小正周期为 T,因为 $f(x)$ 图象相邻两个对称中心之间的距离大于 $\frac{2\pi}{7}$,所以 $\frac{T}{2}>\frac{2\pi}{7}$,即 $T>\frac{4\pi}{7}$,由 $\frac{2\pi}{\omega}>\frac{4\pi}{7}$,解得 $\omega<\frac{7}{2}$. ……………………………………………… 7 分

又 $\omega\in\mathbf{N}^*$ 且 $\omega>2$,所以 $\omega=3$,$y=2\sin(3x+\frac{\pi}{6})$,

所以 $f(x)=2\sin[3(x-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]=2\sin(3x-\frac{\pi}{3})$. ………………………………… 9 分

因为 $-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{2\pi}{9}$,所以 $-\frac{5\pi}{6}\leqslant 3x-\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{3}$,$-1\leqslant\sin(3x-\frac{\pi}{3})\leqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$, ……………… 11 分

所以 $-2\leqslant 2\sin(3x-\frac{\pi}{3})\leqslant\sqrt{3}$,即 $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{9}]$ 上的值域为 $[-2,\sqrt{3}]$. ………… 12 分

19. (1)证明:在等腰梯形 $ABCD$ 中,$AB /\!/ CD$,$BC=AD=1$,$AB=2$,

过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E(图略),则 $BE=\frac{1}{2}$,可知 $\angle ABC=60^\circ$, ………………… 2 分

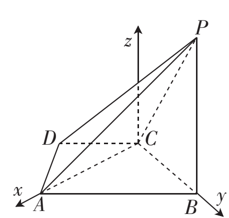
由余弦定理知 $AC^2=1^2+2^2-2\times1\times2\times\frac{1}{2}=3$,

则 $AC^2+BC^2=AB^2$,所以 $AC\perp BC$. ………………………………………………… 4 分

又 $AC\perp PC$,$BC\cap PC=C$,$BC,PC\subset$平面 PBC,所以 $AC\perp$平面 PBC. ……………… 5 分

又 $AC\subset$平面 $ABCD$,所以平面 $ABCD\perp$平面 PBC. ……………… 6 分

(2)解:以 C 为坐标原点,$\overrightarrow{CA}$,$\overrightarrow{CB}$ 的方向分别为 x 轴、y 轴的正方向建立空间直角坐标系.



因为 $AC\perp$平面 PBC,$PB\perp BC$,所以 $A(\sqrt{3},0,0)$,$B(0,1,0)$,$P(0,1,$

$2\sqrt{3}$), $D(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0)$, $\overrightarrow{CD}=(\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2},0)$, $\overrightarrow{CP}=(0,1,2\sqrt{3})$, $\overrightarrow{PA}=(\sqrt{3},-1,-2\sqrt{3})$. ……………………………………………………………………………………… 8 分

设平面 PCD 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{CD}\cdot\boldsymbol{n}=\frac{\sqrt{3}x}{2}-\frac{1}{2}y=0,\\ \overrightarrow{CP}\cdot\boldsymbol{n}=y+2\sqrt{3}z=0,\end{cases}$取 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},-\frac{1}{2})$. ………………………………… 10 分

设直线 PA 与平面 PCD 所成的角为 θ，则 $\sin\theta=|\cos\langle\overrightarrow{PA},\boldsymbol{n}\rangle|=\frac{|\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{3}|}{4\times\frac{\sqrt{17}}{2}}=\frac{\sqrt{51}}{34}$，

即直线 PA 与平面 PCD 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{51}}{34}$. ………………………………… 12 分

20. 解：(1) $\mu=35\times0.025+45\times0.15+55\times0.2+65\times0.25+75\times0.225+85\times0.1+95\times0.05$ $=65$，……………………………………………………………………………………………… 2 分

$\sigma^2=(35-65)^2\times0.025+(45-65)^2\times0.15+(55-65)^2\times0.2+0+(75-65)^2\times0.225+(85-65)^2\times0.1+(95-65)^2\times0.05=210$，……………………………………………… 3 分

所以 $\sigma\approx14.5$，$X\sim N(65,14.5^2)$，

所以 $P(50.5<X\leqslant94)=P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=\frac{0.9545}{2}+\frac{0.6827}{2}=0.8186$. ………… 4 分

(2) ξ 的可能取值为 10，20，30，40，

$P(X\leqslant55)=\frac{3}{8}$，$P(X>55)=\frac{5}{8}$， ……………………………………………………… 5 分

$P(\xi=10)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{32}$，

$P(\xi=20)=\frac{3}{8}\times\frac{1}{4}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{57}{128}$， ……………………………………………… 7 分

$P(\xi=30)=\frac{5}{8}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times2=\frac{15}{64}$，

$P(\xi=40)=\frac{5}{8}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{128}$， ……………………………………………………… 9 分

所以 ξ 的分布列为

ξ	10	20	30	40
P	$\frac{9}{32}$	$\frac{57}{128}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{5}{128}$

……… 10 分

$E(\xi)=10\times\frac{9}{32}+20\times\frac{57}{128}+30\times\frac{15}{64}+40\times\frac{5}{128}=\frac{325}{16}$， ………………………………… 11 分

故此次抽奖要准备的学习用品的价值总额约为 $320\times\frac{325}{16}=6500$ 元. …………………… 12 分

21. 解:(1)由 $e^2=\frac{2}{3}=1-\frac{b^2}{a^2}$,得 $a^2=3b^2$, ………………………………………… 1 分

所以椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{3b^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, ………………………………………………… 2 分

把点$(\sqrt{3},1)$的坐标代入上式,得$\frac{3}{3b^2}+\frac{1}{b^2}=1$,可得 $b^2=2$, ………………………… 3 分

所以 $a^2=6$,$c=2$,故椭圆 C 的方程为$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$. ………………………………… 4 分

(2)由(1)知焦点 F 的坐标为$(2,0)$,若直线 l 的斜率为 0,则 O,A,B 三点不能构成三角形,所以直线 l 的斜率不为 0,设直线 l 的方程为 $x=my+2$,

联立方程组$\begin{cases}x=my+2,\\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1,\end{cases}$消去 x,得$(m^2+3)y^2+4my-2=0$, …………………………… 5 分

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则 $y_1+y_2=-\frac{4m}{m^2+3}$,$y_1y_2=-\frac{2}{m^2+3}$, ……………………… 6 分

$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|OF|\cdot|y_1-y_2|=|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{(-\frac{4m}{m^2+3})^2+4\times\frac{2}{m^2+3}}$

$=\frac{2\sqrt{6}\sqrt{m^2+1}}{m^2+3}$. ……………………………………………………………………… 8 分

令 $\sqrt{m^2+1}=t(t\geqslant1)$,则 $S_{\triangle OAB}=\frac{2\sqrt{6}t}{t^2+2}=\frac{2\sqrt{6}}{t+\frac{2}{t}}\leqslant\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{3}$,当且仅当 $t=\sqrt{2}$时,等号成立,即

$\triangle OAB$ 面积的最大值为$\sqrt{3}$. ………………………………………………………………… 10 分

令 $\sqrt{m^2+1}=\sqrt{2}$,解得 $m=\pm1$,所以此时直线 l 的方程为 $x-y-2=0$ 或 $x+y-2=0$. …
……………………………………………………………………………………………… 12 分

22. (1)证明:令 $h(x)=f'(x)=e^x+\sin x-\cos x$,则 $h'(x)=e^x-\cos x+\sin x$. ………… 1 分

当 $0\leqslant x<\pi$ 时,$h'(x)=e^x-\cos x+\sin x\geqslant1-\cos x+\sin x\geqslant0$, ……………………… 2 分

当 $x\geqslant\pi$ 时,$h'(x)=e^x-\cos x+\sin x\geqslant e^\pi-\cos x+\sin x>1-\cos x+1+\sin x\geqslant0$, …… 3 分

即当 $x\geqslant0$ 时,$h'(x)\geqslant0$,所以 $h(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增,则 $f'(x)=h(x)\geqslant h(0)=0$,

故当 $x\geqslant0$ 时,$f'(x)\geqslant0$ 成立. ………………………………………………………… 4 分

(2)解:$g(x)=0$,即 $e^{2x-\frac{\pi}{2}}[f(x)+f(2x)-e^{2x}]-1=0$,

所以 $f(x)=e^{\frac{\pi}{2}-2x}-f(2x)+e^{2x}=e^{\frac{\pi}{2}-2x}+\sin 2x-\cos 2x$

$=e^{\frac{\pi}{2}-2x}+\cos(\frac{\pi}{2}-2x)-\sin(\frac{\pi}{2}-2x)=f(\frac{\pi}{2}-2x)$. ……………………………… 5 分

设 $t(x)=f(x)-f(\frac{\pi}{2}-2x)$,由(1)可知当 $x\geqslant0$ 时,$f'(x)\geqslant0$,所以 $f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增,从而 $f(x)\geqslant f(0)=2$.

下面证明:当 $x\leqslant0$ 时,$f(x)=e^x+\cos x-\sin x\leqslant2$,即证$\frac{2+\sin x-\cos x}{e^x}\geqslant1$.

设 $\varphi(x)=\frac{2+\sin x-\cos x}{e^x}$，则 $\varphi'(x)=\frac{2\cos x-2}{e^x}\leqslant 0$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，从而 $\varphi(x)\geqslant\varphi(0)=1$，即当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=e^x+\cos x-\sin x\leqslant 2$. ······ 6 分

当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$x=\frac{\pi}{2}-2x$，$t(x)=f(x)-f(\frac{\pi}{2}-2x)=0$，所以 $\frac{\pi}{6}$ 是 $g(x)$ 的零点；······ 7 分

当 $0<x<\frac{\pi}{6}$ 时，$\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}-2x<\frac{\pi}{2}$，$f(x)<f(\frac{\pi}{2}-2x)$，即 $t(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{6})$ 上无零点；······ 8 分

当 $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{4}$ 时，$0<\frac{\pi}{2}-2x<\frac{\pi}{6}$，$f(x)>f(\frac{\pi}{2}-2x)$，即 $t(x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4})$ 上无零点；······ 9 分

当 $x\geqslant\frac{\pi}{4}$ 时，$\frac{\pi}{2}-2x\leqslant 0$，所以 $f(x)>2$，$f(\frac{\pi}{2}-2x)\leqslant 2$，即 $t(x)>0$，所以 $g(x)$ 在 $[\frac{\pi}{4},+\infty)$ 上无零点；······ 10 分

当 $x\leqslant 0$ 时，$\frac{\pi}{2}-2x\geqslant\frac{\pi}{2}$，所以 $f(\frac{\pi}{2}-2x)\geqslant f(\frac{\pi}{2})>f(0)=2\geqslant e^x+\cos x-\sin x=f(x)$，即 $t(x)<0$，所以 $g(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上无零点. ······ 11 分

综上，$g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上只有 1 个零点. ······ 12 分