成都七中高 2024 届零诊模拟考试数学参考答案（文科）

一、单选题：共 12 道小题，每题 5 分，共 60 分.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	C	A	D	A	C	B	B	C	C	C	B

二、填空题：共 4 道小题，每题 5 分，共 20 分.

13．$\exists x_0>0$，$\tan x_0\le x_0$　　14．$x+y=0$　　15．80.5　　16．$\left[\frac{5}{4},2\right)$

三、解答题：共 5 道大题，共 70 分.

17.（12 分）

解：（1）由题设知 $f'(x)=x^2-\frac{f'(-1)}{2}x+2$，取 $x=-1$，则有 $f'(-1)=3+\frac{f'(-1)}{2}$，即 $f'(-1)=6$；

也即 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x-f(1)$，取 $x=1$，则有 $f(1)=\frac{5}{6}-f(1)$，即 $f(1)=\frac{5}{12}$.

故 $f'(-1)=6$，$f(1)=\frac{5}{12}$.

（2）由（1）知 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x-\frac{5}{12}$，$f'(x)=x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$，

x	0	$(0,1)$	1	$(1,2)$	2
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-\frac{5}{12}$	单增	极大值 $\frac{5}{12}$	单减	$\frac{1}{4}$

故 $f(x)_{\max}=f(1)=\frac{5}{12}$，$f(x)_{\min}=f(0)=-\frac{5}{12}$.

18.（12 分）

解：（1）在图 2 中取线段 CF 中点 H，连接 OH、GH，如图所示：

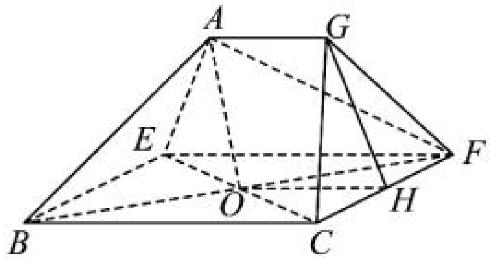

图2

由图 1 可知，四边形 $EBCF$ 是矩形，且 $CB=2EB$，

$\therefore O$ 是线段 BF 与 CE 的中点，$\therefore OH\parallel BC$ 且 $OH=\frac{1}{2}BC$，

图 1 中 $AG\parallel EF$ 且 $AG=\frac{1}{2}EF$，而 $EF\parallel BC$ 且 $EF=BC$.

所以在图 2 中，$AG\parallel BC$ 且 $AG=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore AG\parallel OH$ 且 $AG=OH$，

$\therefore$ 四边形 $AOHG$ 是平行四边形，则 $AO\parallel HG$，

由于 $AO\not\subset$ 平面 GCF， $HG\subset$ 平面 GCF，

$\therefore AO\,//$ 平面 GCF .

（2）$\because EF\perp AE$， $EF\perp BE$， AE， $BE\subset$ 面 ABE， $AE\cap BE=E$，$\therefore EF\perp$ 平面 ABE，

$S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AE\cdot BE\cdot\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

所以 $V_{A-BEF}=V_{F-ABE}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABE}\cdot EF=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times4=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

即三棱锥 $A-BEF$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

19.（12 分）

解：（1）从 2018-2022 年中国信创产业规模中任取 2 个数据有

$(8.1,9.6)$，$(8.1,11.5)$，$(8.1,13.8)$，$(8.1,16.7)$，$(9.6,11.5)$，$(9.6,13.8)$，

$(9.6,16.7)$，$(11.5,13.8)$，$(11.5,16.7)$，$(13.8,16.7)$，共 10 种情况.

其中这 2 个数据都大于 10 的有 $(11.5,13.8)$，$(11.5,16.7)$，$(13.8,16.7)$，共 3 种情况，

所以 2 个数据都大于 10 的概率 $P=\frac{3}{10}$.

（2）$y=a\cdot b^x$ 两边同时取自然对数，

得 $\ln y=\ln\left(a\cdot b^x\right)=\ln a+x\ln b$，则 $v=\ln a+x\ln b$.

因为 $\overline{x}=3$，$\overline{v}=2.45$，$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=55$，

所以 $\ln b=\frac{\sum\limits_{i=1}^{5}x_iv_i-5\overline{x}\overline{v}}{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2-5\overline{x}^2}=\frac{38.52-5\times3\times2.45}{55-5\times3^2}=0.177$，

$\ln a=\overline{v}-\overline{x}\cdot\ln b=2.45-0.177\times3=1.919$，所以 $\hat{v}=1.919+0.177x$，

即 $\ln y=1.919+0.177x$，所以 $\hat{y}=\mathrm{e}^{1.919+0.177x}=6.81\times1.19^x$，

即 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=6.81\times1.19^x$.

2023 年的年份代码为 6，把 $x=6$ 代入 $\hat{y}=6.81\times1.19^x$，

得 $\hat{y}=6.81\times1.19^6=6.81\times2.84\approx19.34<20$，

所以预测 2023 年中国信创产业规模不会超过 20 千亿元.

20.（12 分）

解：（1）设 $F(-c,0)$，由 $2\overrightarrow{BT}=\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{BQ}$ 知 $2(-c)=-2+0$，即 $c=1$，

由$|\overrightarrow{PB}|=|\overrightarrow{PT}|$知$(-2-0)^2+(\sqrt{3}-b)^2=[-2-(-1)]^2+(\sqrt{3}-0)^2$，即$b=\sqrt{3}$，

则$a=2$，故椭圆C的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.

（2）直线BT的方程为$x=-\dfrac{t}{\sqrt{3}}(y-\sqrt{3})$，与$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$联立，可得

$\left(t^2+4\right)y^2-2\sqrt{3}t^2y+3t^2-12=0$，且$\triangle>0$，有$y_D\cdot\sqrt{3}=\dfrac{3t^2-12}{t^2+4}$，即$y_D=\sqrt{3}\dfrac{t^2-4}{t^2+4}$；

直线PT的方程为$x+2=-\dfrac{t+2}{\sqrt{3}}(y-\sqrt{3})$，令$x=0$，可得$y_Q=\dfrac{\sqrt{3}t}{t+2}$；

由$\dfrac{S_{\triangle DTQ}}{S_{\triangle PTB}}=\dfrac{QT\cdot DT\cdot\sin\angle DTQ}{PT\cdot BT\cdot\sin\angle BTP}=\dfrac{QT\cdot DT}{PT\cdot BT}=\dfrac{y_Q\cdot\left(-y_D\right)}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}$知$S_{\triangle DTQ}=-S_{\triangle PTB}\dfrac{y_Qy_D}{3}$，

即$S_{\triangle DTQ}=\sqrt{3}\cdot\dfrac{2t-t^2}{t^2+4}$，$t\in(0,1)$.

而$\sqrt{3}\cdot\dfrac{2t-t^2}{t^2+4}=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$，解得$t=\dfrac{2}{3}$，或$t=1$（舍去）.

故t的取值为$\dfrac{2}{3}$.

21.（12分）

解:（1）由$f(x)=e^x-ax$知$f'(x)=e^x-a$，

1）当$a\le e$时，且有$x\in[1,+\infty)$，$f'(x)\ge 0$，$f(x)$单增，故无极值;

2）当$a>e$时，有$x\in(1,\ln a)$，$f'(x)<0$，$f(x)$单减，而$x\in(\ln a,+\infty)$，$f'(x)>0$，

$f(x)$单增，故$f(x)_{极小值}=f(\ln a)=a-a\ln a$，$f(x)$无极大值.

综上，当$a\le e$时，$f(x)$无极值;

当$a>e$时，$f(x)$极小值为$a-a\ln a$，$f(x)$无极大值.

（2）由（1）可知$f'(x)=e^x-1$，即有$\dfrac{1}{t-1}>\dfrac{t\lambda}{1-t}+\dfrac{\lambda+1}{\ln t}$，

整理可令得$F(t)=\ln t-\dfrac{(\lambda+1)(t-1)}{\lambda t+1}>0$，

而$F'(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{(\lambda+1)^2}{(\lambda t+1)^2}=\dfrac{\left(\lambda^2t-1\right)(t-1)}{t(\lambda t+1)^2}$，

1）当$\lambda\ge 1$时，且$t\in(1,+\infty)$，有$F'(t)\ge\dfrac{(t-1)^2}{t(\lambda t+1)^2}>0$，$F(t)$单增，$F(t)>F(1)=0$，满足题设;

2）当$0<\lambda<1$时，且$t\in\left(1,\dfrac{1}{\lambda^2}\right)$，有$F'(t)<0$，$F(t)$单减，$F(t)<F(1)=0$，不满足题设；

综上，λ的取值范围为$[1,+\infty)$．

22．（10 分）

解：（1）由$\rho=2\sin\theta+2a\cos\theta$，得$\rho^2=2\rho\sin\theta+2a\rho\cos\theta$，

故曲线C的直角坐标方程为$x^2+y^2=2y+2ax$，即$(x-a)^2+(y-1)^2=a^2+1$；

由$\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，得$\rho\sin\theta-\rho\cos\theta=2$，

故直线l的直角坐标方程为$y=x+2$．

（2）点P的直角坐标为$(-2,0)$，在直线l上，而直线l的标准参数方程为$\begin{cases}x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数），

将其代入$x^2+y^2=2y+2ax$，整理可得$t^2-(3\sqrt{2}+\sqrt{2}a)t+4a+4=0$．

由题设知$\Delta=2(3+a)^2-4(4a+4)=2(a-1)^2>0$，解得$a\neq1$．

又$t_1+t_2=3\sqrt{2}+\sqrt{2}a$，$t_1t_2=4a+4$．

当$a>-1$，且$a\neq1$时，有t_1，$t_2>0$，则$|PM|+|PN|=|t_1|+|t_2|=t_1+t_2=\sqrt{2}(a+3)=5\sqrt{2}$，

解得$a=2$；

当$a\leq-1$时，有$t_1t_2\leq0$，则$|PM|+|PN|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\dfrac{\sqrt{\Delta}}{1}=\sqrt{2}\,|a-1|=5\sqrt{2}$，

解得$a=-4$．

故a的值为 2 或-4．