

★启用前绝密 (3月16日)

分宜中学 玉山一中 临川一中
南城一中 南康中学 高安中学
2023年江西省高三联合考试

彭泽一中 泰和中学 樟树中学
数学试卷 (文科)

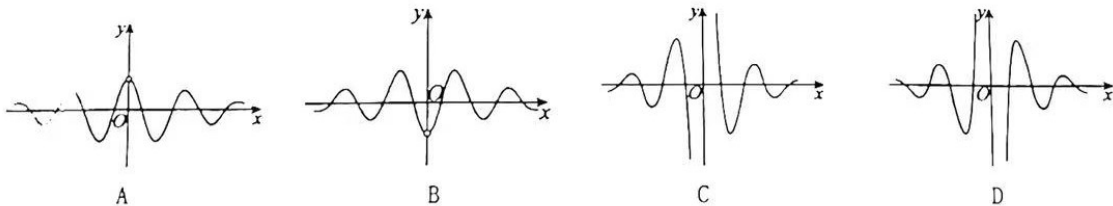
命题人: 樟树中学 高安中学

注意事项:

- 1 本试卷分第I卷 (选择题) 和第II卷 (非选择题) 两部分, 满分 150 分, 考试时间为 120 分钟.
- 2 本试卷分试题卷和答题卷, 第I卷 (选择题) 的答案应填在答题卷卷首相应的空格内, 做在第I卷的无效.
- 3 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡相应的位置.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{5, 6, 7\}$, $B = \{4, 7\}$, 则 $A \cap (C_U B) = (\quad)$
A. $\{5\}$ B. $\{2\}$ C. $\{2, 5\}$ D. $\{5, 6\}$
2. 下面是关于复数 $z = \frac{2}{-1+i}$ (i 为虚数单位) 的命题, 其中假命题为 ()
A. $z^2 = 2i$ B. z 的共轭复数为 $1+i$ C. z 的虚部为 -1 D. $|z| = \sqrt{2}$
3. 已知函数 $y = f(x)$ 对任意自变量 x 都有 $f(x) = f(4-x)$, 且函数 $f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上单调. 若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 0 的等差数列, 且 $f(a_6) = f(a_{2018})$, 则 $\{a_n\}$ 的前 2023 项之和是 ()
A. 8092 B. 4046 C. 2023 D. 0
4. 设 x 为任一实数, $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, $\langle x \rangle$ 表示不小于 x 的最小整数, 例如 $[2.1] = 2$, $[-2.1] = -3$, $\langle 0.5 \rangle = 1$, $\langle -0.5 \rangle = 0$, 那么 “ $[a] = \langle b \rangle$ ” 是 “ $a \geq b$ ” 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 函数 $f(x) = \frac{3^x \cos 6x}{3^{2x} - 1}$ 的图象大致为 ()



6. 荀子《劝学》中说: “不积跬步, 无以至千里; 不积小流, 无以成江海.” 我们可以把 $(1+1\%)^{365}$ 看作是每天的 “进步” 率都是 1% , 一年后是 $(1+1\%)^{365} \approx 37.7834$; 而把 $(1-1\%)^{365}$ 看作是每天 “退步” 率都是 1% , 一年后是 $(1-1\%)^{365} \approx 0.0255$. 若经过 200 天, 则 “进步” 的值大约是 “退步” 的值的 () (参考数据: $\lg 101 \approx 2.0043$, $\lg 99 \approx 1.9956$, $10^{0.87} \approx 7.41$)
A. 40 倍 B. 45 倍 C. 50 倍 D. 55 倍

2023年江西省九所重点中学高

7. 将函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6\omega}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $y = g(x)$

在 $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$ 上单调递增, 则 ω 的最小值为 ()

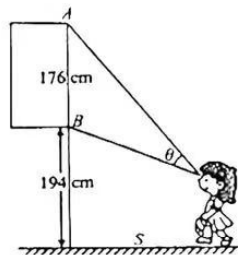
- A. 2 B. $\frac{8}{3}$ C. 3 D. 4

8. 设 $a = \log_3 2$, $b = \ln 2$, $c = 5^{-0.5}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$

9. 2023 年是农历癸卯兔年, 在中国传统文化中, 兔被视为一种祥瑞之物, 是活力和幸福的象征, 寓意福寿安康. 故宫博物院就收藏着这样一幅蕴含“吉祥团圆”美好愿景的名画——《梧桐双兔图》, 该绢本设色画纵约 176cm, 横约 95cm, 其挂在墙壁上的最低点 B 离地面 194cm. 小南身高 160cm (头顶距眼睛的距离为 10cm), 为使观赏视角 θ 最大, 小南离墙距离 S 应为 ()

- A. $40\sqrt{2}$ cm B. $44\sqrt{5}$ cm C. 76cm D. 94cm



10. 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形且边长为 2, 侧棱 AA_1 长为 4, 以 A_1 为球心, $2\sqrt{3}$ 为半径的球面与侧面 CDD_1C_1 的交线长为 ()

- A. $2\sqrt{2}\pi$ B. 2π C. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

11. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) 的左右焦点记为 F_1, F_2 , 直线 l 过 F_2 且与该双曲线的一条渐近线平行, 记 l 与双曲线的交点为 P , 若所得 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆半径恰为 $\frac{b}{3}$, 则此双曲线的离心率为 ()

- A. 2 B. $\frac{5}{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

12. 已知函数 $f(x) = e^{ax} - 2\ln x - x^2 + ax$, 若 $f(x) > 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$ B. $(1, +\infty)$ C. $\left(\frac{2}{e}, +\infty\right)$ D. $(e, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

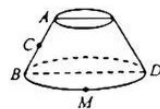
13. 设向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| = 3$, 则 $|\vec{a} + 2\vec{b}| =$ _____.

14. 在一组样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_6, y_6)$ 的散点图中, 若所有样本点 (x_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, 6$) 都在曲线

$y = bx^2 - \frac{1}{2}$ 附近波动. 经计算 $\sum_{i=1}^6 x_i = 12$, $\sum_{i=1}^6 y_i = 14$, $\sum_{i=1}^6 x_i^2 = 23$, 则实数 b 的值为 _____.

15. 写出与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 和抛物线 $x^2 = 3y$ 都相切的一条直线的方程 _____.

16. 如图, C 是圆台母线 AB 的中点, BD 是底面的直径, 上底面半径为 1, 下底面半径为 2, $AB = 2$, 点 M 是弧 BD 的中点, 则 C, M 两点在圆台侧面上连线长最小值的平方等于 _____.



三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：60 分.

17. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $S_4 = S_5 = -20$.

(1) 求 a_n 和 S_n .

(2) 若数列 $3, a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_n}, \dots$ 成等比数列，且 $k_1 = 8$ ，求 k_n .

18. (12 分) 江西省新高考改革自 2021 年执行，在取消文理科后实行“3+1+2”考试模式，即除语数外三科，学生需从物理、历史 2 科中任选 1 科，化学、生物、政治、地理 4 科任选 2 科参加高考. 某学校为了解学生对全理（选择物理、化学、生物）的选择是否与性别有关，从该校高一年级的 500 名男生和 400 名女生中按男女分层随机抽样抽取 90 人进行模拟选科，经统计，选择全理的人数比不选全理的人数多 10 人.

	选择全理	不选择全理	合计
男生		15	
女生			
合计			

(1) 完成上面的 2×2 列联表并判断是否有 99.5% 的把握认为选择全理与性别有关；

(2) 为了解学生选科的理由，随机选取了男生 4 名，女生 2 名进行座谈，再从中抽取 2 名代表作问卷调查，求至少抽到一名女生的概率.

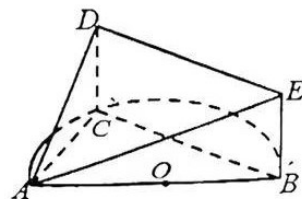
附： $k^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$.

$P(k^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (12 分) 如图，点 C 在直径为 AB 的半圆 O 上， CD 垂直于半圆 O 所在的平面， $BC \parallel$ 平面 ADE 且 $CD \parallel BE$.

(1) 证明：平面 $ADE \perp$ 平面 ACD

(2) 若 $AC = 1$ ， $AB = \sqrt{5}$ ，异面直线 AD 与 BE 所成的角是 45° ，求三棱锥 $A - BCE$ 的外接球的表面积



2023 年江西省九所重点中学高三联

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0 < b < 2)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 在椭圆上, $MF_2 \perp F_1F_2$, 若 $\triangle MF_1F_2$ 的周长为 6, 面积为 $\frac{3}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 过点 F_2 的直线 l 交椭圆于 A, B 两点, 交 y 轴于 P 点, 设 $\overrightarrow{PA} = \lambda_1 \overrightarrow{AF_2}, \overrightarrow{PB} = \lambda_2 \overrightarrow{BF_2}$, 试判断 $\lambda_1 + \lambda_2$ 是否为定值? 请说明理由.

21. (12分) 设函数 $f(x) = ax(2 - \cos x) - \sin x$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的最值;

(2) 对 $\forall x \in (0, +\infty)$, 不等式 $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 O 的方程为 $x^2 + y^2 = 1$, 圆 E 以 $(3, 0)$ 为圆心且与圆 O 外切. 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求圆 E 的参数方程与极坐标方程.

(2) 若射线 $\theta = \alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \rho > 0 \right)$ 与圆 O 交于点 A , 与圆 E 交于点 B, C , 且 $|OA| + |OB| + |OC| = 6$, 求直线 BC 的斜率.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知正数 a, b, c 满足 $abc = 1$.

(1) 求证: $\left(\frac{a}{2} + 1\right) \left(\frac{b}{2} + 1\right) \left(\frac{c}{2} + 1\right) \geq \frac{27}{8}$.

(2) 若正数 m, n 满足 $m + n = 1$, 求证: $(am + n)(bm + n)(cm + n) \geq 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

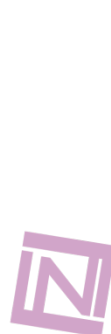


 微信搜一搜

 自主选拔在线



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw



自主选拔在线
微信号: zizzsw