

大庆铁人中学 2020-2021 学年高二学年下学期期末考试

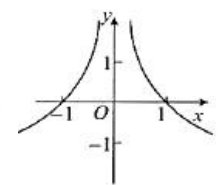
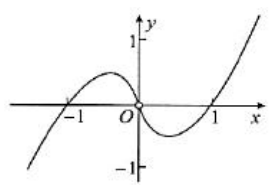
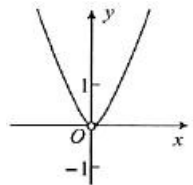
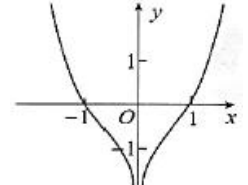
文科数学试题

试题说明:

- 1、本试题满分 150 分，答题时间 120 分钟。
- 2、请将答案填写在答题卡上，考试结束后只交答题卡。

第 I 卷 选择题部分

一、选择题（每小题只有一个选项正确，每小题 5 分，共 60 分。）

1. 已知集合 $A = \{m, n\}$ ，集合 B 满足 $A \cup B = \{m, n\}$ ，则集合 B 有 () 个
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
2. 已知集合 $A = \{y | y = \log_2 x, x > 1\}$ ， $B = \{y | y = 2^{-x}, x > 1\}$ ，则 $A \cap B =$ ()
A. $\emptyset$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(0, 1)$ D. $(0, \frac{1}{2})$
3. 函数 $f(x) = (3^x + 3^{-x}) \ln|x|$ 的图象大致为 ()
A.  B.  C.  D. 
4. 函数 $f(x) = x^3 - 12x$ 的极大值点为 ()
A. 2 B. 16 C. -2 D. -16
5. 设函数 $f(x) = \log_3 x - 1$ 的图象与 x 轴相交于点 P ，则该函数在 P 点处切线的斜率为 ()
A. $3 \log_3 e$ B. $3 \ln 3$ C. $\frac{1}{3} \log_3 e$ D. $\frac{1}{3} \ln 3$
6. 下列说法中正确的个数有 ()
① “ $f(0) = 0$ ”是“函数 $f(x)$ 是奇函数”的必要不充分条件

②若 $P: \exists x_0 \in R, x_0^2 - x_0 + 1 < 0$ ，则 $\neg P: \forall x \in R, x^2 - x + 1 \geq 0$

③整数 1 到 20 中共有 8 个素数

④ “若 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ，则 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ” 的否命题是 “若 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ，则 $\sin \alpha \neq \frac{1}{2}$ ”

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. 已知命题 p : 对 $\forall x_1, x_2 \in R (x_1 \neq x_2)$ ， $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 成立，则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数；

命题 $q: \sqrt[n]{a^n} = |a|, (n \in N_+, n > 1)$ ，则下列命题为真命题的是 ()

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge q$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

8. 设 $f(x) = \begin{cases} -x+1, & x \leq 0 \\ -x^2-1, & x > 0 \end{cases}$, $a = 0.7^{-0.5}$, $b = \log_{0.5} 0.7$, $c = \log_{0.7} 5$ ，则 ()

- A. $f(a) > f(b) > f(c)$ B. $f(b) > f(a) > f(c)$
C. $f(c) > f(a) > f(b)$ D. $f(c) > f(b) > f(a)$

9. 丹麦数学家琴生 (Jensen) 是 19 世纪对数学分析做出卓越贡献的数学家，特别是在函数的凹凸性与不等式方面留下了很多宝贵的成果。设函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上的导函数为 $f'(x)$ ， $f'(x)$ 在 (a, b) 上的导函数为 $f''(x)$ ，若在 (a, b) 上 $f''(x) < 0$ 恒成立，则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上为“凸函数”。已知

$f(x) = e^x - x \ln x - \frac{m}{2} x^2$ 在 $(1, 4)$ 上为“凸函数”，则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(e-1, +\infty)$ B. $[e-1, +\infty)$ C. $[e^4 - \frac{1}{4}, +\infty)$ D. $(e^4 - \frac{1}{4}, +\infty)$

10. 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - ax - 5)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增，则 a 的取值范围 ()

- A. $(-\infty, -4]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[-4, +\infty)$

11. 已知定义在 R 上的可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ，满足 $f'(x) < f(x)$ ，且 $f(x+3)$ 为偶函数，

$f(6)=1$ ，则不等式 $f(x) > e^x$ 的解集为()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, 6)$ D. $(6, +\infty)$

12. 定义在 $(-1, 1)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \frac{1}{f(x-1)+1}$ ，当 $x \in (-1, 0]$ 时， $f(x) = \frac{1}{x+1} - 1$ ，若

函数 $g(x) = \left| f(x) - \frac{1}{2} \right| - mx - m$ 在 $(-1, 1)$ 内恰有 3 个零点，则实数 m 的取值范围是()

- A. $(\frac{1}{4}, \frac{9}{16})$ B. $[\frac{1}{4}, \frac{9}{16})$ C. $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

第 II 卷 非选择题部分

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。）

13. 若命题 “ $\exists x \in R, x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ ” 是假命题，则实数 a 的取值范围为_____

14. 设函数 $f(x) = x + g(x)$ 在 R 上可导，且 $f(x)$ 在图象上的点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $y = x + 4$ ，则 $g(2) + g'(2)$ 的值为_____

15. 将一个边长为 a 的正方形铁片的四角截去四个边长相等的小正方形，做成一个无盖方盒，若该方盒的体积为 2，则 a 的最小值为_____

16. 对于函数 $f(x)$ ，把满足 $f(x_0) = x_0$ 的实数 x_0 叫做函数 $f(x)$ 的不动点，设 $f(x) = 2a \ln x$ ，若 $f(x)$ 有两个不动点，则实数 a 的取值范围是_____

三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

17. （本小题 10 分）已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x - 3 < 0\}$ ， $B = \{x | |x + a| < 1\}$ 。

(1) 若 $a = 3$ ，求 $A \cup B$ ；

(2) 设 $p: x \in A$ ， $q: x \in B$ ，若 p 是 q 成立的必要不充分条件，求实数 a 的取值范围。

18. （本小题 12 分）已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，当 $x > 0$ 时， $f(x) = -x(1+x)$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 求关于 m 的不等式 $f(1-m) + f(1-m^2) < 0$ 的解集。

19. （本小题 12 分）已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$ ， $g(x) = 2^x + a$ 。

(1) 求函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$ 在 $[\frac{1}{2}, 1]$ 上的值域；

(2) 若 $\forall x_1 \in [\frac{1}{2}, 1]$ ， $\exists x_2 \in [2, 3]$ ，使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$ ，求实数 a 的取值范围。

20. （本小题 12 分）设函数 $f(x) = \ln x + x^2 - 2ax + a^2$ ， $a \in R$ ，

(1) 当 $a = \sqrt{2}$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上存在单调递增区间，求实数 a 的取值范围。

21. （本小题 12 分）已知函数 $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 1$

(1) 当 $a = 6$ 时，直线 $y = -6x + m$ 与函数 $f(x)$ 的图象相切，求实数 m 的值；

(2) 当 $a > 0$ 时，函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值与最小值的和为 1，求实数 a 的值。

22. （本小题 12 分）已知函数 $f(x) = (x-1)^2 + m \ln x$ ， $m \in R$

(1) 当 $m = 2$ 时，求函数 $f(x)$ 图象在点 $(1, 0)$ 处的切线方程；

(2) 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ 求 $\frac{f(x_2)}{x_1}$ 的取值范围。